



بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و  
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس  
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،  
دانشگاه شیراز،  
شیراز، ایران.  
۹-۱۱ بهمن ۱۳۹۷



## تأثیر قدرت جفت شدگی بر رفتار نوری یک جفتگر ۳×۳

آمنه شفیعی<sup>۱</sup>، مهدی بهادران<sup>۲\*</sup>، محسن حاتمی<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

\*نویسنده رابط: مهدی بهادران

چکیده - در این مقاله به طور تئوری ویژگی های اتصال یک موجبر و دو میکرو حلقه در یک جفتگر ۳×۳ مورد بررسی قرار می گیرد و به کمک تئوری مد جفت شده تابع انتقال نوری برای یک گرد زنشگر با جفتگر ۳×۳ بدست می آید. روش تحلیلی که ارائه دادیم برای امواج عبوری در اتصالات موجبری که به صورت خطی و دایره ای توزیع شده اند، مناسب است. اثرات ضریب جفت شدگی در طیف عبوری یک جفتگر ۳×۳، با جزییات مورد بررسی قرار داده ایم. همچنین با توجه به تابع انتقال اپتیکی یک جفتگر ۳×۳، نشان می دهیم انتقال نوری بر حسب طول موج را با تغییر توان جفت شدگی بین موجبر و میکرو حلقه ها میتوان تنظیم کرد.

کلیدواژه- گرد زنشگر، جفتگر ۳×۳، تئوری مد جفت شده، جفتگر خطی، جفتگر دایره ای

## Effect of Coupling Strength on the Light Behavior through a 3×3 Coupler

Amene Shafiee<sup>1</sup>, Mahdi Bahadoran<sup>2</sup>, Mohsen Hatami<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Department of Physics, Shiraz University of Technology, 31371555, Shiraz, Fars, Iran A.  
A.shafiee@sutech.ac.ir

<sup>2</sup> Department of Physics, Shiraz University of Technology, 31371555, Shiraz, Fars, Iran  
bahadoran@sutech.ac.ir

<sup>3</sup> Department of Physics, Shiraz University of Technology, 31371555, Shiraz, Fars, Iran  
hatami@sutech.ac.ir

**Abstract-**We theoretically study the transmission characteristics of  $3 \times 3$  optical coupler including a waveguide and two ring resonators using coupled mode theory. Our analytical approach is suitable for either linearly distributed couplers or circularly symmetric distributed coupler. Effect of coupling strength on the transmittance of a  $3 \times 3$  coupler is investigated in detail. Based on optical transfer function of a  $3 \times 3$  coupler, we show that the optical transmittance versus wavelength can be calibrated based on the coupling strengths of side couplers.

**Keywords:** coupled resonators; analytical solution; transmittance; coupled mode theory

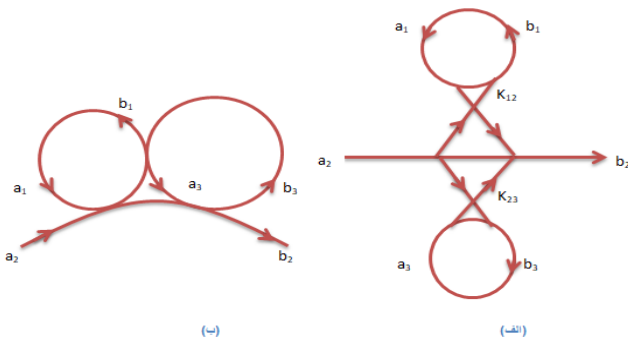
## مقدمه

گرد زشگرها دارای کاربردهای علمی مهمی در سیستم های ارتباط نوری هستند. بدست آوردن تابع تبدیل اپتیک در سیستم های اپتیکی و فوتونیک از اهمیت ویژه ای برخوردار است. تا کنون مطالعات زیادی بر روی محاسبه تابع انتقال نوری در سیستم های شامل جفتگرهای  $2 \times 2$  انجام شده است [۱-۴] ولی مطالعه روی جفتگرهای  $3 \times 3$  به علت پیچیدگی محاسباتی کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. در سال ۲۰۰۴ منگ و همکاران معادله ای ویژه مقداری بر اساس چند جمله ای چیبشف<sup>۱</sup> برای جفتگرهای  $3 \times 3$  حل کردند که مناسب برای توزیع های خطی و دایره ای بود [۵]. محدودیت روش آنها این است که بایستی ضریب های جفت شدگی دو حلقه با هم برابر باشند. در سال ۲۰۰۷ توتسوکا و همکارانش ماتریس انتقال جفتگر  $2 \times 2$  را برای شفافیت القاییده در نورکند بدست آوردند [۶].

در این مقاله ابتدا به کمک روش تئوری مد جفت شده به حل تحلیلی معادلات برای جفتگر  $3 \times 3$  می پردازیم و سپس تابع انتقال اپتیکی را مورد بررسی قرار می دهیم.

## تئوری مد جفت شده برای جفتگر $3 \times 3$

محل اتصال بین موجبرها را جفتگر می نامیم. مطابق شکل ۱ دو نوع جفتگر  $3 \times 3$  وجود دارد که ناحیه جفت شدگی بین موجبرها می توانند دارای توزیع خطی (شکل ۱-الف) یا دارای توزیع مثلثی/دایره ای (شکل ۱-ب) باشند. برای سیستم های با توزیع خطی دو جفتگر قوی ( $K_{12}, K_{13}$ ) و یک جفتگر بسیار ضعیف ( $K_{13} = 0$ ) و در سیستم های با توزیع دایره ای، سه ناحیه جفتگری مجزا با مقادیر مختلف ( $K_{12}, K_{13}, K_{23}$ ) در نظر می گیریم.



شکل ۱: پیکر بندی سیستمی شامل دو گرد زشگر و یک موجبر دارای جفتگر  $3 \times 3$  با توزیع الف) خطی ( $K_{13}=0$ ) ب) دایره ای  $K_{13} \neq 0$

مطابق شکل ۱-الف هنگامی که یک سیگنال نوری که از سمت چپ موجبر وارد سیستم می شود به دو قسمت تقسیم میشود. قسمتی از مسیر موج ورودی از جفتگر بالایی،  $K_{12}$  عبور کرده و به حلقه بالا می رسد و قسمتی نیز به کمک جفتگر پایینی،  $K_{23}$  به حلقه پایین می رسد. موج ورودی در حلقه ها پس از یک دور چرخش اختلاف فازی به اندازه  $k_i$  پیدا خواهد کرد. در این مقاله، ابتدا یک حالت کلی را بررسی می کنیم که در آن ضریب جفت شدگی<sup>۲</sup> بین موجبرها و میکرو حلقه متفاوت باشد. با استفاده از تئوری حالت اتصال<sup>۳</sup>، تغییرات دامنه میدان های موجبرهای موجود در جفتگر،  $a_i$ ، توسط مجموعه ای از معادلات دیفرانسیل به صورت زیر بدست می آید

$$\begin{pmatrix} 0 & iK_{12}k/2 & iK_{13}k/2 \\ ikK_{12}/2 & 0 & iK_{23}k/2 \\ ikK_{13}/2 & iK_{23}k/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial a_1 / \partial z \\ \partial a_2 / \partial z \\ \partial a_3 / \partial z \end{pmatrix} \quad (1)$$

در اینجا  $k$  عدد موج و  $z$  تغییرات طول جفتگر می باشند. در حالت انتقال ضعیف<sup>۴</sup> می توان فاز وابسته به زمان را حذف کرد و دامنه موج را به صورت زیر نشان داد:

(۲)

<sup>2</sup> Coupling coefficient

<sup>3</sup> Coupled-mode theory

<sup>4</sup> Weak-guide approximation

<sup>1</sup>chebyshev

### پیکر بندی خطی و دایره ای متقارن:

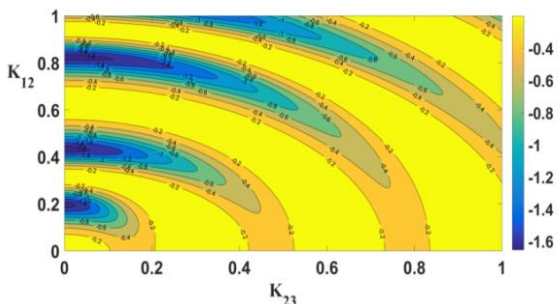
از آنجاکه در پیکر بندی خطی  $K_{13} = 0$  است، با کمک روابط بالا ماتریس تبدیل برای جفتگر  $3 \times 3$  با توزیع خطی به صورت زیر بدست می آید از تعریف اختلاف فاز ایجاد شده در گرد زنشگرها ( $a_1 = \xi_1 b_1$  و  $a_3 = \xi_3 b_3$ ) نسبت دامنه میدان خروجی به ورودی به شکل زیر خواهد بود

$$T = \frac{A - (K_{23}^2 A + K_{12}^2) \frac{\xi_1}{p} - (K_{12}^2 A + K_{23}^2) \frac{\xi_3}{p} + \xi_1 \xi_3}{1 - (K_{12}^2 A + K_{23}^2) \frac{\xi_1}{p} - (K_{23}^2 A + K_{12}^2) \frac{\xi_3}{p} + A \xi_1 \xi_3} \quad (7)$$

که در آن  $A = \cos(0.5\tau\sqrt{p})$  است.

### شبیه سازی

در اینجا برای گرد زنشگرهای شکل ۱-الف، موجبری از جنس  $Geo-Sio_2$  با ضریب شکست گروه  $[n_g = 1.46]$  بکار می بریم. شعاع گرد زنشگر بالا  $R_1 = 99.1 \mu m$ ، عدد مد زنشگر بالا  $N_1 = 3$ ، ضریب جذب خطی موجبر  $\alpha = 10 dB/m$ ، فاز  $\tau/2 = 10$ ، و شعاع گرد زنشگر پایین  $R_3 = 26.2 \mu m$ ، عدد مد زنشگر پایین،  $N_3 = 2$  می باشند. در شکل ۲، نمودار انتقال نوری برای میزان جفت شدگی متغیر از صفر تا ۱۰۰ درصد رسم شده است. نمودار برای میزان مختلف جفت شدگی دارای افت و خیزهای زیادی است. مختصات ۶ نقطه را به طور تصادفی از نمودار شکل ۲ انتخاب شد به گونه ای که مختصات ۲ نقطه در کمترین، ۲ نقطه در میانگین و ۲ نقطه در بیشترین مقدار انتقال نوری از سیستم شکل ۱-الف باشد.



شکل ۲: نمودار عبور از جفتگر  $3 \times 3$  خطی بر حسب دو جفتگر  $K_{12}$  و  $K_{23}$

با در نظر گرفتن این مقادیر  $K_{12}$  و  $K_{23}$  نسبت میدانهای عبوری به ورودی در جفتگر  $3 \times 3$  خطی بر حسب طول موج در شکل ۳ شبیه سازی شده اند که کمترین مقادیر جفتگری در

$$a_m = \varphi_m(x_i) e^{-i\beta z}, m=1,2,3$$

که  $\varphi_m$  تابعی از ویژه مقدار  $x_i = \beta/k$  است و  $\beta$  ثابت انتشار است. با قرار دادن معادله (۱) در معادله (۲)، دستگاه معادلات به صورت همگن تبدیل می شود. با قرار دادن دترمینال ضرایب برابر با صفر داریم:

$$\begin{cases} (2x_i)^3 - p(2x_i) + q = 0 \\ p = K_{13}^2 + K_{23}^2 + K_{12}^2 \\ q = 2K_{12}K_{13}K_{23} \end{cases} \quad (3)$$

با کمک رابطه  $\varphi_1^2(x_i) + \varphi_2^2(x_i) + \varphi_3^2(x_i) = 1$  ضریب بهنجارش بدست می آید. از آنجا که  $\varphi_m(x_i), \tilde{\varphi}_n(x_i)$  مجموعه کاملی را تشکیل می دهند، برای بدست آوردن مقادیر ویژه  $x_1, x_2, x_3$  لازم است معادله ویژه مقادیری را حل کنیم. این معادله جوابی به صورت  $\lambda_1 = \sqrt{\frac{-4p}{3}} \cos(\theta)$  خواهد داشت با توجه به این که موجبرها در سه راس مثلث متساوی الاضلاع قرار دارد، ویژه مقادیر دارای اختلاف  $2\pi/3$  خواهند بود. با در نظر گرفتن  $\lambda_i = -2x_i$  می توان ویژه مقادیر  $x_1, x_2, x_3$  را به صورت زیر نوشت.

$$\begin{cases} x_1 = \frac{\sqrt{\frac{4p}{3}} \cos(\theta)}{2} \\ x_2 = \frac{\rho}{2} \left( \frac{+\cos(\theta)}{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta \right) \\ x_3 = \frac{\rho}{2} \left( \frac{\cos(\theta)}{2} - \sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta \right) \end{cases} \quad (4)$$

می توانیم با استفاده تعریف  $x_i$  و تعریف  $a_m$  و رابطه متعامد ماتریس زیر را تشکیل دهیم.

$$x(\tau) = \begin{pmatrix} \varphi_1(x_1)e^{-ix_1\tau} & \varphi_1(x_2)e^{-ix_2\tau} & \varphi_1(x_3)e^{-ix_3\tau} \\ \varphi_2(x_1)e^{-ix_1\tau} & \varphi_2(x_2)e^{-ix_2\tau} & \varphi_2(x_3)e^{-ix_3\tau} \\ \varphi_3(x_1)e^{-ix_1\tau} & \varphi_3(x_2)e^{-ix_2\tau} & \varphi_3(x_3)e^{-ix_3\tau} \end{pmatrix} \quad (5)$$

در اینجا  $\tau = kz$  نشان دهنده قدرت بر هم کنش بین موجبر و میکرو حلقه است. نقطه  $z=0$  شروع ناحیه جفتگری و  $z=L$  نشاندهنده انتهای جفتگر است. پس اگر فرض کنیم ماتریس  $R(\tau)$  ارتباط دهنده بین دامنه سیگنالهای خروجی و دامنه سیگنالهای ورودی باشد، در نقطه انتهای جفتگر ماتریس تبدیل به صورت زیر خواهد بود.

$$R(\tau) = x(\tau)x^{-1}(0) \quad (6)$$

### مرجع‌ها

[۱] Sanchez, F., Optical bistability in a  $2 \times 2$  coupler fiber ring resonator: parametric formulation. *Optics communications*, 1997. 142(4-6): p. 211-214.

[۲] Smith, L., L. Tenerz, and B. Hok. *Silicon micromachined (2x2) opto coupler*. in *Optical Interconnections and Networks*. 1990. International Society for Optics and Photonics.

[۳] Shoaib, M., M. Younus, and M. Shakeel. A comparative study on the effect of geometrical parameters on characteristics of  $2 \times 2$  Single Mode coupler. in *Applied Sciences and Technology (IBCAST), 2017 14th International Bhurban Conference on*. 2017. IEEE.

[۴] Dumais, P., et al.  $2 \times 2$  multimode interference coupler with low loss using 248 nm photolithography. in *Optical Fiber Communication Conference*. 2016. Optical Society of America.

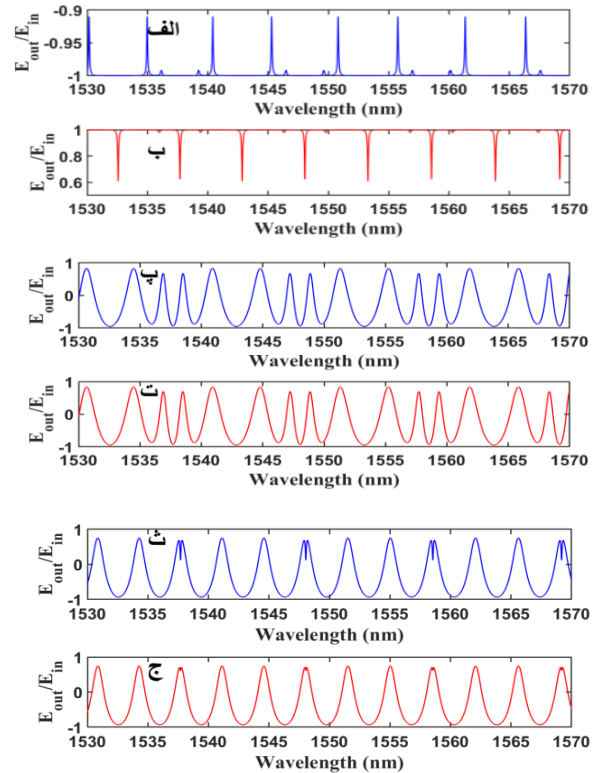
[۵] Meng, Y.-C., et al., Analytical solutions of coupled-mode equations for multiwaveguide systems, obtained by use of Chebyshev and generalized Chebyshev polynomials. *JOSA A*, 2004. 21(8): p. 1518-1528.

[۶] Totsuka, K., N. Kobayashi, and M. Tomita, *Slow light in coupled-resonator-induced transparency*. *Physical review letters*, 2007. 98(21): p. 213904.

[۷] Oda, K., N. Takato, and H. Toba, *A wide-FSR waveguide double-ring resonator for optical FDM transmission systems*. *Lightwave Technology, Journal of*, 1991. 9(6): p. 728-736.

شکل‌های ۳-الف/ب، مقادیر میانگین جفتگری در شکل‌های ۳-

پ/ت و مقادیر بیشینه جفتگری در شکل‌های ۳-ث/ج رسم شده اند.



شکل ۳. نمودار نسبت میدانهای خروجی به ورودی در یک جفتگر

جفتگر  $3 \times 3$  خطی بر حسب طول موج با مقادیر جفتگری (الف)

(پ)  $K_{23}=0.59; K_{12}=0.2$

(ب)  $K_{23}=0.29; K_{12}=0.1$

(ت)  $K_{23}=0.29; K_{12}=0.1$

(ث)  $K_{23}=0.015; K_{12}=0.19$

(ج)  $K_{23}=0.25; K_{12}=0.82$

نتایج نشان می‌دهد میزان عبور به شدت تابع میزان جفت شدگی در جفتگرهای بالا و پایین می‌باشد و تغییر درصد جفت شدگی باعث تغییر مکان قله تشدید در خروجی سیستم می‌شود. همچنین به کمک ایجاد تغییر در قدرت جفتگرها و یافتن نسبت  $K_{13}$  و  $K_{23}$  می‌توان خروجی سیستم را کالیبره کرد.

### نتیجه‌گیری

ویژگی‌های اتصال یک جفتگر  $3 \times 3$  به کمک تئوری مد جفت شده مورد بررسی قرار گرفت و تابع انتقال نوری برای یک گرد زنشگر بدست آمد. نشان دادیم با توجه به تابع انتقال اپتیکی بدست آمده می‌توان نسبت میدانهای ورودی به خروجی و مکان قله های تشدید در طیف طول موجی را با تغییر توان جفت شدگی بین موجبر و میکرو حلقه‌ها کنترل کرد.