



بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران.  
۹-۱۱ بهمن ۱۳۹۷



## پایداری امواج سطحی بر روی پلاسمای کوانتومی ابرچگال

مریم تحفه<sup>۱</sup>، لیلا رجایی<sup>۲</sup>، صدیقه میرابوطالبی<sup>۱</sup>، لاله فرهنگ متین<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال، تهران، ایران

<sup>۲</sup> دانشکده فیزیک، دانشگاه قم، قم، ایران

در این مقاله به مطالعه‌ی اثرات غیرخطی در تشکیل و برانگیختگی امواج سطحی، در مرز مشترک بین یک محیط پلازما و خلاء می‌پردازیم. محیط پلازما را ابرچگال فرض نموده و برای آن اثرات کوانتومی در نظر می‌گیریم. سپس شرایط برانگیختگی امواج سطحی را بر روی سطح آن، در مجاورت خلاء، مورد مطالعه قرار می‌دهیم. این امواج سطحی به صورت خطی دارای پایداری کمی هستند. دامنه میدان الکتریکی امواج سطحی هم به صورت تحلیلی و هم به صورت عددی محاسبه می‌شود. همچنین شرایط پایداری امواج سطحی برانگیخته را با بررسی رابطه پاشندگی، بدست می‌آوریم.

کلید واژه: امواج سطحی، پلاسمای چگال کوانتومی، پلاسمون، رابطه پاشندگی

## The stability of plasma surface wave on the quantum over-dense plasma

M. Tohfeh<sup>1</sup>, L. Rajae<sup>2</sup>, S. Miraboutalebi<sup>1</sup>, L. Farhang matin<sup>1</sup>

1 Department of Physics Islamic Azad University, Tehran, Iran

2 Department of Physics University of Qom, Qom, Iran

In this paper, we study the nonlinear effects on the excitation of the surface waves on a plasma-vacuum interface. We suppose that the plasma medium is over-dense and shows quantum effects. Then, the conditions for the excitation of the surface waves on its interface with vacuum are investigated. These surface waves are linearly weakly stable. The amplitude of the electric field of the surface wave are calculated both analytically and numerically. Also, it is obtained the conditions appropriate for the stability of the surface wave by investigating the corresponding dispersion relation.

**Keywords:** Surface waves, Quantum over dense plasma, Plasmon, Dispersion relation.



## مقدمه

فوق چگال خواهد شد که در این حالت می توان مقادیر میدان الکتریکی و پتانسیل ایجاد شده را محاسبه نمود [7]. ویژگی مهم این امواج را می توان در ماکزیمم بودن دامنه آنها در سطح پلاسما نسبت به نواحی دیگر آن دانست. پدیده های موجود در پلاسما را می توان به صورت خطی و یا غیرخطی بررسی کرد [8]. مشخصه مهم یک نظریه خطی برقراری اصل برهم نهی است که کمک زیادی در ساده کردن ساختارهای ریاضی یک نظریه می کند. دانشمندان در دهه های اخیر توجه زیادی به پدیده های غیرخطی نشان می دهند زیرا ارتباط تنگاتنگ با تکنولوژی دارد. در پژوهش حاضر، با در نظر گرفتن جنبه های کوانتومی برای یک محیط پلاسمای ابرچگال، به بررسی مجموعه معادلات حاکم بر محیط پرداخته می شود. سپس ضمن بدست آوردن رابطه پاشندگی انتشار امواج سطحی مورد بررسی قرار می گیرد. در پایان پس از انجام برآوردهای عددی و بررسی حالت های خاص، نتیجه گیری پژوهش ارائه می شود.

## معادلات بنیادی امواج الکترومغناطیسی

نخست به بررسی عبور امواج الکترومغناطیسی از داخل یک پلاسمای فوق چگال مغناطیده می پردازیم. بدین منظور معادلات بنیادی ماکسول و اندازه حرکت را با استفاده از روش اختلال حل می نماییم. برای انجام این کار میدان های الکتریکی و مغناطیسی و چگالی جریان و نیز پتانسیل را به صورت یک ترم اختلالی و یک ترم غیراختلالی در نظر گرفته و کمیت های میدان الکتریکی و پتانسیل در پلاسمای فوق چگال مغناطیده را محاسبه می نماییم. برای این منظور معادلات ماکسول به شکل زیر در نظر گرفته می شود:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{e}{m} E + \frac{V_{Fe}^2}{n_0(x)} \nabla n - \frac{\hbar^2}{4m^2 n_0(x)} \nabla \nabla^2 n + \frac{e}{m} (V \times B) = 0 \quad (1)$$

پیشرفتهای گسترده در حوزه نانو تکنولوژی و نیز گرایش روزافزون به علم و فناوری نانو، مطالعه پدیده های نوری در مقیاس نانومتری را امری اجتناب ناپذیر می کند. طی چند سال اخیر تحقیقات زیادی درباره انتشار امواج در پلاسما صورت گرفته است [1]. در این میان امواج الکترومغناطیسی که در سطح پلاسما منتشر می شوند از اهمیت فراوانی برخوردارند. این امواج در طول فصل مشترک پلاسما-خلاء منتشر می شوند و از نظر کیفی لزوماً به خواص محیط و شرایط مرزی بستگی دارند. در سالهای اخیر مواد مصنوعی یا به عبارت دیگر شبه مواد با ضریب شکست منفی کاربردهای جدیدی در زمینه های مختلف علم و فن آوری یافته اند [2]. پژوهشها نشان می دهد که عبور غیرعادی امواج الکترومغناطیسی و جذب تشدیدی این امواج از اینگونه مواد، ناشی از برانگیختگی مدهای سطحی و یا پلاسمون ها می باشد [3,4]. پلاسمون های سطحی، پلاسمون های محدود شده به سطح هستند و به شدت با نور ناشی از پلاریتون ها واکنش نشان می دهند [5]. آنها در فصل مشترک بین خلاء و مواد با ثابت دی-الکتریک موهومی کوچک مثبت و حقیقی بزرگ منفی (معمولاً فلز و دی الکتریک آلاینده) رخ می دهد. برای بررسی پلاسمون سطحی، ابتدا باید رفتار فلزات در مقابل میدان الکترومغناطیسی نور مورد مطالعه قرار گیرد. پاسخ اپتیکی فلزات توسط تابع دی الکتریک آنها شناخته می شود [6]. امواج الکترومغناطیسی بعد از عبور از لایه دی الکتریک به صورت موج گذرا درآمده و آنگاه بر روی سطح مرزی بین دی الکتریک و پلاسما موجب برانگیزش مدهای سطحی پلاسما می شوند. ایجاد امواج سطحی موجب انتقال انرژی الکترومغناطیسی از ماده ی پلاسمای

$$v_{th}^2 \nabla^4 \varphi_1(x) + (1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}) \nabla^2 \varphi_1(x) = 0 \quad (12)$$

در این روابط ضریب گذردهی معادل یک پلاسما به صورت  $\mathcal{E} = (1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2})$  تعریف می‌شود و زمانی که  $\omega_p < \omega$  شود آنگاه  $\mathcal{E} < 0$  خواهد شد. برای انگیخته شدن مناسب این مودهای سطحی نیاز به امواج میرا می‌باشد لذا برای حل معادله (۱۲) پتانسیل را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\varphi_1(x) = A(c_1 e^{-k_y x} + c_2 e^{+k_y x} + c_3 e^{-\alpha x} + c_4 e^{+\alpha x}) \quad (13)$$

با قرار دادن معادله (۱۳) در روابط (۹) و (۱۰) می‌توان مقادیر سرعت‌های خطی را در دو راستای  $x$  و  $y$  به صورت زیر محاسبه نمود:

$$v_{1x} = -i \frac{\omega_p^2}{\omega^2} k_y c_1 e^{-k_y x} - i \alpha c_3 e^{-\alpha x} \quad (14)$$

$$v_{1y} = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2} k_y c_1 e^{-k_y x} - k_y c_3 e^{-\alpha x} \quad (15)$$

با در نظر گرفتن پتانسیل هوا به صورت  $\varphi(x) = A e^{k_y x}$  و با اعمال شرایط مرزی و حل معادلات (۹) و (۱۰) ضرایب مجهول  $C_3, C_1$  به شکل زیر بدست می‌آیند:

$$c_1 = \frac{(\alpha + k_y)}{(\alpha - k_y)} A, c_3 = \frac{2k_y}{(k_y - \alpha)} A \quad (16)$$

توجه شود که  $A$  یک مقدار ثابت است. تابع پتانسیل برای پلاسمای چگال مغناطیده در اختلال مرتبه اول به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\varphi_1(x) = \frac{(\alpha + k_y)}{(\alpha - k_y)} A e^{-k_y x} + \frac{2k_y}{(k_y - \alpha)} A e^{-\alpha x} \quad (17)$$

سپس با استفاده از روش عددی نتایج بدست آمده برای پتانسیل موج سطحی ایجاد شده در داخل پلاسما با شکل‌های (۱) و (۲) داده می‌شوند. همچنین با استفاده از صفر قرار دادن دترمینان ضرایب، ماتریس رابطه پاشندگی بدست می‌آید.

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n_0(x)V) = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \cdot E = -4\pi e \quad (3)$$

$$\nabla \times E = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} \quad (4)$$

در این روابط  $\vec{E}, \vec{B}, \vec{V}$  به ترتیب سرعت حامل‌های بار و میدان مغناطیسی و الکتریکی است و  $n_0$  چگالی حاملین بار الکتریکی هستند. همچنین یونها بدون حرکت فرض شده‌اند. بخش زمانی کمیتها به شکل  $e^{-i\alpha x}$  در نظر گرفته شده و در این صورت از معادلات (۱) و (۲) و (۳) معادله موج خطی به شکل زیر در می‌آید:

$$-i\alpha n \bar{v} + n(\bar{v} \cdot \bar{\nabla}) \bar{v} = \frac{en}{m} \nabla \varphi(x) - v_{th}^2 \bar{\nabla} n \quad (5)$$

$$-i\alpha n + \bar{\nabla} \cdot n \bar{v} = 0 \quad (6)$$

$$\nabla^2 \varphi(x) = 4\pi e \quad (7)$$

در اینجا  $n$  و  $v$  نشان دهنده کمیات مختل شده سرعت و چگالی الکترونها هستند. همچنین  $e$  و  $m$  به ترتیب بار و جرم الکترون است. با اعمال تبدیلات زیر کمیت‌های بعددار معادلات بالا بدون بعد می‌شوند:

$$\tilde{n} = \frac{n}{n_0}, \tilde{\varphi} = \frac{\varphi}{\varphi_0}, |\tilde{v}| = \frac{v}{c} \quad (8)$$

که در این روابط  $\omega = kc$  می‌باشد. با استفاده از روش تقریب معادلات (۵) و (۶) و (۷) به صورت زیر نوشته می‌شوند و برای ساده‌سازی علامت  $\sim$  حذف گردیده است:

$$n \bar{v} + i n (\bar{v} \cdot \bar{\nabla}) \bar{v} = i \frac{\omega_p^2}{\omega^2} n \bar{\nabla} \varphi(x) - i v_{th}^2 \bar{\nabla} n \quad (9)$$

$$n + i \bar{\nabla} \cdot n \bar{v} = 0 \quad (10)$$

$$\nabla^2 \varphi(x) = n \quad (11)$$

در ادامه برای محاسبه پتانسیل با توجه به نظریه اختلال در این تقریب تا تقریب مرتبه دوم را نوشته و پس از خطی کردن روابط برای مرتبه اول خواهیم داشت:

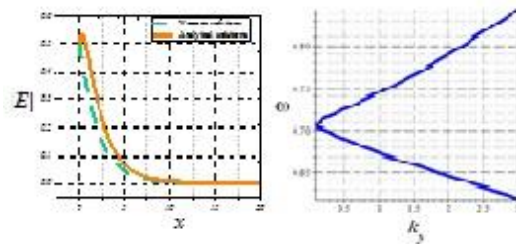
تحلیلی به دست آمده معادلات (۱۸) تاثیر عوامل مختلف بر رابطه پاشندگی امواج نمایان شد. به منظور محاسبه میدانهای الکتریکی و رابطه پاشندگی امواج سطحی باید معادلات غیر خطی حل شوند با توجه به اینکه این معادلات غیرخطی هستند و جواب تحلیلی ندارند در این مقاله با استفاده از روش خطی سازی جواب مرتبه اول برای آنها بصورت تحلیلی بدست آمده و سپس با استفاده از نرم افزار PDE مجموعه معادله حل عددی شده و جوابها در دو حالت با یکدیگر مقایسه شده اند. نتایج نشان می دهند که تقریب خطی بسیار نزدیک به حالت کلی است همچنین رابطه پاشندگی امواج سطحی در حالت خطی بدست آمده و شرایط پایداری موج سطحی بررسی شدند.

### مرجع ها

- [1] J. B. Pendry, D. Schurig, D. R. Smith. "Controlling electromagnetic fields." *Science*, 312(2006) 1780.
- [2] T. Suyama, Y. Okuno and T. Matsuda. "Surface Plasmon resonance absorption in a multilayered thin film grating." *J. Electromagnetic Waves and Applications*, 23 (2009) 1773.
- [3] Yu. P. Biliokh, Plasmon mechanism of light transmission through a metal film or a plasma layer, *Optics Communications* 259(2), 2006.
- [4] Gradov O M and Stenflo L 1982 *Phys.Scr.*25 631.
- [5] T. W. Ebbesen, H. J. Lezec, H. F. Ghaemi, T. Thio, P. A. Wolff. "Extraordinary optical transmission through sub-wavelength whole arrays." *Nature*, 391 (1998) 667.
- [6] J. Valentine, S. Zhang, T. Zentgraf, E. Ulin-Avila, D. A. Genov, G. Bartal, and X. Zhang. "Three-dimensional optical metamaterial with a negative refractive index." *Nature*, 455 (2008) 376.
- [7] L. Rajaei, S. Miraboutalebi and B. Shokri. "Transmission of electromagnetic wave through a warm over-dense plasma layer with dissipative factor." *Physica Scripta*, (2011) 8949.
- [8] S. Miraboutalebi, L Rajaeae, and M. K. Khadivi Borogeni, 7 (2013) 1.

$$\omega_1'^2 = -\frac{1}{2} \frac{1}{k_y v_{th} - 1}, \omega_2'^2 = -\frac{1}{2} \frac{1}{k_y^2 v_{th}^2 + 1} \quad (18)$$

در اینجا برای حالت  $k_y v_{th} \ll 1$  حالت پایدار بدست می آید. سپس با استفاده از نرم افزار میپل رابطه پاشندگی در نمودار شکل (۱) نشان داده شده است. در این نمودار رابطه پاشندگی به صورت  $\omega$  بر حسب  $k_y$ ، برای سرعت حرارتی  $v_{th} = 0.1$ ، رسم شده است. مطابق با این شکل، به ازای هر  $k_y$ ، دو دسته جواب، با  $\omega$  مثبت و قابل قبول موجود است.



شکل ۱ و ۲ به ترتیب از راست به چپ: شکل ۱ نمودار پاشندگی برای سرعت حرارتی و شکل ۲ تغییرات میدان الکتریکی بر حسب مکان

در شکل (۲) نمودار توزیع میدان الکتریکی بر حسب مکان به ازای مقدار مشخص  $A=0.5$  رسم شده است. در اینجا در حالت خطی میدان الکتریکی در مرز پلاسما بر حسب مکان رسم شده است همانطور که انتظار داشتیم امواج در امتداد عمود بر مرز میدان میرا می شود. جوابهای عددی و تحلیلی با تقریب خوبی به یکدیگر نزدیک هستند. در اینجا با استفاده از نرم افزار میپل رابطه پاشندگی در نمودار شکل (۲) نشان داده شده است. در این نمودار رابطه پاشندگی به صورت  $\omega$  بر حسب  $k_y$ ، برای سرعت حرارتی  $v_{th} = 0.1$ ، رسم شده است. مطابق با این شکل، به ازای هر  $k_y$ ، دو دسته جواب، با  $\omega$  مثبت و قابل قبول موجود است.

### نتیجه گیری

در این مقاله انتشار امواج سطحی در محیط پلاسما بررسی شد. بدین منظور مجموعه ای از معادلات سیال شامل معادلات ماکسول و معادلات پیوستگی به کار گرفته شدند تا رابطه پاشندگی برای امواج مورد نظر بدست آورده شوند. در روابط