



بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و  
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس  
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،  
دانشگاه شیراز،  
شیراز، ایران.  
۱۱-۹ بهمن ۱۳۹۷



## مطالعه پدیده جابجایی گوس-هانچن در ساختار نیمه بی نهایت یک بعدی حاوی فرامواد هایپربولیک گرافن-پایه

نگار شعبانی<sup>۱</sup>، امیر مدنی<sup>۱</sup> و صمد روشن انتظار<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>گروه مهندسی اپتیک و لیزر، دانشگاه بناب، بناب، آذربایجان شرقی

<sup>۲</sup>دانشکده فیزیک، دانشگاه تبریز، تبریز، آذربایجان شرقی

چکیده - در این مقاله پدیده جابجایی گوس-هانچن در یک محیط یک بعدی نیمه بی نهایت حاوی فرامواد هایپربولیک گرافن-پایه به صورت تئوری و با روش ماتریس انتقال مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج به دست آمده نشان می دهند در صورت تحریک امواج سطحی با قطبش TM در محدوده فرکانسی THz میزان جابجایی عرضی بزرگ و قابل مقایسه با پهنای باریکه فرودی به دست می آید. برای تحقیق تحریک امواج سطحی در ساختار از روش بازتاب کلی کاهش یافته (رسم نمودار ATR) استفاده شده است. و در نهایت شبیه سازی های عددی انجام یافته نتایج به دست آمده را تایید کرده است.

کلید واژه - امواج سطحی، جابجایی گوس-هانچن، گرافن، ماتریس انتقال، فرامواد هایپربولیک

## Study of Goos-Hanchen shift in semi-infinite one-dimensional structure containing graphene-based hyperbolic metamaterial

Negar Shaabani<sup>1</sup>, Amir Madani<sup>1</sup> and Samad Roshan Entezar<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Laser and Optical Engineering, University of Bonab, Bonab

<sup>2</sup>Faculty of Physics, University of Tabriz, Tabriz

[negarshaabani@outlook.com](mailto:negarshaabani@outlook.com)(N.S.); [a-madani@bonabu.ac.ir](mailto:a-madani@bonabu.ac.ir)(A.M.)

[s-roshan@tabrizu.ac.ir](mailto:s-roshan@tabrizu.ac.ir)(S.R.E.)

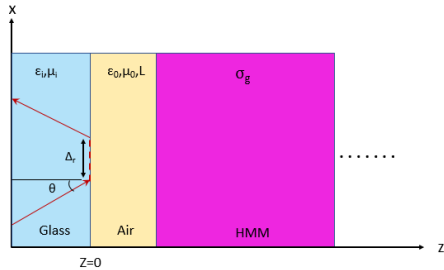
Abstract- In this paper the Goos-Hanchen effect in semi-infinite one-dimensional medium containing graphene-based hyperbolic metamaterial has been investigated theoretically using transfer matrix method. The results show that the lateral shift would be increased noticeably by the excitation of the TM-polarized surface polaritons in the THz frequency region. The excitation of surface polaritons has been verified by plotting ATR curves for the structure. Finally, the results have been verified by numerical simulations.

Keywords: Goos-Hanchen shift, graphene, hyperbolic metamaterials, surface polaritons, transfer matrix

## مقدمه

زمانی که یک پرتو نور تحت بازتاب کلی به فصل مشترک بین دو محیط همگن می‌تابد، یک جابجایی عرضی در مرکز پرتو نور بازتابی نسبت به مرکز نور تابشی رخ می‌دهد. این پدیده به جابجایی گوس-هانچن معروف است [۱]. میزان این جابجایی در حالت عادی کمتر از یک طول موج است. اما در ساختارهایی که با ایجاد امواج سطحی، انرژی در فصل مشترک انتقال داده می‌شود، می‌توان اندازه این جابجایی را افزایش داد [۲]. مدهای سطحی نوع خاصی از موج‌های جایگزیده در فصل مشترک جدایی دو محیط هستند که در مرز دارای بیشترین مقدار دامنه هستند و با دور شدن از مرز از هر دو طرف دامنه‌ها کاهش می‌یابد [۳]. وجود چنین امواجی با قطبش TM در فصل مشترک دو محیط با ضرایب دی‌الکتریک مختلف‌العلامت مثل هوا و فلزات در فرکانس‌های پایین‌تر از فرکانس پلاسما و یا در هوا و فرامواد مورد بررسی قرار گرفته‌اند [۴]. فرامواد هایپربولیک ساختارهای مصنوعی لایه‌ای هستند که در یک جهت مانند فلز و در جهتی دیگر مانند دی‌الکتریک رفتار می‌کنند. در این محیط‌ها تانسور گذردهی الکتریکی دارای مولفه‌های با علامت مخالف است که نتیجه آن سطح هم‌فرکانس هذلولوی به جای سطح هم‌فرکانس بیضوی است. این ویژگی باعث به وجود آمدن کاربردهای جالب توجهی شده است [۵]. در نواحی طول موجی بلند که ثابت شبکه ساختار در مقایسه با آن کوچک است می‌توان از تقریب محیط موثر برای مطالعه این محیط‌ها استفاده کرد. در این حالت کل ساختار به عنوان یک ساختار همگن ناهمسانگرد دیده می‌شود که دارای تانسور گذردهی الکتریکی قطری است. فراماده هایپربولیک بکار گرفته شده در این مقاله شامل نانولایه‌های گرافن است که با توجه به خاصیت تنظیم‌پذیری آن، دسترسی به جابجایی گوس-هانچن قابل کنترل را امکان‌پذیر می‌سازد.

## مدل و محاسبات تئوری



شکل ۱: ساختار نیمه بی نهایت یک بعدی حاوی فرامواد هایپربولیک جهت تحریک امواج سطحی

در شکل ۱ ساختار مورد بررسی که یک محیط یک بعدی نیمه بی‌نهایت به ترتیب متشکل از شیشه به عنوان محیط ورودی با ضریب گذردهی الکتریکی  $\epsilon_i = 4$ ، یک لایه هوا با ضریب گذردهی الکتریکی  $\epsilon_i = 1$  و ضخامت  $L = 5 \mu m$  و محیطی نیمه‌بی‌نهایت از فراماده هایپربولیک گرافن-پایه است. فراماده هایپربولیک از لایه‌های دی‌الکتریک و گرافن به ترتیب با ضخامت‌های  $d_g = 50 nm$  و  $d_g = 0.335 nm$  و ضرایب دی‌الکتریک  $\epsilon_d = 2.25$  و  $\epsilon_g = 1 + i \left( \frac{\sigma_g \eta_0}{k_0 d_g} \right)$  تشکیل شده است که در آن  $\eta_0 = 377 \Omega$  امپدانس هوا،  $d_g$  ضخامت موثر گرافن،  $k_0$  بردار موج خلا با سرعت نور C است.  $\sigma_g$  رسانندگی سطحی لایه‌های گرافن است که بنابر فرمول کوبو [۶] شامل دو بخش درون‌باندی و بین‌باندی به صورت زیر است.

$$\sigma_g(\omega) = \sigma_g^{intra}(\omega) + \sigma_g^{inter}(\omega) \quad (1)$$

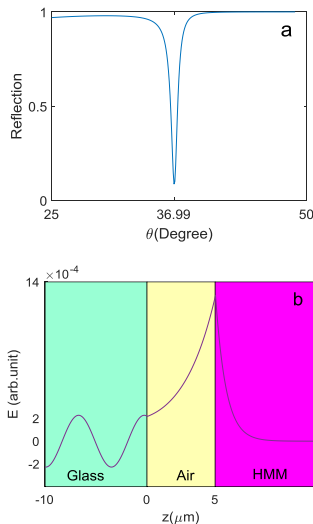
$$\sigma_g^{intra}(\omega, \mu_c) = i \frac{e^2 k_B T}{\pi \hbar (\hbar \omega + i 2\Gamma_1)} \left( \frac{\mu_c}{k_B T} + 2 \ln \left( e^{-\frac{\mu_c}{k_B T}} + 1 \right) \right)$$

$$\sigma_g^{inter}(\omega, \mu_c) = i \frac{e^2}{4\pi \hbar} \ln \left( \frac{2|\mu_c| - (\hbar \omega + i 2\Gamma_2)}{2|\mu_c| + (\hbar \omega + i 2\Gamma_2)} \right)$$

که در آن  $e$  بار الکترون،  $k_B$  ثابت بولتزمن،  $\mu_c$  پتانسیل شیمیایی لایه‌های گرافن،  $\hbar$  ضریب ثابت پلانک،  $T$  دمای در نظر گرفته شده،  $\omega$  فرکانس زاویه‌ای و  $\Gamma_1$  و  $\Gamma_2$  به ترتیب نرخ پراکندگی انتقالات درون‌باندی و بین‌باندی هستند که

عرضی بسیار کوچکتر از پهنای باریکه فرودی و  $\Delta_r \geq 1$  نشان‌دهنده جابجایی عرضی بزرگ و قابل مقایسه با پهنای باریکه است.

### نتایج و بحث



شکل ۲: (a) بازتابندگی ساختار بر حسب زاویه فرودی (b) تحریک امواج سطحی در مرز هوا و فراماده

باریکه فرودی با قطبش TM از شیشه به عنوان محیط چگال، با زاویه بزرگتر از زاویه بحرانی وارد لایه هوا شده است و در مرز هوا و شیشه بازتاب کلی رخ داده است. با تغییر زاویه تابش باریکه و محاسبه بازتابندگی مشاهده می‌شود که در زاویه  $\theta = 36.99^\circ$  افت شدید در طیف بازتابندگی صورت گرفته که نشان‌دهنده تحریک امواج سطحی در این زاویه است. این موضوع در شکل ۲a به نمایش در آمده است. در شکل ۲b نیز پروفایل دوبعدی میدان الکتریکی درون و بیرون ساختار نشان داده شده است که به وضوح نشانگر تحریک امواج سطحی در مرز هوا و فراماده است. با توجه به تحریک امواج سطحی در زاویه مذکور انتظار می‌رود بیشترین میزان جابجایی عرضی نیز در این زاویه رخ دهد. که این موضوع در شکل ۳a به نمایش داده شده است. برای مشاهده بهتر این پدیده با توجه به باریکه فرودی و بازتابی، در شکل ۳b دامنه میدان الکتریکی فرودی و بازتابی بر حسب مختصات X

است.  $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 1meV$  ضریب تراوایی تمامی لایه‌ها برابر ۱ در نظر گرفته شده است. در این ساختار تک‌لایه‌های گرافن در صفحه X-Y قرار گرفته و ساختار در راستای محور Z تکرار می‌شود. تانسور گذردهی الکتریکی HMM با رابطه زیر داده می‌شود.

$$\epsilon^{eff} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & \epsilon_{xz} \\ 0 & \epsilon_{||} & 0 \\ \epsilon_{zx} & 0 & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_{\perp} \cos^2 \varphi + \epsilon_{||} \sin^2 \varphi$$

$$\epsilon_{zz} = \epsilon_{\perp} \sin^2 \varphi + \epsilon_{||} \cos^2 \varphi$$

$$\epsilon_{xz} = \epsilon_{zx} = (\epsilon_{||} - \epsilon_{\perp}) \sin \varphi \cos \varphi$$

که

$$\text{همچنین } \epsilon_{\perp} = \frac{\epsilon_g \epsilon_d (d_g + d_d)}{\epsilon_g d_d + \epsilon_d d_g} \text{ و } \epsilon_{||} = \frac{\epsilon_g d_g + \epsilon_d d_d}{d_g + d_d} \text{ است. } \varphi$$

نشان‌دهنده جهت‌گیری تک‌لایه‌های گرافن است. باریکه فرودی یک باریکه گاوسی با فرکانس  $f = 29.22THz$  و میدان الکتریکی  $E_i(x) = \exp[-(x^2/4a^2) + ik_{ix}x]$  که در آن پهنای باریکه فرودی،  $\lambda$  طول موج خلا نور فرودی،  $a = 5\lambda$  مولفه مماس با سطح بردار موج فرودی و  $k_{ix} = k_i \sin \theta$  عدد موج مربوطه است. نور از شیشه  $(\epsilon_i \mu_i > \epsilon_0 \mu_0)$  تحت زاویه بزرگتر از زاویه بحرانی محیط به ساختار می‌تابد. میدان الکتریکی بازتابی از سطح یک ساختار چندلایه با رابطه زیر به میدان فرودی مربوط می‌شود.

$$E_r(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(k_x) \overline{E_i(k_x)} e^{ik_x x} dk_x \quad (3)$$

که در آن  $R(k_x)$  و  $\overline{E_i(k_x)}$  به ترتیب ضریب بازتاب و تبدیل فوریه باریکه فرودی هستند. جابجایی عرضی نسبی باریکه بازتابی نیز با رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\Delta_r = \frac{1}{a} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x^2 |E_r(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} |E_r(x)|^2 dx} \quad (4)$$

اندیس و بالانویس  $\Gamma$  در هر دو رابطه (۳) و (۴) اشاره به باریکه بازتابی از سطح دارد.  $\Delta_r \ll 1$  نشان‌دهنده جابجایی

الکتریکی در داخل و خارج ساختار در شکل ۴ نشان داده شده است. در شکل ۴a که توزیع میدان الکتریکی در زاویه ای به اندازه کافی دور از شرایط تحریک امواج سطحی را نشان می‌دهد، جابجایی قابل مشاهده‌ای در مرز رخ نداده است. اما در شکل ۴b توزیع میدان الکتریکی را برای زاویه  $\theta = 36.99^\circ$  که متناسب با تحریک امواج سطحی است نمایش می‌دهد. در صورت تحریک امواج سطحی در مرز فراماده و هوا، انرژی باریکه در مرز منتقل شده و باعث افزایش جابجایی عرضی قابل ملاحظه‌ای شده است.

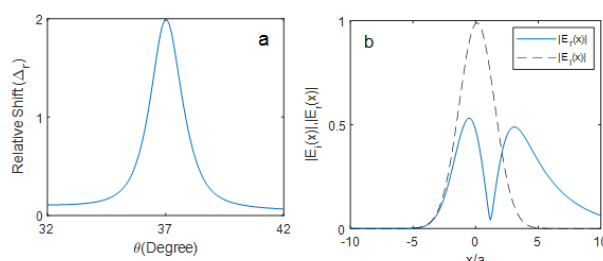
### نتیجه‌گیری

در این مقاله پدیده جابجایی گوس-هانچن در یک محیط نیمه‌بی‌نهایت یک‌بعدی حاوی فراماده‌های پیربولیک گرافن-پایه در بازتاب کلی یک موج گاوسی با قطبش TM از سطح، بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهند در صورت تحریک امواج سطحی در مرز فراماده و هوا میزان جابجایی عرضی قابل ملاحظه‌ای به دست می‌آید.

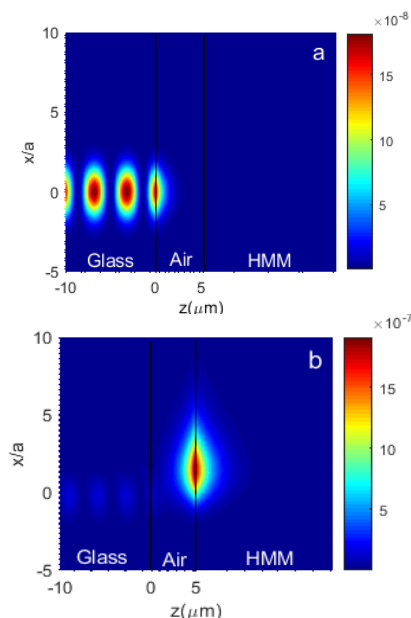
### مرجع‌ها

- [1] A. Namdar, R. Talebzadeh, K. Jamshidi-Ghaleh, "Surface wave-induced enhancement of the Goos-Hanchen shift in single negative one-dimensional photonic crystal", *Optics & Laser Technology*, Vol. 49, pp. 183-187, 2013.
- [2] IV. Shadrivov, AA. Zharov, YS. Kivshar, "Giant goos-Hanchen effect at the reflection from left-handed metamaterials", *Applied Physics Letters* Vol. 83, No. 13, pp. 2713-2715, 2003.
- [3] M. Kalafi, A. Soltani-Vala, J. Barvestani "Surface optical waves in semi-infinite one-dimensional PC with a thin nonlinear cap layer", *Optics Communications*, Vol. 272, pp. 403-406, 2007.
- [4] A. Madani and S. Roshan-Entezar; "Surface polaritons of one-dimensional photonic crystals containing graphene monolayers"; *Superlattices and Microstructures*, Vol. 75, pp. 692-700, 2014.
- [5] A. Poddubny, I. Iorsh, P. Belov and Y. Kivshar; "Hyperbolic metamaterials"; *Nature Photonics*; Vol. 243, pp. 948-957, 2013.
- [6] G.W. Hanson, "Quasi-transverse electromagnetic modes supported by a graphene parallel-plate waveguide"; *J. Appl. Phys.* Vol. 104, pp. 084314-5, 2008.

رسم شده‌اند. در زاویه متناسب با تحریک امواج سطحی، بخشی از انرژی باریکه به امواج سطحی منتقل شده و بخش دیگری از باریکه یک بازتاب معمولی خواهد داشت. لذا آن قسمت از باریکه که تحت تاثیر امواج سطحی قرار گرفته است، یک جابجایی عرضی نسبتاً بزرگ را تجربه کرده و سپس از مرز بازتاب خواهد کرد و بخش دیگر بدون جابجایی عرضی قابل ملاحظه‌ای بازتاب می‌شود. لذا در پروفایل میدان بازتابی یک منحنی دو قله‌ای مشاهده می‌شود.



شکل ۳: (a) جابجایی عرضی باریکه بازتابی برحسب زاویه فرودی (b) پروفایل میدان باریکه بازتابی (منحنی پررنگ) و باریکه فرودی (منحنی خط چین) بر حسب  $x$ . زاویه فرودی  $\theta = 36.99^\circ$  است.



شکل ۴: توزیع میدان مغناطیسی در داخل و خارج ساختار در زاویه فرودی (a)  $\theta = 46^\circ$  (b)  $\theta = 36.99^\circ$ .

برای نمایش بهتر اثر تحریک امواج سطحی بر جابجایی عرضی با استفاده از یک شبیه‌سازی عددی توزیع میدان