بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شیراز،
شیراز، ایران.
۹-۱۱ بهمن ۱۳۹۷

Shiraz University

ضرایب بازتاب از یک نیم‌فلز وایل در تابش مایل

علی لطیفی[۱و*]، صفا آدمی[۱]، مرتضی سلطانی[۱]، ابراهیم قنبری عدیوی[۱]

[۱] گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

* رایانامه: a.latifi@sci.ui.ac.ir

چکیده - در این پژوهش ابتدا با استفاده از معادلات ماکسول تصحیح شده در محیط نیم‌فلز وایل پاسخ‌های الکترومغناطیس از این محیط بررسی شده است و سپس با اعمال شرایط مرزی مناسب ضرایب بازتاب در پراکندگی نور از سطح یک نیم‌فلز وایل در فرود مایل و در هندسه‌ی خاص به‌دست آمده است. هندسه‌ی مورد نظر در اینجا عبارت است از یک محیط نیم‌بینهایت از مواد وایل که در آن امتداد نقاط وایل در راستای محور z قرار دارد و صفحه‌ی بازتاب آن منطبق بر صفحه‌ی y-z است. پس از انجام محاسبات با مقایسه با جواب‌های موجود برای فرود عمود در هندسه مشابه می‌بینیم که جواب‌ها در تطابق باهم هستند.

کلید واژه- مواد توپولوژیک، رسانندگی هال، نیم‌فلز وایل

Reflection coefficients from a Weyl semimetal for an oblique incidence

Ali Latifi[1,*], Safa Adami[1], Morteza Soltani[1], Ebrahim Ghanbari Adivi[1]

[1] Department of Physics, Faculty of sciences, University of Isfahan, Isfahan, Iran

*** Email: a.latifi@sci.ui.ac.ir**

Abstract- In this research, at first, the electromagnetic response of a topological Weyl semimetal has been investigated in the bulk by using the modified Maxwell equations and then, Reflection coefficients in the scattering of light from the Weyl semimetal for oblique incidence is obtained by applying the boundary conditions. The geometry here is a semi-infinite slab of Weyl material in which the direction of Weyl nodes is along the z-axis and the reflecting surface is aligned with the y-z plane. Finally, the results are checked by comparing them with the previous results of normal incidence in the same geometry.

Keywords: Topological materials, Hall conductivity, Weyl semimetal

مقدمه

اثر کوانتومی هال یکی از مهم‌ترین اکتشافات در دهه‌های اخیر در فیزیک ماده چگال است. در اثر کوانتومی هال [۱] یک میدان مغناطیسی قوی حرکت الکترون‌ها در حجم ماده را محدود می‌کند، اما همان میدان آن‌ها را مجبور می‌کند تا روی لبه‌ها و یا روی سطوح حرکت کنند. لذا یک فلز دوبعدی در یک میدان مغناطیس قوی در حجم همانند یک عایق و در سطح همچون یک رسانا عمل می‌کند. این مفهوم نقطه شروع توصیف و ساخت عایق‌های توپولوژیک است. ازاین‌رو عایق‌های توپولوژیک به موادی اطلاق می‌شود که همانند یک عایق معمولی، یک گاف انرژی در حجم خود دارد، درحالی‌که روی سطح (یا لبه در دو بعد)، در این‌گونه از مواد حالت‌های بدون گاف محافظت‌شده با تقارن معکوس زمانی دیده می‌شود که منجر به رسانندگی روی سطح (یا لبه) عایق‌های توپولوژیک می‌شود [۲و۳].

یکی از حالت‌های ماده نزدیک به این‌گونه مواد، نیم فلز وایل است. نیم‌فلز وایل به موادی گفته می‌شود که از معادله‌ی وایل پیروی کند. بعد از آن‌که [۴] دیراک معادله‌ی فرمیون‌ها را نوشت، هرمن وایل معادله‌ی دیراک بدون جرم را نوشت که به‌نام معادله‌ی وایل شناخته می‌شود و به‌صورت

$$H = \pm \upsilon_f \, \vec{\sigma}.(\mathbf{k} \pm \mathbf{b}). \qquad (۱)$$

نشان داده می‌شود، که υ_f سرعت فرمی، $\vec{k}$ تکانه‌ی بلور در منطقه‌ی اول بریلون، $2\mathbf{b}(2b_0)$ جدایی نقاط وایل در فضای تکانه (انرژی) و $\vec{\sigma}$ ماتریس‌های پائولی است. علامت + مربوط به ذرات با هلیسیتی مثبت و علامت − مربوط به ذرات با هلیسیتی منفی است. در سال‌های اخیر با تحقق امکان ساخت تجربی این مواد در آزمایشگاه علاقه به این‌گونه از مواد به دلیل کاربردهای فراوان آن بیش‌از پیش است.

مطلبی که در این مقاله به آن خواهیم پرداخت، به‌دست آوردن ضرایب بازتاب از یک نیم‌فلز وایل، در فرود مایل است. برای این منظور ابتدا با در نظر گرفتن معادلات ماکسول اصلاح‌شده در محیط نیم‌فلز وایل رابطه‌ای برای توصیف میدان‌های الکترومغناطیس در محیط این مواد ارائه می‌دهیم که در ادامه برای به‌دست آوردن ضرایب بازتابی از سطح این مواد استفاده می‌شود. سپس با اعمال شرایط مرزی مناسب ضرایب بازتاب از سطح مواد نیم‌فلز وایل را در فرود مایل محاسبه می‌کنیم، و نشان می‌دهیم که در حد فرود عمود، نتایج به‌دست آمده در این مقاله با نتایج موجود در این حالت مطابق است.

معادله‌ی میدان الکتریکی در محیط نیم فلز وایل

پاسخ‌های الکترومغناطیس از نیم فلز وایل توسط [۴] یک سهم اکسیونی تغییر فضایی توصیف می‌شود. با در نظر گرفتن سهم اکسیونی معادله‌ی حرکت با رابطه‌ی

$$-\frac{1}{\mu_0}\partial_\nu F^{\mu\nu} + \partial_\nu \mathscr{P}^{\mu\nu} + \frac{\alpha}{2\pi\mu_0}\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\partial_\nu(\theta F_{\alpha\beta}) = J^\nu \qquad (۲)$$

توصیف می‌شود. که $\mathscr{P}^{\mu\nu}$ تانسور قطبش، $\alpha = e^2/4\pi\varepsilon_0\hbar$ ثابت ساختار ریز، $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu + \partial_\nu A_\mu$ تانسور شدت میدان الکترومغناطیس و θ میدان اکسیونی است که به‌صورت $\theta(\mathbf{r},t) = 2\mathbf{b}\cdot\mathbf{r} - 2b_0 t$ تعریف می‌شود. در اینجا b_0 را صفر در نظر می‌گیریم، چون در مسئله‌ی مورد علاقه‌ی ما جفت نقاط وایل در پتانسیل شیمیایی یکسانی قرار دارند. این معادله‌ی حرکت منجر به اصلاحاتی در روابط ماکسول می‌شود. در نهایت تنها دو معادله از معادلات ماکسول به‌صورت

$$\nabla . \mathbf{D} = \rho + \frac{2\alpha}{\pi}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\,\mathbf{b} . \mathbf{B}\,, \qquad (۳)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} - \frac{2\alpha}{\pi}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\mathbf{b} \times \mathbf{E}. \qquad (۴)$$

تغییر می‌کند و دو رابطه‌ی دیگر بدون تغییر باقی می‌ماند. حال با استفاده از این روابط می‌توان نشان داد که:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{2\alpha}{\pi c}\mathbf{b} \times \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \qquad (۵)$$

که ε ثابت دی‌الکتریک نیم‌فلز وایل و c سرعت نور در خلأ است که آن‌ها را یک در نظر می‌گیریم. در ادامه امتداد نقاط وایل در جهت محور z در نظر گرفته می‌شود، یعنی $\mathbf{b} = b\hat{z}$ است. با در نظر گرفتن شکل نمایی موج تخت می‌دانیم که با مشتق‌گیری زمانی از تابع مورد نظر، عملگر $\partial/\partial t$ عبارت است از $\partial/\partial t = -i\omega$ همین‌طور عملگر ∇ عبارت است از $\nabla = i\vec{\kappa}$ بنابراین معادله‌ی (۵) به شکل

$$\left(\kappa \otimes \kappa - \kappa^2 \hat{\mathrm{I}}\right) \cdot \mathbf{E} = \frac{\omega^2}{c^2}\left[\hat{\mathrm{I}} - \frac{i\sigma}{\omega}\left(\hat{z} \times \hat{\mathrm{I}}\right)\right] \cdot \mathbf{E}. \qquad (۶)$$

نوشته می‌شود. در اینجا $\hat{\mathrm{I}}$ ماتریس یکه و $\sigma = e^2 b / 2\pi^2$ رسانندگی هال است. عبارت داخل کروشه به‌عنوان تانسور ثابت دی‌الکتریک شناخته می‌شود و به‌صورت

$$\overset{\leftrightarrow}{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 1 & i\sigma/\omega & 0 \\ -i\sigma/\omega & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad (۷)$$

است. بنابراین شکل نهایی معادله‌ی میدان الکتریکی عبارت است از:

$$\left(\kappa \otimes \kappa - \kappa^2 \hat{\mathrm{I}} + \omega^2 \overset{\leftrightarrow}{\varepsilon}\right) \cdot \mathbf{E} = 0. \qquad (۸)$$

در اینجا می‌بینیم که اگر میدان اولیه عرضی باشد، داخل ماده مؤلفه‌های طولی میدان نیز مشاهده می‌شود.

ضرایب بازتاب از نیم‌فلز وایل

دترمینان از معادله‌ی ماتریسی (۸) به رابطه‌ای برای فرکانس‌هایی که بردار موج κ می‌تواند داشته باشد می‌انجامد. در این مورد فرکانس‌هایی به‌صورت [۵]

$$\left(\omega^{\pm}\right)^2 = \kappa^2 + \frac{1}{2}\sigma^2 \pm \sigma\sqrt{\kappa_z^2 + \frac{1}{4}\sigma^2} \qquad (۹)$$

به‌دست می‌آیند. برای شروع یک نیم‌فلز وایل را در نظر می‌گیریم که به ناحیه‌ی $x > 0$ محدود شده و در $x = 0$ صفحه‌ی مرز ماده‌ی وایل با خلأ شکل‌گرفته که منطبق بر صفحه‌ی y-z است. در این مورد صفحه‌ی فرود که به صفحه‌ای گفته می‌شود که با بردارهای $\mathbf{q}$ (بردار موج فرودی) و $\hat{n}$ (بردار یکه‌ی عمود بر سطح ماده) هم صفحه هست، در صفحه‌ی x-z است. در این حالت، κ_y، κ_z و ω در دو محیط باید یکسان باشد، اما κ_x تغییر می‌کند. بنابراین به‌راحتی می‌توان به‌دست آورد که برای یک موج فرودی با بردار موج $\mathbf{q} = (q_x, q_y, q_z)$ موج عبوری

$$\left(\kappa_x^{\pm}\right)^2 = q_x^2 - \frac{1}{2}\sigma^2 \mp \sqrt{\quad \frac{1}{4}\sigma^2} \qquad (۱۰)$$

است. در اینجا دیده می‌شود که به ازای یک موج فرودی، دو موج عبوری خواهیم داشت که خاصیت دو شکستی در نیم‌فلزهای وایل را نشان می‌دهد. در ادامه ما موج فرودی را با $\mathbf{E}^0$ و با بردار موج $\mathbf{q} = (q_x, q_y, q_z)$ و موج بازتابی را با $\mathbf{E}^r$ که در جهت بردار موج $\mathbf{q}^r = (q_x, q_y, -q_z)$ انتشار می‌یابد، در محیط خلأ ($z < 0$) توصیف می‌کنیم. همچنین در داخل ماده $\mathbf{E}^{\pm}$ قطبش‌های موج عبوری با بردارهای موج $\kappa^{\pm} = (\kappa_x^{\pm}, q_y, q_z)$ هستند. حال با اعمال شرایط مرزی روی مرز مشترک بین دو محیط ($z = 0$) ماتریس ضرایب بازتاب را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم.

$$\hat{n} \times \left(\mathbf{E}^0 + \mathbf{E}^r - \mathbf{E}^+ - \mathbf{E}^-\right) = 0, \qquad (۱۱)$$

$$\hat{n}\times\left(\mathbf{q}\times\mathbf{E}^{0}+\mathbf{q}^{r}\times\mathbf{E}^{r}-\kappa^{+}\times\mathbf{E}^{+}-\kappa^{-}\times\mathbf{E}^{-}\right)=\mathbf{j}. \quad (۱۲)$$

که در آن $\hat{n}$ بردار یکه عمود بر سطح ماده که در جهت $-\hat{x}$ و $\mathbf{j}$ جریان سطحی در نیم‌فلز وایل است. این جریان معادل $\mathbf{j}^{s}=\sigma^{s}\mathbf{E}$ است. با توجه به این‌که عمق نفوذ رسانندگی σ_{yy}^{s} خیلی بزرگ‌تر از طول‌موج ($\delta \gg \lambda$) است از تأثیر آن در جریان سطحی صرف‌نظر کرده و در نتیجه $\mathbf{j}_{y}^{s}=\sigma_{yx}^{s}\mathbf{E}_{x}$ است. از آن‌جا که عمق نفوذ رسانندگی σ_{yx}^{s} در صفحه‌ی $x=0$ برابر $\xi(\kappa_z)=2b/(b^{2}-\kappa_z^{2})$ است در نقاط $\kappa_z=\pm b$ واگرا شده و عمق نفوذ بینهایت می‌شود. به‌منظور سطحی ماندن جریان عمق نفوذ باید از مرتبه‌ی طول‌موج باشد. ازاین‌رو داریم:

$$\sigma=\int_{\xi\le\lambda}\frac{d\kappa_z}{2\pi}\sigma^{2D}(\kappa_z)\xi(\kappa_z)\approx\frac{e^{2}}{\pi h}\ln(2b\lambda) \quad (۱۳)$$

در نهایت جریان سطحی را برابر با $\mathbf{j}_{y}^{s}=\gamma\mathbf{E}_{x}$ می‌گیریم که در آن $\gamma=\frac{e^{2}}{\pi h}\ln(2b\lambda)$ است.

با تفکیک کردن قطبش تابش فرودی و بازتابی به امواج الکتریکی عرضی (TE) و امواج مغناطیسی عرضی (TM) و بررسی جداگانه هرکدام ماتریس ضرایب بازتاب از رابطه‌ی

$$\begin{pmatrix}E_{TM}^{r}\\ E_{TE}^{r}\end{pmatrix}=R(\omega,q)\begin{pmatrix}E_{TM}^{0}\\ E_{TE}^{0}\end{pmatrix} \quad (۱۴)$$

قابل‌محاسبه است. در این حالت مؤلفه‌های ماتریس بازتاب عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned}R_{xx}=\{&[(\kappa_x^{-}-q_x)(\kappa_x^{+}-q_x)+q_z^{2}]\gamma\sigma\\ &-i[(2q_x-\kappa_x^{-}-\kappa_x^{+})(\kappa_x^{-}+q_x)(\kappa_x^{+}+q_x)\\ &-2q_x\sigma^{2}]\}/D,\end{aligned} \quad (۱۵)$$

$$R_{xy}=2\sigma q_x^{2}q_z/D, \quad (۱۶)$$

$$R_{xy}=2\omega q_z[\sigma+i\gamma(\kappa_x^{-}+\kappa_x^{+})]/D, \quad (۱۷)$$

$$\begin{aligned}R_{yy}=\{&[(\kappa_x^{-}+q_x)(\kappa_x^{+}+q_x)+q_z^{2}]\gamma\sigma\\ &-i[(2q_x+\kappa_x^{-}+\kappa_x^{+})(\kappa_x^{-}-q_x)(\kappa_x^{+}-q_x)\\ &-2q_x\sigma^{2}]\}/D,\end{aligned} \quad (۱۸)$$

$$\begin{aligned}D=&[(\kappa_x^{-}+q_x)(\kappa_x^{+}+q_x)+q_z^{2}]\gamma\sigma\\ &+i[(\kappa_x^{-}+\kappa_x^{+})(\kappa_x^{-}+q_x)(\kappa_x^{+}+q_x)].\end{aligned} \quad (۱۹)$$

در حالت تابش عمودی با میل دادن q_z به سمت صفر ضریب بازتاب

$$R_{yy}=\frac{\sigma^{2}+i\gamma\sigma(\kappa_x^{+}+q_x)}{(\kappa_x^{+}+q_x)^{2}-i\gamma\sigma(\kappa_x^{+}+q_x)} \quad (۲۰)$$

است که با نتایج مقاله [۴] در توافق کامل است.

نتیجه‌گیری

در بازتاب و عبور از مواد وایل اول این‌که میدان الکتریکی در داخل محیط دیگر عرضی نیست و مؤلفه‌های طولی نیز مشاهده می‌شود و دوم آن‌که در بازتاب از این مواد در فرود مایل مدهای TE و TM به‌صورت همزمان وجود دارند.

مرجع‌ها

[1] J. K. Asbóth, L. Oroszlány, and A. Pályi, “A Short Course on Topological Insulators”, Lecture Notes in Physics 919, 2016.

[2] E. Burstein, A. MacDonald, P. Stiles, M. Franz, and L. Molenkamp, *Contemporary Concepts of Condensed Matter Science Topological Insulators*, p. 4, Elsevier, 2013.

[3] Y. Ando, “Topological insulator materials”, Journal of the Physical Society of Japan 82, 102001, 2013.

[4] M. Kargarian, M. Randeria, and N. Trivedi, “Theory of Kerr and Faraday rotations and linear dichroism in Topological Weyl Semimetals”, Scientific reports 5, 12683, 2015.

[5] J. H. Wilson, A. A. Allocca, and V. Galitski, “Repulsive Casimir force between Weyl semimetals”, Physical Review B 91, 235115, 2015.