



بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و  
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس  
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،  
دانشگاه شیراز،  
شیراز، ایران.  
۹-۱۱ بهمن ۱۳۹۷



## تولید میدان عقبه لیزری توسط موج غیرعادی (موج x) با فرکانس‌های مختلف در پلاسمای مغناطیده

یگانه حیدرزاده<sup>۱</sup>، زهرا غلامی رستم<sup>۱</sup>، حامد مویدی<sup>۲</sup>، حسین آکو<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل، ایران

<sup>۲</sup>گروه آموزشی فیزیک پر تویزشکی، دانشگاه ولنگانگ، استرالیا

چکیده - در این مقاله، انتشار موج غیرعادی (پالس لیزر قطبیده بیضوی) در یک پلاسمای مغناطیده و تولید میدان عقبه ناشی از آن، در نظر گرفته شده است. با توجه به رابطه پاشندگی موج غیرعادی، رفتار و تغییرات سرعت گروه این موج، در شرایط گوناگون مورد بررسی قرار گرفته و با نوشتن معادلات حاکم، دامنه و همچنین پتانسیل میدان عقبه، در فرکانس‌های مختلف لیزری و فرکانس سیکلوترونی، مطالعه شده است.

کلید واژه - پلاسمای مغناطیده، موج غیرعادی، میدان عقبه

### Laser wakefield generation by extra-ordinary wave (x-wave) with various frequencies in magnetized plasma

Y. Heydarzadeh<sup>1\*</sup>, Z. Gholami rostan<sup>1</sup>, H. Moayyedi<sup>2</sup>, H. Akou<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, Faculty of Basic Science, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran

<sup>2</sup>Centre for Medical Radiation Physics, University of Wollongong, NSW 2522, Australia

\*E-mail: y.ph994@gmail.com

Abstract- In this paper, the propagation of extra-ordinary wave (elliptically polarized laser pulse) in a magnetized plasma and wakefield generation caused by it, is considered. According to the dispersion relation of extra-ordinary wave, the behavior and the group velocity variations of this wave, has been investigated in various conditions and by writing the governing equations, wakefield amplitude and also wakefield potential, in various laser and gyrofrequencies, has been studied.

Keywords: Magnetized Plasma, Extra-Ordinary Wave, Wakefield

## ۱- مقدمه

برانگیزش میدان عقبه از این مد لیزر استفاده کرده و دامنه‌ی میدان عقبه را در شرایط مختلف بررسی می‌کنیم.

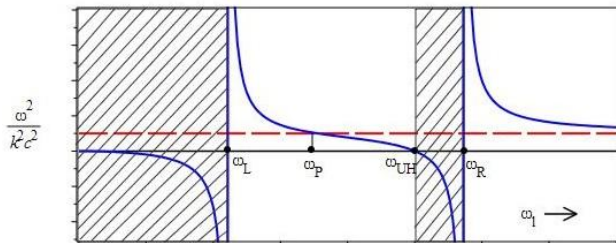
## ۲- معادله پاشندگی و سرعت گروه موج

### غیرعادی

با توجه به توضیحات بخش قبلی، میدان الکتریکی موج به شکل  $\vec{E} = (E_x \hat{x} + E_y \hat{y}) \exp(ikx - i\omega t) + c.c.$  است. رابطه‌ی پاشندگی برای انتشار این موج به صورت زیر می‌باشد [۵]

$$\omega^2 = \frac{1}{2}(k^2 c^2 + 2\omega_p^2 + \omega_c^2) \pm \frac{1}{2}[(k^2 c^2 + 2\omega_p^2 + \omega_c^2)^2 - 4(k^2 c^2 \omega_{UH}^2 + \omega_p^4)]^{1/2} \quad (1)$$

در این رابطه،  $\omega_p = \sqrt{4\pi n e^2 / m}$  فرکانس پلاسما،  $\omega_c = eB/mc$  فرکانس سیکلوترونی و  $\omega_{UH} = \sqrt{\omega_c^2 + \omega_p^2}$  فرکانس تشدید آمیخته‌ی بالا<sup>۳</sup> می‌باشد. بدین ترتیب سرعت فاز موج غیرعادی برابر با  $v_\phi = [c^2 - c^2 \omega_l^2 (\omega_l^2 - \omega_{UH}^2) / \omega_p^2 (\omega_l^2 - \omega_p^2)]^{1/2}$  می‌باشد.



شکل (۱): منحنی پاشندگی موج غیرعادی

برای تفسیر رابطه‌ی (۱)، منحنی پاشندگی موج غیرعادی، برحسب فرکانس لیزر در شکل (۱) رسم شده است. موج غیرعادی در دو نقطه قطع می‌شود و  $v_\phi$  به سمت بی‌نهایت میل می‌کند. فرکانس قطع سمت چپ و راست، به ترتیب با روابط زیر مشخص می‌شوند

$$\omega_L = \frac{1}{2}[-\omega_c + \sqrt{\omega_c^2 + 4\omega_p^2}] \quad (2)$$

$$\omega_R = \frac{1}{2}[\omega_c + \sqrt{\omega_c^2 + 4\omega_p^2}]$$

امروزه مطالعات گسترده‌ای در حوزه‌ی شتاب ذرات باردار انجام شده است [۱-۲]. از جمله پژوهش‌های انجام شده در این حوزه، بررسی انتشار امواج الکترومغناطیسی پر قدرت در محیط پلاسما می‌باشد [۳]. شتاب‌دهنده‌های میدان عقبه لیزری، با انتشار پالس پر قدرت و کوتاه در محیط پلاسما، میدان‌های عقبه الکترواستاتیکی را برانگیخته می‌کنند. پلاسما یون- الکترون سردی را در نظر گرفته که تحت تاثیر یک میدان مغناطیسی خارجی  $(\vec{B} = B_0 \hat{z})$ ، پالس لیزر در محیط پلاسما، با توجه به راستای انتشاری که با میدان مغناطیسی خارجی دارد، تحت بررسی قرار می‌گیرد. در حالتی که موج لیزر در طول میدان مغناطیسی خارجی منتشر شود، یعنی  $\vec{k} \parallel B_0$ ، که بردار انتشار موج و  $B_0$  میدان مغناطیسی خارجی باشد، دو مد مختلف در امتداد  $B_0$  قابلیت انتشار دارند. این مدها امواج با قطبش دایره‌ای راست‌گرد ( $R$ ) و چپ‌گرد ( $L$ ) می‌باشند که در مقاله [۴] بررسی شده است. با بررسی انتشار مدهای  $R$  و  $L$ ، مشاهده شد که میدان عقبه تولیدی، در حالت مد  $R$ ، دارای دامنه‌ی بزرگتری می‌باشد. اکنون اگر موج در عرض میدان مغناطیسی خارجی  $(\vec{k} \perp B_0)$  منتشر شود، دو امکان به وجود می‌آید؛ حالت اول؛ میدان الکتریکی موج الکترومغناطیس، موازی با میدان مغناطیسی خارجی  $(E \parallel B_0)$  باشد. در این حالت، موج دارای قطبش خطی است و حضور میدان مغناطیسی خارجی تاثیری روی موج ندارد، از این رو موج عادی<sup>۱</sup> (موج O) نامیده می‌شود. حالت دوم؛ میدان الکتریکی موج، عمود بر میدان مغناطیسی خارجی است  $(E \perp B_0)$ . در اینجا حرکت الکترون تحت تاثیر میدان مغناطیسی خارجی قرار گرفته و تمایل به قطبیدگی بیضوی دارد. به چنین موجی، موج غیرعادی<sup>۲</sup> (موج X) گفته می‌شود. در این مقاله، برای

<sup>1</sup>Ordinary wave

<sup>2</sup>Extra-ordinary wave

<sup>3</sup>Upper hybrid resonance frequency

سرد قابل توصیف است. با تعریف پتانسیل میدان عقبه شده،  $\vec{A}$  پتانسیل برداری لیزر،  $m$  جرم سکون و  $v$  سرعت الکترون، معادلات به شکل زیر نوشته می‌شوند

$$m\left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v}\right] = e(\nabla\phi + \frac{\partial \vec{A}}{c\partial t} - \frac{\vec{v}}{c} \times \nabla \times \vec{A}) \quad (4)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \cdot \vec{v}) = 0 \quad (5)$$

$$\nabla^2 \phi = -4\pi e(n_e - n_0) \quad (6)$$

با ترکیب معادلات بالا و تغییر متغیر  $\xi = z - \beta_g t$ ، روابط زیر به دست می‌آیند

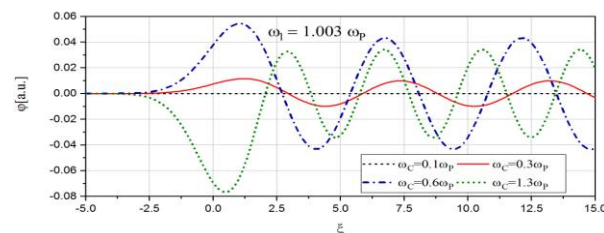
$$\frac{\partial \phi}{\partial \xi} = -E_w \quad (7)$$

$$\frac{\partial E_w}{\partial \xi} = -\frac{\phi \omega_{UH}^2}{\omega_p^2 \beta_g^2} + \frac{1}{2\omega_p^4 \beta_g^2} \left[1 + \left[1 + \frac{\omega_C^2 \omega_p^2}{(1 - \omega_{UH}^2)}\right] \times \frac{(1 - \omega_{UH}^2)}{(1 - \omega_C^2) \omega_C^2}\right] |E_x|^2 \quad (8)$$

در اینجا کمیت‌های زمانی با  $\omega_l$  و میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با  $e/mc\omega$  بدون بعد شده‌اند. پالس لیزر با پروفایل زمانی گوسی  $a = a_0 \exp(-\xi^2/L^2)$  در نظر گرفته شده که  $L$  طول پالس لیزر و  $a_0$  دامنه‌ی بدون بعد میدان الکتریکی لیزر می‌باشد.

#### ۴- نتایج محاسبات عددی

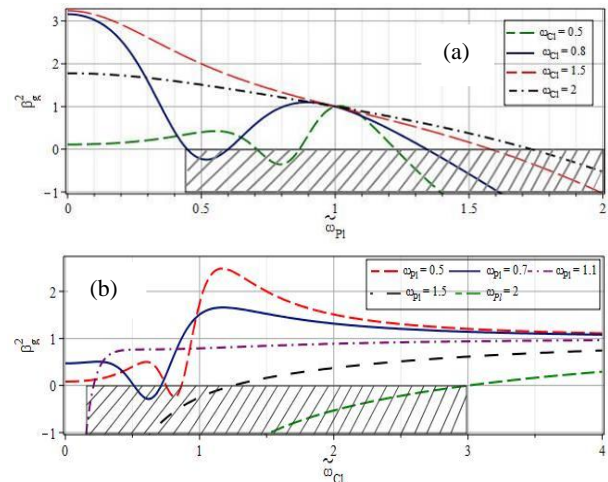
با حل هم‌زمان معادلات (۷) و (۸)، به روش رانگ-کوتای مرتبه چهار، دامنه‌ی میدان عقبه برای حالات مختلف بررسی شده است. پارامترها عبارتند از،  $L = 11.94 \mu\text{m}$ ،  $a_0 = 0.3$ ،  $\lambda_l = 1 \mu\text{m}$  و  $\lambda_p = 30 \mu\text{m}$ . پتانسیل عقبه در شکل (۳) برای مقادیر مختلف  $\omega_C$  در مقدار ثابت  $\omega_l = 1.003\omega_p$  رسم شده است. پتانسیل هنگامی که  $\omega_C = 0.1\omega_p$  است، کمترین نوسان را دارد. دامنه‌ی میدان



با صفر شدن مقدار  $v_\phi$  در نقطه‌ی  $\omega_l = \omega_{UH}$ ، تشدید موج غیرعادی رخ می‌دهد. که  $\omega_l$  فرکانس لیزر است در ناحیه‌ی انتشاری  $\omega_L < \omega_l < \omega_{UH}$ ، با توجه به اینکه فرکانس موج بزرگتر یا کوچکتر از فرکانس پلاسما باشد، سرعت فاز لیزر به ترتیب کوچکتر یا بزرگتر از سرعت نور در خلاء و در  $\omega_l = \omega_p$  با سرعت نور برابر است. ناحیه‌ی انتشار دوم،  $\omega_l > \omega_R$  می‌باشد. نواحی هاشور خورده، نواحی عدم انتشار پالس لیزر را نشان می‌دهند که در آن  $v_\phi^2$  منفی است. با استفاده از معادله پاشندگی (۱)، سرعت گروه بی بعد پالس لیزر با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$\beta_g = \frac{\tilde{\omega}_{UH}^2 \sqrt{1 - \tilde{\omega}_{Pl}^2 (1 - \tilde{\omega}_{Pl}^2) / (1 - \tilde{\omega}_{UH}^2)}}{(1 - \tilde{\omega}_{Pl}^2 (1 - \tilde{\omega}_{Pl}^2) / (1 - \tilde{\omega}_{UH}^2)) + 2\tilde{\omega}_{Pl}^2 + \tilde{\omega}_{Cl}^2 - 2} \quad (3)$$

که در آن  $\tilde{\omega}_{UH} = \omega_{UH} / \omega_l$ ،  $\tilde{\omega}_{Pl} = \omega_p / \omega_l$  و  $\tilde{\omega}_{Cl} = \omega_C / \omega_l$  می‌باشد. در شکل (۲)،  $\beta_g^2$  بر حسب  $\tilde{\omega}_{Pl}$  و  $\tilde{\omega}_{Cl}$  به ترتیب برای مقادیر مختلف  $\tilde{\omega}_{Pl}$  و  $\tilde{\omega}_{Cl}$  رسم شده است. نواحی هاشور خورده، نواحی عدم انتشار موج را نشان می‌دهند. در (a)، با افزایش  $\tilde{\omega}_{Pl}$ ،  $\beta_g^2$  کاهش یافته و در (b)، هر چه  $\tilde{\omega}_{Pl}$  کمتر باشد،  $\beta_g^2$  مقدار بیشتری دارد.

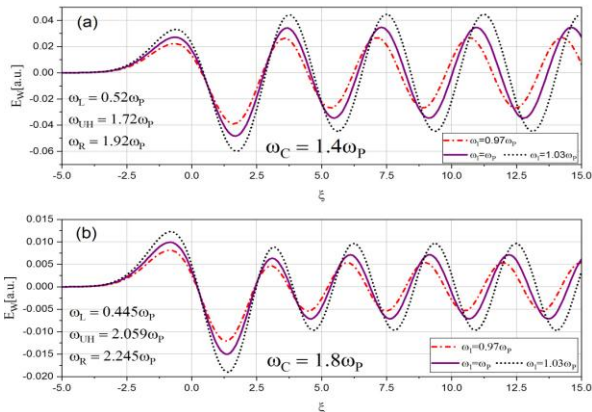


شکل (۲): سرعت گروه موج غیرعادی. تغییرات  $\beta_g^2$  بر حسب (a)  $\tilde{\omega}_{Pl}$  (b)  $\tilde{\omega}_{Cl}$

#### ۳- انتشار پالس لیزر قطبیده بیضوی در پلاسما

با استفاده از مجموعه معادلات سیال شامل معادلات حرکت، پیوستگی و پواسون، برهم‌کنش لیزر و پلاسمای

۰،۹۴  $GV/m$  می‌باشد. واضح است که با افزایش  $\omega_c$ ،



شکل (۶): دامنه میدان عقبه در سه مقدار  $\omega_l$ ، برای دو حالت (a)  $\omega_c = 1.8\omega_p$  (b) و  $\omega_c = 1.4\omega_p$

مقدار دامنه کاهش یافته است.

## ۵- نتیجه‌گیری

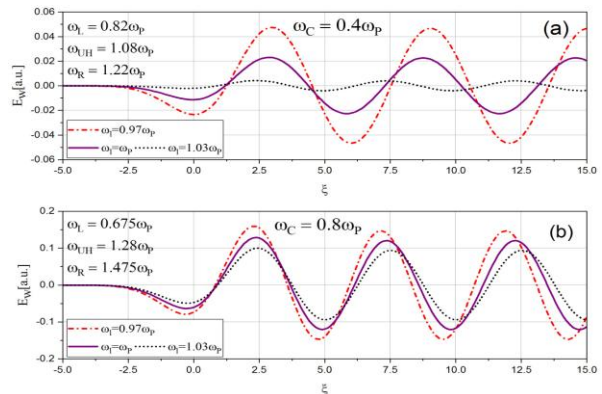
میدان عقبه تولید شده در برهم‌کنش پالس لیزر قطبیده بیضوی و پلاسمای مغناطیده، در سه حالت مورد بررسی قرار گرفته است، با توجه به این بررسی هر چه  $\omega_c$  به مقدار  $\omega_p$  نزدیک شود (افزایش میدان مغناطیسی)، دامنه‌ی میدان عقبه افزایش می‌یابد، در واقع بطور کلی نتیجه شده است که افزایش میدان مغناطیسی تا زمانی که مقداری کوچکتر از  $\omega_p$ ، داشته باشد، سبب افزایش دامنه‌ی میدان عقبه خواهد شد. آنچه که مسلم است در این حالت، نوسانات الکترون تحت تاثیر میدان مغناطیسی به کمک نوسانات الکتروستاتیک آمده و دامنه نوسان رشد می‌کند.

## ۶- مرجع‌ها

- [1] T. André and et al, *Nature communications* **9**, 1334 (2018).
- [2] J. McNeur and et al, *Optica* **5**, 687 (2018).
- [3] N. Wadhvani, P. Kumar and P. Jha, *Phys. Plasmas* **9**, 263 (2002).
- [4] حیدرزاده، یگانه؛ آکو، حسین؛ «بررسی انتشار امواج L و R در پلاسمای کم چگال و برانگیزش میدان عقبه»؛ مقاله نامه ششمین کنفرانس مهندسی و فیزیک پلاسما، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی، قزوین، ۱۳۹۷.
- [5] P. Shukla, *Phys. Plasmas* **6**, 1363 (1999).

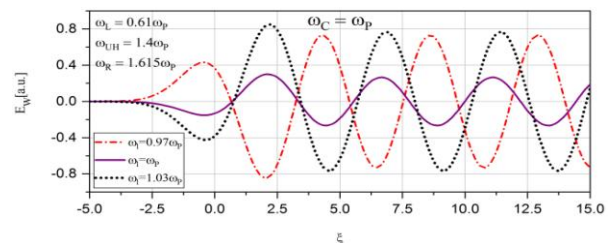
شکل (۳): تغییرات پتانسیل میدان عقبه برای مقادیر مختلف  $\omega_c$

عقبه برای سه حالت،  $\omega_c < \omega_p$ ،  $\omega_c = \omega_p$  و  $\omega_c > \omega_p$  در شکل‌های (۴) تا (۶)، بررسی شده‌اند. در شکل (۴)، با افزایش  $\omega_l$ ، دامنه‌ی میدان عقبه برای هر دو مقدار  $\omega_c$ ، کاهش می‌یابد و با افزایش  $\omega_c$  از  $0.4\omega_p$  به  $0.8\omega_p$ ،



شکل (۴): دامنه‌ی میدان عقبه در سه مقدار  $\omega_l$  برای دو حالت (a)  $\omega_c = 0.8\omega_p$  (b) و  $\omega_c = 0.4\omega_p$

دامنه‌ی میدان عقبه، افزایش یافته است. شکل (۵)، رفتار نوسانی میدان عقبه را نشان می‌دهد. وقتی  $\omega_l$  از مقدار



شکل (۵): دامنه‌ی میدان عقبه در سه مقدار  $\omega_l$ ، در حالت  $\omega_c = \omega_p$

$0.97\omega_p$  به مقدار  $\omega_p$  می‌رسد، دامنه‌ی میدان کاهش و سپس تا  $\omega_l = 1.03\omega_p$ ، افزایش می‌یابد. شکل (۶) رفتاری برخلاف حالت اول را نشان می‌دهد. چنانچه بیشترین دامنه‌ی میدان تولید شده برای  $\omega_c = 1.4\omega_p$  و  $\omega_c = 1.8\omega_p$  به ترتیب دارای مقادیر  $0.471$   $GV/m$  و