



بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و  
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس  
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،  
دانشگاه شیراز،  
شیراز، ایران.  
۹-۱۱ بهمن ۱۳۹۷



## حفظ همدوسی از طریق مدولاسیون بسامد گذار یک سامانه دوترازی در حضور گذارهای چندفوتونی

فرزانه، زارع، محمد کاظم، توسلی و بهنام، بهادری فر

گروه اتمی و مولکولی، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد، یزد

[farzane.zare1995@gmail.com](mailto:farzane.zare1995@gmail.com), [mktavassoly@yazd.ac.ir](mailto:mktavassoly@yazd.ac.ir), [bahadory@yazd.ac.ir](mailto:bahadory@yazd.ac.ir)

چکیده - در این مقاله می‌خواهیم موضوع حفظ همدوسی را با استفاده از مدولاسیون بسامد گذار در برهم‌کنش یک سامانه دوترازی با یک ذخیره‌ساز، منتها در حضور گذارهای چندفوتونی (دو و چهارفوتونی) بررسی کنیم. بدین منظور، پس از معرفی سامانه و هامیلتونی متناظر آن، با حل معادله وابسته به زمان شرودینگر، دامنه‌های احتمال را به دست می‌آوریم و با استفاده از آن، نمودارهای میزان همدوسی بر حسب زمان (مقیاس شده) را با در نظر گرفتن پارامترهای مختلف رسم می‌کنیم. نشان می‌دهیم که گذارهای دوفوتونی دقیقاً مشابه تک‌فوتونی است، ولی در گذارهای چهارفوتونی، واهمدوسی در زمان‌های کوتاه‌تری نسبت به دو (یا تک) فوتونی اتفاق می‌افتد.

کلید واژه - حفظ همدوسی، گذارهای چندفوتونی، مدولاسیون بسامد.

## Protecting coherence effects via qubit transition frequency modulation in the presence multi-photon transitions

Farzaneh, Zare, Mohammad Kazem, Tavassoly, and Behnam, Bahadoryfar

Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University, Yazd

**Abstract-** In this paper we want to preserve the coherence effects in the interaction of a qubit with a single-mode field besides a reservoir via qubit frequency modulation, however, in the presence multi-photon (two- and four-photon) transitions. After introducing the model and a proper Hamiltonian, and solving the time-dependent Schrodinger equation, the probability amplitudes are obtained by which we plot the coherence effects in term of scaled time for different parameters. We show that the single- and two-photon the coherence process possess similar behavior, however, the decoherence effects in four-photon occurs in shorter times comparing with the two- (single-)photon transition.

**Keywords:** Coherence Protection, Frequency Modulation, Multi-Photon Transitions.

## مقدمه:

همدوسی کوانتومی (و درهم‌تنیدگی) از مفاهیم کلیدی است که مکانیک کوانتومی را از مکانیک کلاسیک متمایز می‌کند [1]. این ویژگی غیرکلاسیکی نقش مهمی در نظریه اطلاعات کوانتومی، رمزنگاری کوانتومی و ... ایفا می‌کند [2]. سامانه‌های کوانتومی واقعی (سامانه‌های باز) با توجه به تعامل با محیط معمولاً همدوسی و درهم‌تنیدگی خود را از دست می‌دهند. بنابراین، ارائه راهکارهایی برای حفظ منابع کوانتومی از جمله همدوسی، در سامانه‌های کوانتومی باز در حال حاضر یکی از الزامات اصلی برای فناوری‌های پیشرفته کوانتومی است. هدف ما در این مقاله حفظ همدوسی در سامانه‌های کوانتومی با مدولاسیون بسامد به‌ویژه در حضور گذارهای چندفوتونی است [3,4]. برای فراهم مدولاسیون بسامد در یک اتم دو-ترازی، میدان را به نحوی اعمال می‌کنیم که در حالت شدید با اتم نباشد [5].

## مدل و روابط پایه:

سامانه مورد مطالعه متشکل از دو تراز انرژی است که بسامد گذار آن  $\omega_0$  است و به‌وسیله میدان محرک خارجی مدوله شده است. هامیلتونی این سامانه به صورت زیر توصیف می‌شود [6]:

$$\hat{H} = \hat{H}_q + \hat{H}_r + \hat{H}_{in}, \quad (1)$$

در این جا  $\hat{H}_q$  هامیلتونی سامانه دوترازی است که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\hat{H}_q = \frac{1}{2} [\omega_0 + \delta \cos(\Omega t)] \hat{\sigma}_z, \quad (2)$$

به ترتیب دامنه و بسامد  $\Omega$  و  $\delta$  که در این رابطه عمگر پائولی  $\hat{\sigma}_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$  مدولاسیون هستند و هامیلتونی ذخیره‌ساز و به صورت زیر است:

$$\hat{H}_r = \sum_k \omega_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k, \quad (3)$$

هامیلتونی برهم‌کنش بین سامانه دوترازی و کاواک  $\hat{H}_{in}$  در حضور گذارهای چندفوتونی است که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\hat{H}_{in} = \sum_k (g_k \hat{\sigma}_+ \hat{a}_k^{2p} + g_k^* \hat{\sigma}_- \hat{a}_k^{\dagger 2p}), \quad p = 1, 2 \quad (4)$$

نشانگر لحاظ کردن گذارهای دو و  $2p$  در این رابطه توان است. حال عملگر  $p = 1, 2$  چهارفوتونی به ترتیب به ازای یکانی زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\hat{U} = \exp \left[ -i \left\{ \sum_k \omega_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k t + \frac{1}{2} \left[ \omega_0 t + \frac{\delta}{\Omega} \sin \Omega t \right] \hat{\sigma}_z \right\} \right], \quad (5)$$

و به کمک آن هامیلتونی موثر را از رابطه زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\hat{H}_{eff} = \hat{U}^\dagger \hat{H} \hat{U} + i \left( \frac{\partial \hat{U}^\dagger}{\partial t} \right) \hat{U}, \quad (6)$$

با انجام محاسبات  $\hat{H}_{eff}$  را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{eff} = & \sum_k g_k \hat{\sigma}_+ \hat{a}_k^{2p} e^{-i(2p\omega_k - \omega_0)t} e^{i\left(\frac{\delta}{\Omega}\right)\sin\Omega t} \\ & + \sum_k g_k^* \hat{\sigma}_- \hat{a}_k^{\dagger 2p} e^{i(2p\omega_k - \omega_0)t} e^{-i\left(\frac{\delta}{\Omega}\right)\sin\Omega t}. \end{aligned} \quad (7)$$

فرض می‌کنیم سامانه دوترازی در ابتدا به صورت برهم-نهی  $\alpha|e\rangle + \beta|g\rangle$  و همه مدهای ذخیره‌ساز در حالت خلاء  $|0\rangle$  باشند. بنابراین حالت اولیه کل سامانه به صورت زیر است:

$$|\psi(0)\rangle = (\alpha|e\rangle + \beta|g\rangle)|0\rangle, \quad (8)$$

از این رو حالت کوانتومی در زمان‌های بعد را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$|\psi(t)\rangle = \alpha C_e(t)|e\rangle|0\rangle + \beta|g\rangle|0\rangle + \sum_k C_{g,k}|g\rangle|2p\rangle, \quad (9)$$

با استفاده از حل معادله وابسته به زمان شرودینگر دامنه-های احتمال به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\dot{C}_e(t) + \frac{\gamma\lambda}{2} e^{i\left(\frac{\delta}{\Omega}\right)\sin(\Omega t)} \int_0^t dt' e^{-i\left(\frac{\delta}{\Omega}\right)\sin(\Omega t')} e^{-\lambda(t-t')} C_e(t') = 0, \quad (18)$$

$$\dot{C}_e(t) + 3\gamma\lambda e^{i\left(\frac{\delta}{\Omega}\right)\sin(\Omega t)} \int_0^t dt' e^{-i\left(\frac{\delta}{\Omega}\right)\sin(\Omega t')} e^{-\lambda(t-t')} C_e(t') = 0. \quad (19)$$

با محاسبه  $C_e(t)$  از روابط (18) و (19) ماتریس کاهش- یافته سامانه دوترازی  $\rho_q(t)$  در پایه  $\{|e\rangle, |g\rangle\}$  به صورت زیر به دست می‌آید:

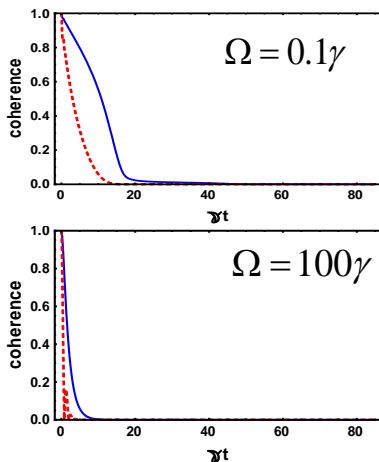
$$\rho_q(t) = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 |C_e(t)|^2 & \alpha\beta^* C_e(t) \\ \alpha^* \beta C_e(t) & 1 - |\alpha|^2 |C_e(t)|^2 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

اندازه‌گیری همدوسی معیارهای مختلفی دارد، در این جا از معیار زیر استفاده می‌کنیم [8]:

$$\xi = \min \|\rho - \rho_{inc}\|_{11} = \sum_{i \neq j} |\rho_{ij}|, \quad (21)$$

با استفاده از رابطه (20) و با توجه به رابطه (8) داریم  $\xi(0) = 1$  (بیشینه همدوسی) و برای دیگر زمان‌ها همدوسی به صورت  $\xi(t) = |C_e(t)|$  به دست می‌آید.

### بررسی همدوسی در حضور گذار چندفوتونی:



شکل ۱: همدوسی برحسب  $\gamma t$  به‌زای  $\lambda = 3\gamma, \delta = 10\gamma$  برای مقادیر  $\Omega = 0.1\gamma$  و  $\Omega = 100\gamma$  رسم شده است. خطوط پیوسته آبی و نقطه-چین قرمز به ترتیب متناظر با گذارهای دو و چهارفوتونی است.

$$\dot{C}_e(t) = -i\sqrt{(2p)!} e^{i\left(\frac{\delta}{\Omega}\right)\sin(\Omega t)} \sum_k g_k e^{-i(2p\omega_k - \omega_0)t} C_{g,k}(t), \quad (10)$$

$$\dot{C}_{g,k}(t) = -i\sqrt{(2p)!} e^{-i\left(\frac{\delta}{\Omega}\right)\sin(\Omega t)} g_k^* e^{i(2p\omega_k - \omega_0)t} C_e(t). \quad (11)$$

با انتگرال‌گیری از رابطه (11) و قراردادن آن در معادله (10) به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\dot{C}_e(t) + \int_0^t dt' G(t, t') C_e(t') = 0 \quad (12)$$

که در آن  $G(t, t')$  به صورت زیر است:

$$G(t, t') = 2p! e^{i\left(\frac{\delta}{\Omega}\right)[\sin(\Omega t) - \sin(\Omega t')]} \sum_k |g_k|^2 e^{-i(2p\omega_k - \omega_0)(t-t')}. \quad (13)$$

در ادامه، رابطه (13) را به صورت پیوسته در نظر می‌گیریم:

$$G(t, t') = 2p! e^{i\left(\frac{\delta}{\Omega}\right)[\sin(\Omega t) - \sin(\Omega t')]} \int_{-\infty}^{\infty} J(\omega) e^{-i(2p\omega - \omega_0)(t-t')} d\omega, \quad (14)$$

در این رابطه  $J(\omega)$  چگالی طیفی مدهای ذخیره‌ساز است. با انتخاب چگالی طیفی لورنتسی، جواب انتگرال را محاسبه می‌کنیم (حضور عامل  $2p\omega$  به‌جای  $\omega$  به‌خاطر لحاظ‌کردن گذارهای چندفوتونی است). در این رابطه  $\lambda$  پهنای توزیع لورنتسی و  $\gamma$  نرخ فروپاشی در رژیم مارکوفی است [7].

$$J(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma\lambda^2}{(\omega_0 - 2p\omega)^2 + \lambda^2}, \quad (15)$$

با در نظر گرفتن رابطه (15)، جواب انتگرال (14) برای گذار-های دو و چهارفوتونی به ترتیب به صورت زیر است:

$$G(t, t') = \frac{\gamma\lambda}{2} e^{-\lambda(t-t')} \exp\left\{i\left(\frac{\delta}{\Omega}\right)[\sin(\Omega t) - \sin(\Omega t')]\right\}, \quad p = 1 \quad (16)$$

$$G(t, t') = 3\gamma\lambda e^{-\lambda(t-t')} \exp\left\{i\left(\frac{\delta}{\Omega}\right)[\sin(\Omega t) - \sin(\Omega t')]\right\}, \quad p = 2 \quad (17)$$

با قراردادن روابط (16) و (17) در رابطه (12) داریم:

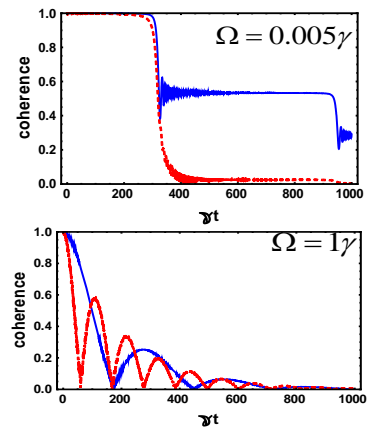
در شکل ۳ به بررسی تاثیر دامنه روی همدموسی در رژیم جفت‌شدگی ضعیف پرداخته‌ایم، لذا دامنه مدولاسیون و جفت‌شدگی ثابت فرض شده است. در این مورد نیز مشخص است که روی هم‌رفته گذارهای دوفوتونی در مقابل واهمدوسی مقاوم‌تر از گذارهای چهارفوتونی هستند. در عین حال با تنظیم مناسب دامنه مدولاسیون می‌توان به نحو مطلوبی از همدموسی حفاظت کرد (نمودار (ب)).

### نتیجه‌گیری:

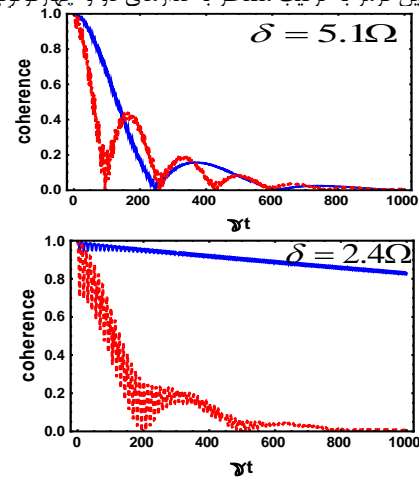
نتایج عددی و نمودارها نشان می‌دهند که برای گذارهای تک‌فوتونی و گذارهای دوفوتونی معادلات یکسان و در نتیجه نمودارهای مشابهی به دست می‌آید، ولی در نظر گرفتن گذارهای چهارفوتونی منجر به افت سریع‌تر معیار همدموسی در نظر گرفته شده می‌شود. هم‌چنین، با انتخاب دامنه مناسب برای مدولاسیون اعمال شده می‌توان به‌طور مناسبی از همدموسی محافظت نمود.

### مرجع‌ها:

- [1] Y. Yao, X. Xia, L. Ge, and C. P. Sun, *Phys. Rev. A* 92, 022112 (2015).
- [2] H. R. Bghshahi, M. K. Tavassoly and A. Bahjat, *Chinese Phys. B* 23, 074203 (2014).
- [3] D. P. Kang, Q. H. Liao, M. A. Ahamd, Y. Y. Wang and S. T. Liu, *Chinese Phys. B* 19, 014206 (2010).
- [4] M. S. Zubairy, M. S. K. Razmi, S. Iqbal and Idress M, *Phys. Lett. A* 98, 168 (1983).
- [5] M. W. Noel, W. M. Griffith, and T. F. Gallagher, *Phys. Rev. A* 58, 2265 (1998).
- [6] A. Mortezapour and R. Lo Franco, *Scientific Rep.* 8, 14304 (2018).
- [7] S. Golkar and M. K. Tavassoly, *Eur. Phys. J. D* 72, 184 (2018).
- [8] T. Baumgratz, M. Cramer, and M. B. Plenio, *Phys. Rev. Lett.* 113, 140401 (2014).



شکل ۲: همدموسی بر حسب  $\mathcal{N}$  به‌ازای  $\delta = 5\gamma$ ،  $\lambda = 0.01\gamma$  برای مقادیر  $\Omega = 0.005\gamma$  و  $\Omega = 1\gamma$  رسم شده است. خطوط پیوسته آبی و نقطه‌چین قرمز به ترتیب متناظر با گذارهای دو و چهارفوتونی است.



شکل ۳: همدموسی بر حسب  $\mathcal{N}$  به‌ازای  $\Omega = 0.5\gamma$ ،  $\lambda = 0.01\gamma$  برای مقادیر  $\delta = 5.1\Omega$  و  $\delta = 2.4\Omega$  رسم شده است. خطوط پیوسته آبی و نقطه‌چین قرمز به ترتیب متناظر با گذارهای دو و چهارفوتونی است.

در هر سه شکل رسم شده خط آبی در حضور گذارهای دوفوتونی و نقطه‌چین قرمز در حضور گذارهای چهارفوتونی است. در شکل ۱ دامنه را ثابت در نظر گرفته‌ایم و با در نظر گرفتن دو مقدار متفاوت برای بسامد مدولاسیون  $\Omega$  در ناحیه جفت‌شدگی ( $\lambda = 3\gamma$ ) نمودارهای همدموسی را برای گذارهای دوفوتونی و چهارفوتونی رسم کرده‌ایم. در شکل ۲ مانند شکل ۱ دامنه مدوله شده را ثابت در نظر گرفته‌ایم و بسامد مدولاسیون  $\Omega$  با در نظر گرفتن دو مقدار متفاوت در ناحیه جفت‌شدگی ضعیف ( $\lambda = 0.01\gamma$ ) رسم کرده‌ایم.