



بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران. ۹-۱۱ بهمن ۱۳۹۷



## ارائه یک مدل نیمه-تحلیلی برای بررسی برهمکنش حرارتی لیزر و ماده

محمد سعید قهرمانی\*، جواد خلیل زاده، محمد رضا کریمی، ناصر سیاهوشی

[m\\_ghahramani@yahoo.com](mailto:m_ghahramani@yahoo.com) \* (ع) دانشگاه امام حسین  
[jkhalil@ihu.ac.ir](mailto:jkhalil@ihu.ac.ir) (ع) دانشگاه امام حسین  
[kpmrkarim@ihu.ac.ir](mailto:kpmrkarim@ihu.ac.ir) (ع) دانشگاه امام حسین  
[n.siahvashi.r@gmail.com](mailto:n.siahvashi.r@gmail.com) (ع) دانشگاه امام حسین

چکیده - در این پژوهش روش تحلیلی تابع گرین و روش عددی اختلاف محدود، برای بررسی برهمکنش حرارتی لیزر و ماده، ترکیب شد. یک روش جدید نیمه تحلیلی ارائه و برای شبیه سازی استفاده گردید. با این روش امکان وارد کردن تابش سطحی در تابع گرین فراهم و دقت و سرعت محاسبات افزایش یافت. با استفاده از زبان برنامه نویسی C و برپایه تئوری ارائه شده کدی نوشته شد. برهمکنش حرارتی لیزر با Al (7075) شبیه سازی شد. چیدمانی برای ارزیابی تجربی فراهم شده و نتایج شبیه سازی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه گردید. تطابق خوب نتایج بیانگر صحت عملکرد روش و کد مبتنی بر آن است ضمن اینکه سرعت محاسبات هم در مقایسه با نرم افزارهای عددی مشابه بالا است.

کلید واژه- برهمکنش حرارتی، حل نیم تحلیلی، تابع گرین، تابش سطحی

## Introducing a semi-analytic model for investigating the laser and material thermal interaction

M. S. Ghahramani, J. Khalilzadeh, M. R. Karimi, N. Siahvashi

Department of Photonics, Imam Hossain University, Tehran, Iran (Islamic Republic of)

Abstract- In this research the analytic method of Green's function and the numerical method of finite difference were combined to investigate the laser-material thermal interaction. A new semi-analytic method is introduced and used for simulation of interaction. With this method, it is possible to encounter surface radiation in the Green's function, as well as increase the accuracy and speed of the calculations. Based on presented theory and using the programming language C a code was written. The thermal interaction of the laser with Al (7075) is simulated. An experimental setup was provided for empirical assessment. Simulation results were compared with experiment results. Good agreement between simulation and experiment results indicate the accuracy of the method and written code based on it. The computational speed is also high compared to similar numerical software.

Keywords: Thermal interactions, Green's function, Analytical Solution, Surface radiation

## مقدمه

امروزه کاربرد لیزر در صنایع مختلف امری واضح و حتی در برخی از موارد اجتناب ناپذیر است. این امر موجب می‌گردد بررسی برهمکنش لیزر و مواد ضرورت پیدا کند. در اغلب موارد از روش‌های عددی مانند روش المان محدود برای بررسی برهمکنش لیزر و ماده استفاده می‌شود [۱ و ۲]. این امر باعث افزایش زمان شبیه‌سازی و همچنین کاهش دقت آن نسبت به روش‌های تحلیلی می‌شود [۳]. در سال‌های اخیر پژوهشگران در تلاش هستند که با ارائه مدل‌های تحلیلی این مشکل را حل کنند [۴ و ۵]. یکی از روش‌های تحلیلی پر استفاده روش تابع گرین است که یک روش قدرتمند برای حل معادلات دیفرانسیل است. در سال‌های اخیر تلاش‌های بسیاری برای توسعه این روش انجام گرفته است [۶ و ۷]. اما روش‌های تحلیلی نیز محدودت‌هایی دارند. از جمله این محدودیت‌ها در نظر نگرفتن شرایط مرزی غیرخطی، مانند تابش سطحی، است که باعث می‌شود دقت شبیه‌سازی کاهش یابد.

ما در این پژوهش با ترکیب روش تحلیلی تابع گرین و روش عددی اختلاف محدود برای یک روش نیمه-تحلیلی ارائه کردیم که قادر است برهمکنش لیزر و ماده را بر اساس روش تابع گرین با در نظر گرفتن تابش سطحی بررسی کند. استفاده از این روش باعث افزایش سرعت محاسبه و شبیه‌سازی نسبت به نرم افزارهای موجود می‌شود.

## مبانی تئوری

در برهمکنش حرارتی نحوه توزیع دما در ماده اهمیت فراوانی دارد. توزیع دما در برهمکنش حرارتی از معادله پخش حرارتی زیر پیروی می‌کند [۸].

$$\nabla^2(T(r,t)) + \frac{1}{k}Q(r,t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r,t)}{\partial t} \quad (1)$$

در این معادله  $Q$  منبع گرمایی،  $\alpha$  ضریب نفوذ حرارتی و  $K$  ضریب رسانندگی حرارتی ماده است. منبع گرمایی در این مسئله لیزر پیوسته با رابطه

$$Q(x,y,z,t) = I_0 A g(x,y) * (ae^{-az}) \quad (2)$$

در نظر گرفته شده که در آن  $g(x,y)$  شکل باریکه،  $A$ ، ضریب جذب ماده،  $I_0$  شدت اولیه لیزر و  $a$  ضریب تضعیف ماده است [۹]. شرایط هندسی به صورت رابطه (۳) و شرایط مرزی حاکم بر مسئله به صورت روابط (۴ تا ۶) است.

$$-\infty < [x \& y] < +\infty \quad 0 < z < L \quad (3)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial z} |_{(z=0)} = \sigma T^4 + T_{(fluid)} \quad (4)$$

$$-\frac{\partial T}{\partial z} |_{(z=L)} = T_{(fluid)} \quad (5)$$

$$T(x,y,z,0) = 0 \quad (6)$$

## حل به روش تابع گرین

با استفاده از روش تابع گرین جواب عمومی معادله (۱) به صورت

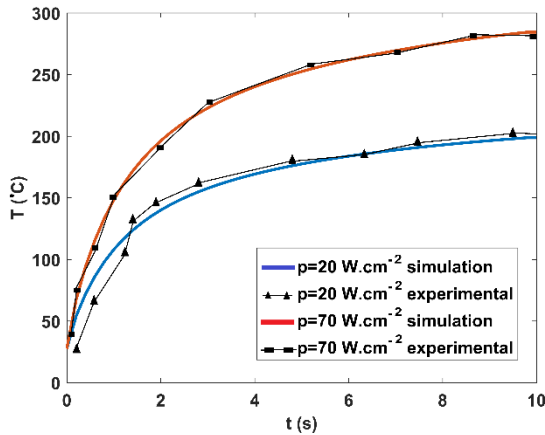
$$T(r,t) = + \frac{\alpha}{k} \int_0^r \int_0^t G(r,t,r',t') Q(r',t') dt' dr' + \sum_{i=1}^N \int_0^{r_i} \int_0^t G(r,t,r',t') |_{s_i} \frac{\alpha_i}{k_i} \sigma T^4 dt' dr'_i \quad (7)$$

است [۷]. در معادله (۷)  $G(r,t,r',t')$  تابع گرین است و ضمناً این معادله دارای جفت‌شدگی غیرخطی برای متغیر دما است و نمی‌توان آن را به صورت تحلیلی حل کرد. با استفاده از تکنیک اختلاف محدود این جفت‌شدگی به صورت وابستگی زمانی تبدیل می‌شود.

$$Q_R = \sigma T_{n-1}^4$$

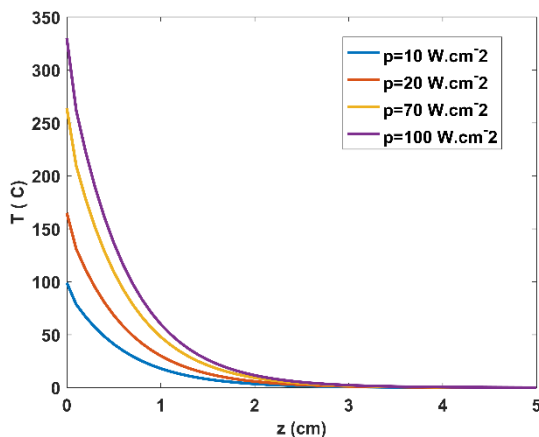
با این تبدیل مسئله فوق را می‌توان به صورت نیمه تحلیلی با شرایط مرزی گفته شده حل کرد.

و عدم تطابق جزئی در دماهای پایین به دلیل خطا در اندازه‌گیری دما است. علاوه بر این مشاهده می‌شود که با ادامه زمان تابش‌دهی دما افزایش می‌یابد اما در زمانه‌ای تابش‌دهی بیشتر به دلیل افزایش تابش سطحی نرخ رشد دمای ماده کند می‌گردد.



شکل ۱: تغییرات دما در مرکز برهمکنش به صورت تجربی و شبیه‌سازی

نتایج شبیه‌سازی تغییرات دما در راستای عمق ماده در شکل ۲ نشان داده شده است. دیده می‌شود که با افزایش عمق ماده دما به صورت نمایی کاهش می‌یابد. هرچه ضریب تضعیف ماده بیشتر باشد این کاهش دما در راستای عمق با سرعت بیشتری صورت می‌گیرد.



شکل ۲: تغییرات دما در راستای عمق ماده

$$T_n(r, t) = + \frac{\alpha}{k} \int_0^r \int_{t_{n-1}}^{t_n} G(r, t, r', t') Q(r', t') dt' dr' + \int_0^r \int_{t_{n-1}}^{t_n} G(r, t, r', t')|_{z=0} \frac{\alpha}{K} f(t) dt' dr' \quad (\lambda)$$

$G(r, t, r', t')$  در معادله (۸) به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$G(r, t, r', t') = \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha}} \left[ e^{-\frac{[(x-x')^2 + (y-y')^2]}{4\alpha(t-t')}} \right] * \left[ \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha\lambda_n^2(t-t')} \frac{1}{N(\lambda_n)} Z(\lambda_n, z) Z(\lambda_n, z') \right]$$

$$Z(\lambda_n, z) = \cos(\lambda_n z) \quad \text{and} \quad \lambda_n = \frac{n\pi}{L}$$

معادله نیمه تحلیلی (۸) قادر است توزیع دمای ماده را در برهمکنش حرارتی لیزر محاسبه کند.

## شبیه‌سازی و آزمایش

بر مبنای تئوری ارائه شده کدی به زبان C نوشته شد و برهمکنش لیزر و آلومینیوم (۷۰۷۵) توسط آن شبیه‌سازی گردید. مشخصات مورد نیاز برای شبیه‌سازی در جدول (۱) ارائه شده است. همچنین برای ارزیابی صحت نتایج شبیه‌سازی، برهمکنش لیزر با ماده ذکر شده به صورت تجربی با یک لیزر CW فیبر آزمایش شد.

جدول ۱: مشخصات آلومینیوم (۷۰۷۵)

ضریب جذب	ضریب تضعیف	رسانندگی حرارتی	ضریب نفوذ حرارتی
۰/۱۲	۱/۰۶ cm <sup>-1</sup>	۱۳۰ $\frac{W}{m.K}$	۴۸ $\frac{mm^2}{s}$

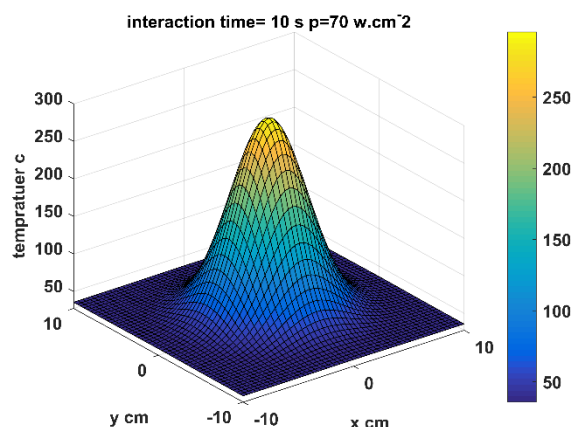
بر اساس شبیه‌سازی، تغییرات زمانی دمای نقطه مرکزی برهمکنش برای دو چگالی توان تابش ۲۰ و ۷۰ وات بر سانتی متر مربع و نیز نتایج تجربی اندازه‌گیری دمای نقطه مزبور با همان چگالی توان‌های تابشی لیزر در نمودار شکل ۱ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج آزمایش با نتایج شبیه‌سازی تطابق بسیار خوبی دارد

کاربردهای لیزرها به عنوان منبع پراثری از اهمیت بالایی برخوردار است.

### مرجع ها

- [1] Xie, W., Tam, S. C., Yee-Loy, L., Liu, J., Yang, H., Gu, J. ... & Zhou, F. (2000). Thermal lensing of diode side-pumped solid-state lasers. *Optics & Laser Technology*, 32(3), 199-203.
- [2] Bonnefois, A. M., Gilbert, M., Thro, P. Y., & Weulersse, J. M. (2006). Thermal lensing and spherical aberration in high-power transversally pumped laser rods. *Optics communications*, 259(1), 223-235.
- [3] Han-Taw, C., & Jae-Yuh, L. (1993). Numerical analysis for hyperbolic heat conduction. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 36(11), 2891-2898.
- [4] Lemczyk, T. F., & Yovanovich, M. M. (1988). Thermal constriction resistance with convective boundary conditions—1. Half-space contacts. *International journal of heat and mass transfer*, 31(9), 1861-1872.
- [5] Kalyon, M., & Yilbas, B. S. (2001). Analytical solution for laser evaporative heating process: time exponentially decaying pulse case. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 34(22), 3303
- [6] Haji-Sheikh, A., de Monte, F., & Beck, J. V. (2013). Temperature solutions in thin films using thermal wave Green's function solution equation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 62, 78-86.
- [7] Cole, K. D., De Monte, F., McMasters, R. L., Woodbury, K. A., Haji-Sheikh, A., & Beck, J. V. (2016, November). Steady Heat Conduction with Generalized Boundary Conditions. (pp. V005T06A021-V005T06A021). American Society of Mechanical Engineers.
- [8] Cole, K. D., Beck, J. V., Haji-Sheikh, A., & Litkouhi, B. (2010). Heat conduction using Green's functions. Taylor & Francis
- [9] Bäuerle, D. (2013). Laser processing and chemistry. Springer Science & Business Media.

شبیه سازی توزیع دما در روی سطح ماده در شکل ۳ نشان داده شده است. طبق این نمودار تغییرات دما در روی سطح ماده به صورت گوسی است چرا که پروفایل باریکه لیزر گوسی فرض شده است. میزان واگرایی تغییرات دما در روی سطح ماده به شعاع باریکه لیزر بستگی دارد.



شکل ۳: تغییرات دما در روی سطح ماده

### نتیجه گیری

برهمکنش حرارتی لیزر با آلومینیوم تحت تابش لیزر فیبری دارای پروفایل گوسی بررسی شد. معادله انتقال گرما بر مبنای تابع گرین به صورت نیمه تحلیلی حل گردید. بر مبنای تابع توزیع دمایی به دست آمده کدی برای شبیه سازی نوشته شد و توزیع دمایی سطحی و عمقی ماده تحت تابش لیزر بررسی گردید. همچنین شبیه سازی انجام شده با نتایج آزمایشگاهی صحت سنجی شد که نتیجه آن تطابق خوب مدل ارائه شده با تجربه را نشان می دهد. مزیت این روش افزایش دقت با وارد کردن تابش سطحی نسبت به روش تابع گرین و کاهش چشم گیر زمان محاسبات نسبت به روش های عددی مانند روش المان محدود است. بدین ترتیب می توان با دقت و سرعت قابل قبولی تغییرات فیزیکی ماده، مثل آستانه تخریب، را برآورد کرد. این برآورد در اکثر