

## بررسی ضریب شکست غیرخطی بخار روبیدیوم با روش پویش طولی

محمد صادقی گوغری<sup>۱</sup>، ملیحه رنجبران<sup>۱</sup>، محمد مهدی طهرانچی<sup>۱،۲</sup>، سیده مهری حمیدی<sup>۱</sup> و سید محمد حسین خلخالی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> پژوهشکده لیزر و پلاسما، دانشگاه شهید بهشتی، ولنجک، تهران

<sup>۲</sup> دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، ولنجک، تهران، ایران

<sup>۳</sup> دانشکده فیزیک، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

چکیده - اندازه‌گیری ضریب شکست غیرخطی بخارهای قلیایی مؤلفه بسیار مهمی به منظور شناسایی خواص اپتیکی این محیطها محسوب می‌شود. در این محیطها ضرایب غیرخطی به واکوکی از فرکانس تشدید اپتیکی قویا وابسته است و لذا اثرات غیرخطی را با شدت کم نور لیزر می‌توان مشاهده کرد. پاسخ این سامانه‌ها با پذیرفتاری غیرخطی مرتبه‌ی سوم بیان می‌شود که بصورت یک بخش وابسته به شدت در ضریب شکست محیط نمایان می‌شود. پویش طولی یکی از روش‌های تجربی بسیار دقیق برای اندازه‌گیری ضریب شکست غیرخطی است. در این مقاله به منظور پیش بینی وابستگی ضریب شکست غیرخطی به عوامل دخیل در روش پویش طولی، با استفاده از یک روش نیمه تجربی، شدت‌های عبوری از بخار روبیدیوم به ازای واکوکی‌های مثبت و منفی از فرکانس تشدید شبیه‌سازی و مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است.

کلید واژه- ضریب شکست غیر خطی، بخار اتمی، پویش طولی، خود کانونی شدن نور.

## Study of Nonlinear Refraction in Rubidium vapor Using Z-Scan Technique

Mohammad sadeghi gougheri<sup>1</sup>, Maliheh Ranjbaran<sup>1</sup>, Mohammad Mehdi Tehrani<sup>1,2</sup>, Seyedeh Mehri Hamidi<sup>1</sup>,  
Seyed Mohammad Hosein Khalkhali<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> Laser and Plasma Research Institute, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

<sup>2</sup> Physics Department, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

<sup>3</sup> Physics Department, Kharazmi University, Tehran, Iran

Abstract- Measurement of nonlinear refractive index in alkali vapors is a very important method in identifying the optical properties of these mediums. In these mediums, the nonlinear refraction is strongly dependent on the detuning from the optical resonance frequency and therefore nonlinear effects can be observed at low laser intensity. The response of these systems is expressed by the third-order nonlinear susceptibility, which appears as an intensity-dependent term in the refractive index of the medium. Z-scan is one of the most accurate experimental methods for measuring of the nonlinear refractive index. In this paper, in order to predict the dependence of the nonlinear refractive index on the factors involved in the Z-scan technique, we have used a semi-experimental method to simulate the transmitted intensity thorough the rubidium vapor for the positive and negative detunings of the resonance frequency and the results have been analyzed.

Keywords: Nonlinear refractive index, Atomic vapors, Z-scan technique, Self-focusing of light.

## ۱- مقدمه

مستقل از شدت و  $n_2$  ضریب کر می‌باشد. ضریب کر توسط رابطه‌ی،

$$n_2 = \frac{3}{4n_0^2 \epsilon_0 c} \text{Re}(\chi^{(3)}), \quad (2)$$

به پذیرفتاری مرتبه‌ی سوم،  $\chi^{(3)}$ ، مرتبط می‌باشد. با استفاده از فرمول بندی ماتریس چگالی و فرض سیستم دو تراز، پذیرفتاری مرتبه‌ی سوم برای یک اتم که با سرعت  $v$  در امتداد محور پرتو در حال حرکت است بصورت،

$$\chi_v^{(3)} = \frac{32N(\mu_{ab})^4 (2\pi)^3}{3\epsilon_0 h^3} \frac{\delta_v / \Gamma^4}{(1 + \frac{4(\delta_v)^2}{\Gamma^2})^2}, \quad (3)$$

محاسبه می‌شود که در این رابطه  $N$  چگالی تعداد اتم‌ها،  $\mu_{ab}$  عنصر ماتریسی گشتاور دو قطبی الکتریکی،  $h$  ثابت پلانک و  $\Gamma$  پهنای خط همگن است. همچنین  $\delta_v$  برابر با:

$$\delta_v = w - w_{ba} - kv = \delta - kv, \quad (4)$$

است که  $k$  عدد موج،  $w$  فرکانس لیزر،  $w_{ba}$  متناسب با اختلاف انرژی بین حالت برانگیخته و حالت پایه و  $\delta$  واکوکی<sup>۱</sup> از فرکانس تشدید می‌باشد.

معادله (۳) پذیرفتاری مرتبه‌ی سوم را تنها برای بخشی از اتم‌ها که با سرعت  $v$  در امتداد محور پرتو در حرکتند، تعیین می‌کند. برای بدست آوردن پذیرفتاری ناشی از کل اتم‌های بخار قلبیایی، بایستی سهم همه‌ی اتم‌ها را جمع کرد. بنابراین باید یک انتگرال‌گیری روی تمام مولفه‌های سرعت با تابع توزیع بولتزمن بصورت،

$$\text{Re} \chi^{(3)} = \int dv \text{Re} \chi_v^{(3)} W(v). \quad (5)$$

انجام شود. نکته حائز اهمیت وابستگی طیفی بسیار قوی  $\chi^{(3)}$  به فرکانس‌های نزدیک محدوده‌ی فرکانس گذارهای اتمی می‌باشد. بنابراین برای محاسبه‌ی انتگرال سرعت (معادله‌ی (۵)) بایستی ناحیه‌ی تقریبی نزدیک فرکانس تشدید و تحت شرایطی که پهن شدگی همگن

ضریب شکست غیرخطی مؤلفه‌ی بسیار مهمی برای شناسایی خواص اپتیکی یک محیط غیرخطی است. از جمله محیط‌های غیرخطی می‌توان به بخارهای اتمی اشاره کرد که توجه ویژه‌ای را به خود معطوف ساخته‌اند زیرا ضرایب غیرخطی آن‌ها به شدت به واکوکی از فرکانس تشدیدشان بستگی دارد و بنابراین می‌توانند امکان مشاهده اثرات غیرخطی را با شدت کم نور لیزر پیوسته فراهم کنند.

علاوه بر این، بخارهای اتمی محیط‌های همسانگرد و دارای تقارن مرکزی می‌باشند، لذا در تقریب دو قطبی، اولین سهم غیرخطی در قطبش متناسب با توان سوم میدان الکتریکی ( $\chi^{(3)} E^3$ ) است [1]. پذیرفتاری مرتبه‌ی سوم،  $\chi^{(3)}$ ، مسئول پدیده‌هایی از قبیل تولید هماهنگ سوم، آمیختگی چهار موج و اثرات خودکنش مانند خودکانونی شدن و خود گیراندازی نور می‌شود. با استفاده از خودکانونی شدن نور که از قسمت حقیقی پذیرفتاری مرتبه‌ی سوم بدست می‌آید، می‌توان ضریب کر (ضریب شکست غیر خطی) را تعیین کرد.

یک شیوه بسیار ساده و دقیق برای اندازه‌گیری ضریب کر، روش پویش طولی می‌باشد. این روش علاوه بر حساسیت بالا در تعیین اندازه ضریب کر، توانایی تعیین علامت آنرا نیز فراهم می‌کند، بنابراین برای اندازه‌گیری ضریب کر بخار فلزات قلبیایی سدیم [2]، روبیدیوم [۳و۴] و سزیم [5] به صورت تجربی مورد استفاده قرار گرفته است.

در این مقاله به منظور پیش‌بینی وابستگی ضریب کر به عوامل دخیل در روش پویش طولی، با استفاده از یک روش نیمه تجربی و بهره بردن از معادلات نظری و تجربی، خودکانونی و خودواکانونی شدن نور برحسب واکوکی‌های مختلف بررسی و واکوکی‌ای که به ازای آن بیشینه ضریب شکست رخ می‌دهد، تعیین شده است.

## ۲- مبانی نظری

خودکانونی شدن پرتو لیزر در یک محیط غیرخطی یک اثر غیرخطی مرتبه‌ی سوم است و توسط یک بخش وابسته به شدت در ضریب شکست محیط بصورت،  $n = n_0 + n_2 I$  نمایان می‌شود که  $n_0$  ضریب شکست

<sup>1</sup> Detuning

پارامتر عبور خطی از روزنه،  $I_0$  شدت پرتو در کانون و  $L$  طول نمونه می‌باشد.

در راستای پیش‌بینی وابستگی پارامترهای مؤثر در تعیین میزان شدت عبوری از نمونه در روش پوشش طولی، ضریب کر بدست آمده از معادلات نظری (معادله‌ی ۶) را در معادله‌ی (۹) جایگزین می‌کنیم. با استفاده از معادله (۷) شدت عبوری بصورت،

$$T(y) = 1 + [10^4 \times \frac{16\pi^{7/2}}{3} \frac{kLI_0 N \mu_{ab}^4}{c\epsilon_0^2 h^3} (\frac{T_2}{k^2 u^2}) x e^{-x^2}] \frac{y}{(1+y^2)(9+y^2)} \quad (10)$$

بدست می‌آید. واضح است که شدت عبوری به دما، واکوکی از فرکانس تشدید و شدت نور ورودی وابسته است، لذا در این مقاله شدت عبوری به ازای واکوکی از فرکانس تشدید، که مهمترین مؤلفه وابسته است، مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

### نتایج

بخار اتمی در نظر گرفته شده در این مقاله بخار روبیدیوم است که در یک سلول شیشه‌ای استوانه‌ای شکل با طول ۱ و شعاع قاعده ۲۰ میلی‌متر محبوس شده است. چگالی تعداد اتم‌های روبیدیوم برای این سلول در دمای ۷۰ درجه‌ی سانتی‌گراد برابر با  $N = 1.7393 \times 10^{10}$  است. در شکل (۱) با استفاده از محاسبات نظری (معادله‌ی ۶) ضریب کر برای گذار  $D_1$  بخار روبیدیوم (طول موج  $\lambda_{D_1} = 794.8 \text{ nm}$ )، در بازه‌ی واکوکی  $\delta = 1 \text{ GHz}$  تا  $\delta = -1 \text{ GHz}$  رسم شده است. این نمودار که شبیه مشتق یک منحنی گاوسی است نشان می‌دهد ضریب کر به شدت به میزان واکوکی از فرکانس تشدید وابسته است و به ازای واکوکی‌های مثبت، ضریب کر مثبت و به ازای واکوکی‌های منفی ضریب کر منفی می‌باشد. همچنین محاسبات نظری نشان می‌دهد که بیشینه مقدار ضریب کر در واکوکی  $\delta = 229.72 \text{ MHz}$  از گذار تشدیدی  $D_1$  نمایان شده و برابر با  $n_2 = 1.54 \times 10^{-11} \text{ cm}^2/w$  می‌باشد.

شکل (۲) شدت‌های عبوری شبیه‌سازی شده بر حسب

خیلی کوچکتر از پهن شدگی ناهمگن (پهن شدگی دوپلری) است، در نظر گرفته شود. تحت این شرایط سهم اصلی در انتگرال (۵) مربوط به برخی از مؤلفه‌های سرعت اتم‌هاست که برای آنها واکوکی برابر با  $\delta_v = \pm \frac{\Gamma}{\sqrt{12}}$  (بیشینه مقدار  $\chi_v^{(3)}$  در معادله‌ی (۳)) می‌باشد. در نتیجه پس از محاسبه انتگرال، ضریب کر با رابطه‌ی

$$n_2 = 10^4 \times \frac{4\pi^2}{3} \frac{\mu_{ab}^4 N}{c\epsilon_0^2 h^3} (\frac{T_2}{k^2 u^2}) x e^{-x^2}, \quad (6)$$

مشخص می‌شود. در این رابطه،  $T_2$  زمان وافازی گذار اتمی بوده و مقدار آن برابر با  $T_2 = 1/\Gamma$  می‌باشد.

$u = \sqrt{\frac{2k_B T}{M}}$  پهنای توزیع سرعت اتمی است که در آن  $k_B$  ثابت استفان-بولتزمن،  $T$  دمای اتم‌ها و  $M$  جرم اتم‌ها می‌باشد. پارامتر  $x$  متناسب با واکوکی از تشدید بوده و برابر با  $x = 2\pi\delta/ku$  است.

به منظور بررسی وابستگی تغییرات نور در روش پوشش طولی به عوامل مؤثر بر ضریب کر، روابط حاکم بر روش پوشش طولی در ادامه مورد بررسی قرار خواهند گرفت. در روش پوشش طولی، نمونه در معرض یک پرتو گاوسی شکل کانونی شده قرار گرفته و در راستای انتشار پرتو جابجا می‌شود. شدت عبوری از نمونه بصورت تابعی از موقعیت آن با رابطه‌ی،

$$T(z) = 1 + \frac{4y\Delta\phi_0}{(1+y^2)(9+y^2)}, \quad (7)$$

برازش می‌شود. سپس با اندازه‌گیری تفاضل شدت عبوری بیشینه و کمینه، ضریب کر را می‌توان با استفاده از روابط،

$$\Delta T = 0.406 \times (1-S)^{0.25} \times \Delta\phi_0, \quad (8)$$

$$n_2 = \frac{\Delta\phi_0}{kI_0 L}, \quad (9)$$

محاسبه کرد [6]. در روابط بالا،  $T(y)$  شدت عبوری بهنجار شده،  $y = z/z_0$ ،  $z$  فاصله از کانون،  $z_0$  محدوده-ی رایلی،  $\Delta\phi_0$  جابجایی فاز غیرخطی قله در کانون،  $S$

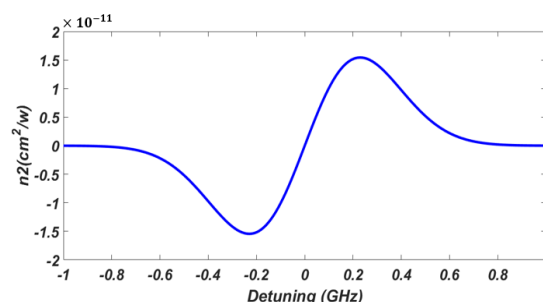
است که در واکوکی  $\delta = 229.72 \text{ MHz}$  از گذار تشدید  $D_1$  نمایان می‌شود.

همچنین در این مقاله شدت‌های عبوری از بخار روبیدیوم بر حسب موقعیت آن نسبت به کانون به ازای واکوکی‌های مثبت و منفی شبیه‌سازی شده است. نتایج حاکی از وجود ضریب شکست منفی به ازای واکوکی‌های منفی و ضریب شکست مثبت به ازای واکوکی‌های مثبت است. همچنین بیشترین مقدار ضریب کر به ازای واکوکی  $\delta = 225 \text{ MHz}$  رخ داده است که با محاسبات نظری همخوانی بسیار خوبی دارد.

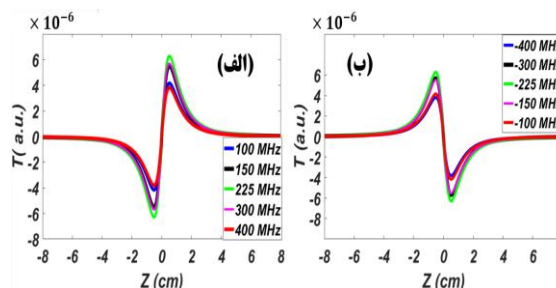
### مراجع

- [1] R. W. Boyd, *Nonlinear optics*, p.10, 3rd ed. 2010.
- [2] S. Sinha *et al.*, "A Z-scan study of nonlinear refraction in sodium vapour," *Opt. Commun.*, vol. 203, no. 3-6, pp. 427-434, 2002.
- [3] C. F. McCormick, D. R. Solli, R. Y. Chiao, and J. M. Hickmann, "Saturable nonlinear refraction in hot atomic vapor," *Phys. Rev. A*, vol. 69, no. 2, p. 23804, 2004.
- [4] C. F. McCormick, D. R. Solli, and R. Y. Chiao, "Measurement of saturable nonlinear refraction in atomic rubidium vapor," *Optical Society of America* pp. 6-8, 2004.
- [5] M. O. Araújo *et al.*, "Measurement of the Kerr nonlinear refractive index of Cs vapor," *Phys. Rev. A - At. Mol. Opt. Phys.*, vol. 88, no. 6, pp. 1-6, 2013.
- [6] M. Sheik-bahae, A. A. Said, and E. W. Van Stryland, "High-sensitivity, single-beam  $n_2$  measurements," *Opt. Lett.*, vol. 14, no. 17, p. 955, 1989.

مکان سلول روبیدیوم به ازای واکوکی‌های مثبت (شکل سمت چپ) و منفی (شکل سمت راست) را نشان می‌دهد. رفتار کلی شکل (۲-الف) نشان‌دهنده پدیده خودکانونی شدن نور به واسطه‌ی حضور بخار روبیدیوم است و همانطور که مشخص است بیشترین مقدار ضریب کر در واکوکی  $\delta = 225 \text{ MHz}$  از فرکانس تشدید رخ می‌دهد که تقریباً با مقدار محاسبه شده از روابط نظری ( $\delta = 229.72 \text{ MHz}$ )، تطابق دارد. در شکل (۲-ب) نیز خود واکانونی شدن پرتو نور در اثر عبور از بخار روبیدیوم نشان داده شده است که در نهایت منجر به ضریب شکست منفی می‌شود.



شکل ۱: تغییرات ضریب کر بر حسب واکوکی‌های مختلف نسبت به فرکانس تشدید.



شکل ۲: تغییرات شدت عبوری بر حسب موقعیت بخار روبیدیوم نسبت به کانون.

### ۳- نتیجه‌گیری

اندازه‌گیری ضریب شکست غیرخطی بخارهای قلیایی اطلاعات طیف سنجی بسیار مفیدی حول فرکانس‌های نزدیک تشدیدشان را فراهم می‌کند. در این مقاله ضریب شکست غیرخطی بخار روبیدیوم برای محدوده‌ی وسیعی از واکوکی‌ها ( $\delta = 1 \text{ GHz}$  تا  $\delta = -1 \text{ GHz}$ ) بصورت نظری محاسبه شده و مشخص شد که بیشینه مقدار ضریب شکست برابر با  $n_2 = 1.54 \times 10^{-11} \text{ cm}^2/\text{W}$