



بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران.  
۱۱-۹ بهمن ۱۳۹۷



## پراکندگی ناچیز فرامواد های پربولیکی بر اساس نانولوله نقره-دی الکتریک در گستره وسیعی از طیف مرئی

مینا وفايي<sup>۱</sup>، محمود مرادي<sup>۱</sup>، غلامحسین بردبار<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>بخش فیزیک، دانشگاه شیراز، شیراز

چکیده - نانولوله های فلز-دی الکتریک، کلاسی از فرامواد های پربولیکی با تانسور گذردهی الکتریکی ناهمسانگرد هستند. در این مقاله، نانولوله نقره-دی الکتریک به عنوان فرامواد های پربولیکی در بازه مرئی در نظر گرفته شده و پراکندگی، زمانی که نور قطبیده TE به طور عمود به سطح جانبی نانولوله برخورد می کند بررسی شده است. بازده پراکندگی به عنوان تابعی از طول موج به صورت تحلیلی در شرایط مختلف بدست آمده است. نتایج به دست آمده کاهش شدید پراکندگی را در محدوده وسیعی از طیف مرئی نشان می دهد که شامل طول موجی است که در آن گذردهی الکتریکی زاویه ای موثر ساختار صفر شده است. این کاهش شدید پراکندگی کاربردهای بالقوه ای در نامرئی سازی دارد.

کلید واژه : فرامواد، نانو لوله، نامرئی سازی.

## Anomalously low scattering of hyperbolic metamaterial based on Ag-dielectric nanotube in the broad range of visible spectrum

Mina Vafaei<sup>1</sup>, Mahmood Moradi<sup>1</sup>, Gholamhossein Bordbar<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, Shiraz University, Shiraz

**Abstract-** Metal-dielectric nanotubes represent a class of hyperbolic metamaterials with uniaxial permittivity tensor. In this study, the metal-dielectric nanotube as hyperbolic metamaterials was considered in the visible range and the light scattering was investigated when the transverse-electric polarized light normally incident to the side of the nanotube. Scattering efficiency was obtained as a function of the wavelength analytically in different conditions. The results show anomalously low scattering in the wide range of visible spectrum which includes the angular epsilon near zero wavelength. This anomalously low scattering has potential applications in invisibility.

Keywords: metamaterial, nanotube, invisibility.

## مقدمه

می شود بطوریکه  $a = d_m + d_d$  و نسبت پرشدگی لایه فلزی به صورت  $d_m/a$  بدست می آید. گذردهی الکتریکی لایه دی الکتریک با  $\epsilon_d$  و گذردهی الکتریکی فلز با  $\epsilon_m$  مشخص می شود که توسط مدل درود بدست می آید.

همانطور که می دانیم اگر پارامترهای هندسی ساختار بسیار کوچک تر از طول موج الکترومغناطیسی فضای آزاد ( $\lambda_0$ ) باشند، ساختار مورد نظر می تواند به عنوان محیط موثر در نظر گرفته شود و گذردهی الکتریکی موثر ساختار بدست آید [۲]. در اینجا بدلیل ویژگی زیرطول موج بودن دوره تناوب، نانولوله چندلایه را می توان بعنوان یک نانولوله فرامواد هایپربولیکی ناهمسانگرد شعاعی با یک تانسور گذردهی الکتریکی در نظر گرفت. در این مدل نانولوله فرامواد هایپربولیکی همان قطر هسته و ضخامت کل پوسته نانولوله چندلایه متناوب را دارد با این تفاوت که پوسته از یک ماده با تانسور گذردهی الکتریکی موثر قطری زیر تشکیل شده است.

$$\epsilon_{eff} = \begin{pmatrix} \epsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix} \quad (1)$$

که مولفه های روی قطر اصلی بصورت زیر بدست می آیند

$$\epsilon_r = \left( \frac{f_m}{\epsilon_m} + \frac{(1-f_m)}{\epsilon_d} \right)^{-1} \quad (2)$$

$$\epsilon_\theta = \epsilon_z = f_m \epsilon_m + (1-f_m) \epsilon_d$$

## تجزیه و تحلیل تئوری

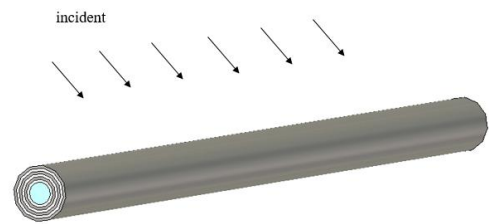
نانو لوله چند لایه فلز-دی الکتریک را به عنوان یک سیستم غیر مغناطیسی پریودیک در نظر می گیریم که موج تختی با قطبش TE (میدان مغناطیسی در راستای Z) و بردار موجی در راستای X بطور عمود به آن برخورد می کند. در این بخش هدف محاسبه بازده پراکندگی از ساختار و کمینه کردن آن و حتی الامکان رساندن آن به صفر است. برای محاسبه بازده پراکندگی از روش تحلیلی پراکندگی مای-لورنتز استفاده می کنیم [۳].

میدان مغناطیسی در هر لایه m داخل نانولوله به صورت زیر

$$H_z^m = \sum_{n=0}^{\infty} [b_{n,m} J_n(k_m r) + c_{n,m} N_n(k_m r)] \cos(n\phi) \quad (3)$$

در سال های اخیر نامرئی سازی از موضوعات جالب توجه محققان علوم مختلف بوده است. قابلیت فرامواد دستکاری امواج الکترومغناطیسی، این ساختارهای مصنوعی را گزینه مناسبی برای دستیابی به نامرئی سازی معرفی کرده است. پیشرفت در این راستا با معرفی مواد پلاسمونیک و فرامواد الکترومغناطیسی که شامل اجزای زیر طول موج فلز و دی الکتریک هستند تسریع شده است. اخیرا نامرئی سازی به روش نظری در فرامواد هایپربولیکی مبتنی بر نانولوله های چند لایه فلز-دی الکتریک در بازه مرئی اثبات شده است. در این فرامواد پراکندگی نزدیک صفر در طول موج مشخصی که گذردهی الکتریکی زاویه ای صفر می شود برای نور قطبیده TE و TM بدست آمده است [۱].

در این مقاله فرامواد هایپربولیکی بر اساس نانولوله چند لایه نقره دی الکتریک در بازه مرئی در نظر گرفته شده و بازده پراکندگی برای ساختار، زمانی که تحت تابش عمودی نور قطبیده TE قرار میگیرد بررسی شده است. هندسه و دی الکتریک بکار رفته بگونه در نظر گرفته شده اند که سطح مقطع پراکندگی در گستره وسیعی از بازه مرئی به مقدار قابل ملاحظه ای کاهش یابد.



شکل ۱: نانو لوله چند لایه ای فلز-دی الکتریک

## ساختار نانولوله فرامواد هایپربولیکی

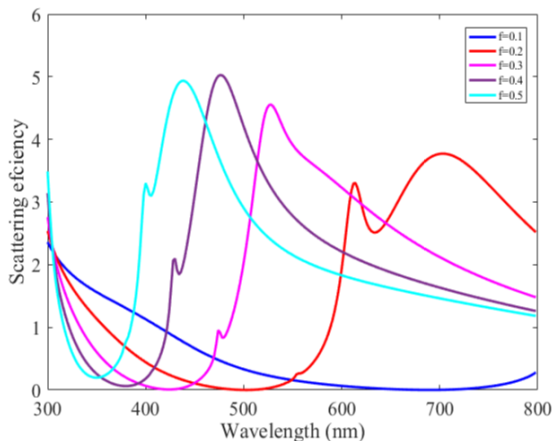
یک نانو لوله چند لایه فلز-دی الکتریک بسیار بلند با سطح مقطع دایره ای در نظر میگیریم که تحت تابش عمودی موج تخت قرار گرفته است (شکل ۱).

نانولوله هسته ای به قطر  $D$  از جنس هوا دارد و پوسته اطراف هسته را لایه های متناوب فلز و دی الکتریک با ضخامت کل  $d$  تشکیل می دهند. ضخامت لایه فلز، دی الکتریک و دوره تناوب ساختار لایه ای متناوب به ترتیب با  $d_m$ ،  $d_d$  و  $a$  مشخص

$$\varepsilon_{Ag} = 3.691 - \frac{9.152^2}{\left( (1.24/\lambda)^2 + i0.021(1.24/\lambda) \right)} \quad (10)$$

و با مقایسه دی الکتریک های مرسوم در بازه مرئی، دی اکسید آلومینیوم با گذردهی الکتریکی ثابت  $\varepsilon_{Al_2O_3} = 3$  به عنوان لایه دی الکتریک در کنار لایه نقره کمترین بازده پراکندگی در بازه مرئی را بدست می دهد.

با انتخاب نقره و دی اکسید آلومینیوم به عنوان لایه های متناوب، برای نانو لوله ای با قطر داخلی ۵۰ نانومتر و ضخامت پوسته ۶۰ نانومتر، مشاهده شد که کمترین بازده پراکندگی به ازای ضریب پرتشنگی ۰.۱ برای نقره  $f_{Ag} = 0.1$  بدست می آید (شکل ۲). همانطور که در شکل ۲ مشاهده می شود به ازای  $f_{Ag} = 0.1$  بازده پراکندگی به میزان قابل توجهی کاهش یافته است و در گستره ای حدود ۱۰۰ نانومتر تقریباً به مقدار صفر می رسد.



شکل ۲: بازده پراکندگی بر حسب طول موج به ازای نسبت های پرتشنگی متفاوت نقره

شکل ۳ گذردهی الکتریکی زاویه ایی نانو لوله را برای نسبت های پرتشنگی متفاوت نقره متناظر با شکل ۲ نشان می دهد. همانطور که مشاهده می شود برای هر نسبت پرتشنگی کاهش بازده پراکندگی در نزدیکی طول موجی اتفاق می افتد که گذردهی الکتریکی زاویه ای موثر نانولوله صفر شده است.

و در خارج از نانولوله به صورت زیر داده می شود

$$H_z = \sum_{n=0}^{\infty} [i^n e_n J_n(k_0 r) + a_n H_n^{(1)}(k_0 r)] \cos(n\varphi) \quad (4)$$

که  $k_m = \omega \sqrt{\mu_m \varepsilon_m}$  بردار موج در لایه m ام،  $k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$  بردار موج در خارج از نانولوله،  $J_n(kr)$ ،  $Y_n(kr)$  و  $H_n^{(1)}(kr)$  به ترتیب تابع بسل نوع اول، تابع بسل نوع دوم و تابع هنکل نوع اول هستند. میدان الکتریکی متناظر در هر ناحیه نیز توسط معادلات ماکسول به صورت زیر بدست می آید.

(5)

$$E_{\varphi}^m = \frac{k_m}{i\omega \varepsilon_m} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [b_{n,m} J_n'(k_m r) + c_{n,m} N_n'(k_m r)] \cos(n\varphi) \quad (6)$$

$$E_{\varphi} = \sum_{n=0}^{\infty} [i^n e_n J_n'(k_0 r) + a_n H_n^{(1)'}(k_0 r)] \cos(n\varphi)$$

در هسته نانولوله بدلیل وجود شعاع صفر میدان مغناطیسی فقط می تواند شامل جمله  $J_n(k_0 r)$  باشد یعنی برای همه جمله های n شرط  $c_{n,0} = 0$  برقرار است و بدون از دست دادن کلیت مساله می توانیم قرار دهیم  $b_{n,0} = 1$ . با اعمال شرط مرزی بین لایه ها به رابطه زیر می رسیم

$$\begin{pmatrix} b_{n,N+1} \\ c_{n,N+1} \end{pmatrix} = \frac{\pi}{2} \prod_{m=0}^N \begin{pmatrix} r_m \\ \varepsilon_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{n,m} & B_{n,m} \\ C_{n,m} & D_{n,m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{n,0} \\ c_{n,0} \end{pmatrix} \quad (7)$$

با بدست آمدن ضرایب آخرین لایه،  $b_{n,N+1}$  و  $c_{n,N+1}$ ، بازده پراکندگی به صورت زیر بدست می آید

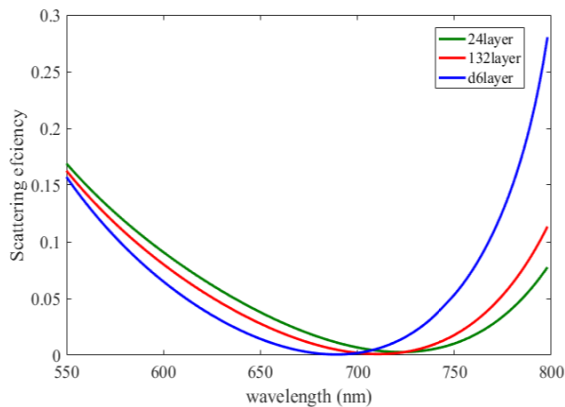
$$\sigma = \frac{2\lambda}{\pi(D+2a)} \sum_{n=0}^{\infty} e_n \left| \frac{b_{n,N+1}}{b_{n,N+1} - ic_{n,N+1}} \right|^2 \quad (8)$$

که

$$e_n = \begin{cases} 1 & 0 = n \\ 2 & 1 \leq n \end{cases} \quad (9)$$

در ادامه با انتخاب مناسب نوع فلز و دی الکتریک و نسبت پرتشنگی آنها بازده پراکندگی را برای گستره وسیعی از طیف مرئی به حداقل میرسانیم. بهترین گزینه برای لایه فلزی در بازه مرئی نقره می باشد که گذردهی الکتریکی آن با استفاده از مدل درود به صورت زیر می باشد [۱]

که در آن گذردهی الکتریکی زاویه ای موثر صفر می شود  
 نزدیک تر می شود.



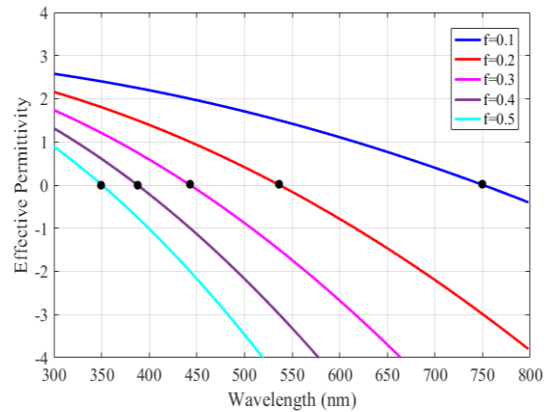
شکل ۵: بازده پراکندگی بر حسب طول موج به ازای تعداد لایه های متفاوت فلز-دی الکتریک در شرایط یکسان نسبت پرشدگی و ضخامت کل

#### ۴- نتیجه گیری

نانولوله فرامواد هایپربولیک نقره-دی الکتریک تحت تابش عمودی نور قطبیده TE در جهت کاهش بازده پراکندگی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان دادند که نانولوله نقره - دی اکسید آلومینیوم با نسبت پرشدگی ۰,۱ نقره و قطر هسته ۳۰ نانومتر کمترین میزان بازده پراکندگی را بدست می دهد. همچنین در این شرایط علاوه بر کاهش بازده پراکندگی در کل طیف مرئی، میزان آن در بازه ی حدود ۱۰۰ نانومتر تقریباً به صفر می رسد که می تواند در مساله نامرئی سازی بسیار حائز اهمیت باشد.

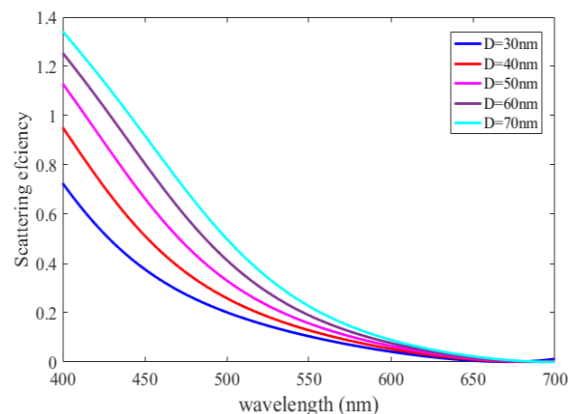
#### مراجع

- [1] K-H. Kim, Y-S. No, S. Chang, J-H. Choi, H-G Park, "Invisible Hyperbolic Metamaterial Nanotube at Visible Frequency", Sci. Rep. 5, 16027 (2015).
- [2] C. A. Foss, G. L. Hornyak, J. A. Stockert, and C. R. Martin, "Template synthesized nanoscopic gold particles: optical spectra and the effects of particle size and shape," J. Phys. Chem. 98, 2963-2971 (1994).
- [3] Bussey, H. & Richmond, J. Scattering by a lossy dielectric circular cylindrical multilayer, numerical values. IEEE Trans. Antennas Propag. 23, 723-725 (1975).



شکل ۳: گذردهی الکتریکی زاویه ای نانولوله فرامواد بر حسب طول موج برای نسبت های پرشدگی متفاوت نقره

در شکل ۴ تاثیر تغییر قطر هسته نانولوله بر بازده پراکندگی بررسی شده است که همانطور که در این شکل مشخص است، اگرچه با تغییر قطر هسته نانولوله بازه ای که بازده پراکندگی کمینه می شود تغییری نمی کند ولی با کاهش قطر هسته، بازده پراکندگی در طول موج ها دیگر کاهش می یابد.



شکل ۴: بازده پراکندگی بر حسب طول موج به ازای قطرهای متفاوت هسته نانولوله

در انتها در شکل ۵ نشان داده شده است که برای نانو لوله با مقادیر مشخص و ثابت قطر هسته، نسبت پرشدگی نقره و ضخامت کل پوسته، با افزایش تعداد لایه های فلز-دی الکتریک یا عبارتی با کم شدن ضخامت هر دوره تناوب (a)، بازه طول موجی که در آن بازده پراکندگی صفر می شود به سمت طول موج های بالاتر می رود. عبارتی دیگر با کم شدن ضخامت لایه ها، بازه طول موجی که بازده پراکندگی در آن صفر می شود به طول موجی متناظری