



## بررسی پدیده‌ی شفافیت القایی الکترومغناطیسی در یک سامانه چهارترازی مدل M در دو رهیافت نیمه کلاسیک و نیمه کوانتومی

سعیده قائم‌پناه، حسن رنجبر عسکری و زهرا راکی

گروه فیزیک، دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان

چکیده - در این مقاله یک سامانه چهار ترازی مدل  $M$  که تحت تابش دو میدان کنترل و یک میدان کاوشگر است، در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از روش تقریب دوقطبی و تقریب موج چرخان، هامیلتونی کل سامانه محاسبه می‌شود. در ادامه با حل معادلات وابسته به زمان ماتریس چگالی و با استفاده از رابطه‌ی بین قطبش و میدان الکتریکی، قسمت حقیقی و موهومی ضریب پذیرفتاری سامانه بدست آورده می‌شود. سپس با استفاده از قسمت‌های حقیقی و موهومی ضریب پذیرفتاری سامانه، تاثیر پارامترهای سامانه بر روی پدیده‌ی شفافیت القایی الکترومغناطیسی در دو رهیافت نیمه کلاسیک و نیمه کوانتومی بررسی می‌شود.

کلید واژه- رهیافت نیمه کوانتومی، سامانه چهارترازی، شفافیت القایی الکترومغناطیسی، میدان‌های الکترومغناطیسی کوانتیده

## Studying the phenomenon of electromagnetically induced transparency in a M type four level system in two semi-classical and semi-quantum approaches

Saeedeh Ghaempanah, Hassan Ranjbar Askari, Zahra Raki

Department of Physics, Vali-e-Asr University, Rafsanjan

Abstract- In this article, the M- type four level system under radiation of two control fields and one probe field is considered. By using of dipole approximation and rotating wave approximation methods, the total Hamiltonian of the system is calculated. Next, by solving of the time evolution equations of the density matrix components and using of the relation between polarization and electric field, the real and imaginary parts of susceptibility coefficients of system is obtained. Then by using of real and imaginary parts of susceptibility coefficients of system, the effect of system parameters on the electromagnetically induced transparency in two semi-classical and semi-quantum approaches is investigated.

Keywords: Semi-quantum approach, four-level system, electromagnetically induced transparency, quantized electromagnetically fields

$$\tilde{H} = -\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \Omega_p \\ 0 & -2(\Delta_p - \Delta_{c_1}) & 0 & \Omega_{c_1} \\ 0 & 0 & -2(\Delta_p - \Delta_{c_2}) & \Omega_{c_2} \\ \Omega_p & \Omega_{c_1} & \Omega_{c_2} & -2\Delta_p \end{pmatrix} \quad (2)$$

با استفاده از معادله‌ی فون نویمان<sup>۲</sup> که به شکل زیر است [۴]:

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] - \frac{1}{2} \{\Gamma, \rho\} \quad (3)$$

و استفاده از هامیلتونی کل سامانه، معادلات حرکت عناصر ماتریس چگالی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{\rho}_{12} = (i(\Delta_p - \Delta_{c_1}) - \gamma_{12}) \tilde{\rho}_{12} + \frac{i}{2} (\Omega_p \tilde{\rho}_{42} - \Omega_{c_1} \tilde{\rho}_{14}) \quad (4)$$

$$\dot{\rho}_{13} = (i(\Delta_p - \Delta_{c_2}) - \gamma_{13}) \tilde{\rho}_{13} + \frac{i}{2} (\Omega_p \tilde{\rho}_{43} - \Omega_{c_2} \tilde{\rho}_{14}) \quad (5)$$

$$\dot{\rho}_{14} = (i\Delta_p - \gamma_{14}) \tilde{\rho}_{14} + \frac{i}{2} (\Omega_p (\tilde{\rho}_{44} - \tilde{\rho}_{11}) - \Omega_{c_1} \tilde{\rho}_{12} - \Omega_{c_2} \tilde{\rho}_{13}) \quad (6)$$

با فرض اینکه  $\rho_{11} = 1$  و صفر بودن سایر عناصر ماتریس چگالی در حالت پایا، معادلات را حل کرده و با فرض ضعیف بودن لیزر کاوشگر و صرف نظر کردن از جملات شامل  $\Omega_p^2$

در نهایت  $\tilde{\rho}_{41}^{(1)}$  به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\tilde{\rho}_{41}^{(1)} = \frac{\Omega_p (\Delta_p - \Delta_{c_2} - i\gamma_{13}) (\Delta_p - \Delta_{c_1} - i\gamma_{12})}{K} \quad (7)$$

$$K = 2(\Delta_p - \Delta_{c_1} - i\gamma_{13}) \left( (\Delta_p - i\gamma_{14}) (\Delta_p - \Delta_{c_1} - i\gamma_{12}) - \left(\frac{1}{4}\right) \Omega_{c_1}^2 \right) - \left(\frac{1}{4}\right) \Omega_{c_2}^2 (\Delta_p - \Delta_{c_1} - i\gamma_{12}) \quad (8)$$

با توجه به رابطه‌ی بین قطبش و میدان الکتریکی:

$$p(t) = \epsilon_0 \chi^{(1)} E(t) \quad (9)$$

در نهایت قسمت‌های موهومی و حقیقی ضریب پذیرفتاری به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\text{Im} \chi^{(1)}(\omega_p) = \frac{2N |\hat{\mu}_{14}^p|^2}{\epsilon_0 \hbar} \left( \frac{4Q\Omega_{c_1}^2 \gamma_{12} + RQ\gamma_{14} + R\Omega_{c_2}^2 \gamma_{13}}{W} \right) \quad (10)$$

$$\text{Re} \chi^{(1)}(\omega_p) = \frac{2N |\hat{\mu}_{14}^p|^2}{\epsilon_0 \hbar} \left( \frac{S}{W} \right) \quad (11)$$

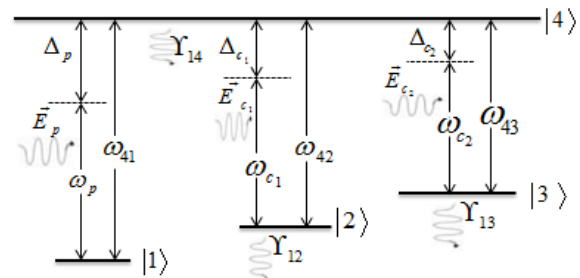
N چگالی سامانه‌های چهار تراز در واحد حجم است و پارامترهای Q, R, S و W به صورت زیر تعریف می‌شوند:

## ۱- مقدمه

برهم‌کنش نور با ماده در شاخه‌ای از علم فیزیک به نام اپتیک بررسی می‌شود. برهم‌کنش نور همدوس با ماده منجر به پدیده‌های جالبی از جمله شفافیت القایی الکترومغناطیسی (یا به اختصار EIT) می‌شود. نویسندگان زیادی در مواد متفاوت با پیکربندی‌های مختلف به بررسی تاثیر پارامترهای مختلف سامانه بر روی این پدیده پرداخته‌اند [۲،۱]. یکی از ویژگی‌های اصلی EIT، کاهش قوی جذب نور از یک محیط اتمی در یک بسامد گذار تشدید است. از EIT می‌توان در دستکاری خواص محیط و موج تابشی استفاده کرد که این تغییر خواص محیط، کاربردهای زیادی در صنعت و پزشکی دارد [۳].

## ۲- رهیافت نیمه کلاسیک

یک سامانه کوانتومی چهار تراز با مدل M با ترازهای انرژی  $|1\rangle$ ،  $|2\rangle$ ،  $|3\rangle$  و  $|4\rangle$  در برهم‌کنش با دو میدان کنترل کلاسیکی (با بسامدهای  $\omega_{c_1}$  و  $\omega_{c_2}$ ) و یک میدان کاوشگر کلاسیکی (با بسامد  $\omega_p$ ) به صورت شکل ۱ در نظر گرفته شد.



شکل ۱: سامانه چهار تراز با مدل M در برهم‌کنش با دو میدان کنترل و یک میدان کاوشگر کلاسیکی

$\Delta_k$  ( $k = p, c_1, c_2$ )، عدم تنظیمی بین بسامد میدان‌های تابشی و بسامد گذار اتمی ترازهای مربوطه است.  $Y_{1j}$  ( $j=2,3,4$ )، نرخ واهلش تراز  $|j\rangle$  به  $|1\rangle$  است. با استفاده از تقریب دو قطبی و تقریب موج چرخان و تعریف جفت شدگی اتم - میدان به صورت زیر:

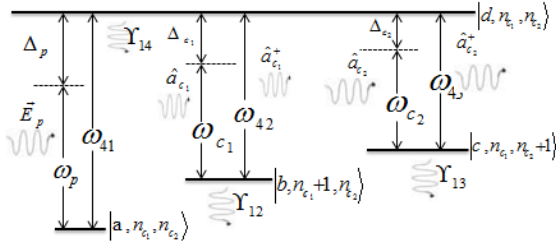
$$\Omega_{c_1} = \frac{E_{0c_1} |\mu_{24}^i|}{\hbar}, \Omega_p = \frac{E_{0p} |\mu_{14}^i|}{\hbar}, \Omega_{c_2} = \frac{E_{0c_2} |\mu_{34}^i|}{\hbar} \quad (1)$$

هامیلتونی کل سامانه به شکل زیر به دست آورده می‌شود:

<sup>۲</sup>Von Neumann

<sup>۱</sup> Electromagnetically induced transparency

انرژی  $|c, n_{c_1}, n_{c_2} + 1\rangle, |b, n_{c_1} + 1, n_{c_2}\rangle, |a, n_{c_1}, n_{c_2}\rangle$  و  
 با  $|d, n_{c_1}, n_{c_2}\rangle$  در برهم‌کنش با دو میدان کنترل کوانتیده (با  
 بسامدهای  $\omega_{c_1}$  و  $\omega_{c_2}$ ) و یک میدان کاوشگر کلاسیکی (با  
 بسامد  $\omega_p$ ) است به صورت شکل ۴ در نظر گرفته شد [۵].



شکل ۴: سامانه چهار تراز مد  $M$  در برهم‌کنش با دو میدان کنترل  
 کوانتیده و یک میدان کاوشگر کلاسیکی

$\gamma_{1j}$  ( $j=2,3,4$ ) نرخ واهلش تراز  $|j\rangle$  به  $|1\rangle$  است.  
 $n_{c_2}, n_{c_1}$  به ترتیب تعداد فوتون میدان‌های کنترل با  
 بسامد  $\omega_{c_1}$  و  $\omega_{c_2}$  هستند. با استفاده از تقریب دو قطبی و  
 تقریب موج چرخان، هامیلتونی کل سامانه در زیر فضای  
 چهار بعدی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\hat{H} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\Omega_p \\ 0 & \Delta_p - \Delta_{c_1} & 0 & -\Omega_{c_1} \hat{a}_{c_1}^\dagger \\ 0 & 0 & \Delta_p - \Delta_{c_2} & -\Omega_{c_2} \hat{a}_{c_2}^\dagger \\ -\Omega_p & -\Omega_{c_1} \hat{a}_{c_1} & -\Omega_{c_2} \hat{a}_{c_2} & \Delta_p \end{pmatrix} \quad (16)$$

و شدت‌های جفت شدگی اتم-میدان به صورت زیر تعریف  
 می‌شوند:

$$\Omega_p = \frac{E_p |\mu_{14}|}{\hbar}, \Omega_{c_1} = \frac{g_{c_1} |\mu_{24}|}{\hbar}, \Omega_{c_2} = \frac{g_{c_2} |\mu_{34}|}{\hbar} \quad (17)$$

$g_i$  دامنه‌ی میدان الکتریکی به صورت زیر است:

$$g_k = \sqrt{\hbar \omega_k / 2 \epsilon_0 V} \quad (18)$$

$V$  حجم کاواک،  $\mu$  گشتاور دوقطبی الکتریکی  
 و  $\hat{a}_k$  ( $k=p, c_1, c_2$ ) بسامد میدان‌های تابشی،  $\hat{a}_k^\dagger$  و  
 به ترتیب عملگرهای پایین برنده و بالا برنده ترازهای  
 اتمی می‌باشند. با استفاده از هامیلتونی کل سامانه و معادله-  
 ی فون نویمان و با توجه به رابطه‌ی بین قطبش و میدان  
 الکتریکی، قسمت موهومی و حقیقی ضریب پذیرفتاری  
 سامانه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\text{Im } \chi = \frac{2N |\mu_{14}^i|^2 \Omega_p P}{\epsilon_0 \hbar K} \quad (19)$$

$$Q = 4\gamma_{13}^2 + (\Delta_{c_2} - \Delta_p)^2 \quad (12)$$

$$R = 4\gamma_{12}^2 + (\Delta_{c_1} - \Delta_p)^2 \quad (13)$$

$$W = 8\Omega_{c_1}^2 Q \gamma_{12} \gamma_{14} + 2\Omega_{c_1}^2 Q (\Delta_{c_1} - \Delta_p) \Delta_p + 2\Omega_{c_1}^2 \Omega_{c_2}^2 (\Delta_{c_1} - \Delta_p) (\Delta_{c_2} - \Delta_p) + \Omega_{c_1}^4 Q + \quad (14)$$

$$+ RQ(4\gamma_{14}^2 + \Delta_p^2) + 8R \gamma_{13} \gamma_{14} \Omega_{c_2}^2 + \Omega_{c_2}^4 R$$

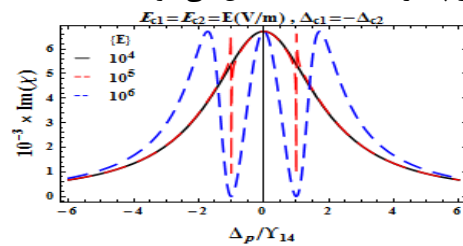
$$+ 2R(\Delta_{c_2} - \Delta_p) \Delta_p \Omega_{c_2}^2 + 8\Omega_{c_1}^2 \Omega_{c_2}^2 \gamma_{12} \gamma_{13}$$

$$S = 2T(\Delta_{c_1} - \Delta_p) \Omega_{c_1}^2 + 2RQ \Delta_p \quad (15)$$

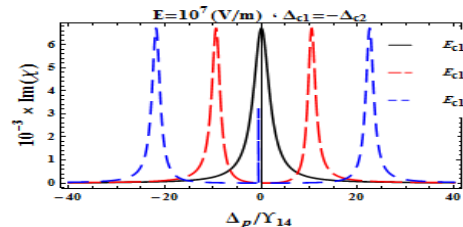
$$+ 2R(\Delta_{c_2} - \Delta_p) \Omega_{c_2}^2$$

## ۲-۱- تاثیر دامنه‌ی میدان‌های کنترل

شکل (۲) و (۳) قسمت موهومی پذیرفتاری سامانه بر حسب  
 $\Delta_p / \gamma_{14}$  با فرض  $\Delta_{c_1} = -\Delta_{c_2}$  به منظور بررسی تاثیر  
 دامنه‌ی میدان‌های کنترل بر آستانه ایجاد شفافیت رسم شده  
 است. در شکل (۲) مشاهده می‌شود که به ازای دامنه‌ی  
 میدان‌های کنترل بزرگتر از  $10^4 V/m$  شفافیت ایجاد می-  
 شود و هر چقدر دامنه‌ی میدان کنترل بزرگتر باشد پهنای  
 پنجره‌ی شفافیت بیشتر می‌شود. در شکل (۳) مشاهده می-  
 شود در نبود میدان‌های کنترل شفافیت ایجاد نمی‌شود و در  
 صورتی که یکی از دامنه‌های میدان‌های کنترل بزرگتر از  
 $10^4 V/m$  باشد، سامانه تبدیل به یک سامانه سه تراز با  
 یک پنجره‌ی شفافیت می‌شود و اگر هر دو دامنه‌ی میدان‌ها  
 بزرگتر از  $10^4 V/m$  باشند، سامانه به یک سامانه چهار  
 تراز با دو پنجره‌ی شفافیت تبدیل می‌شود.



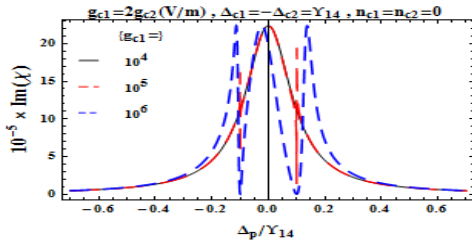
شکل ۲: نمودار قسمت موهومی پذیرفتاری الکتریکی سامانه به ازای  
 مقادیر متفاوت دامنه‌ی میدان‌های کنترل



شکل ۳: نمودار قسمت موهومی پذیرفتاری الکتریکی در حضور و عدم  
 حضور میدان‌های کنترل

## ۳- رهیافت نیمه کوانتومی

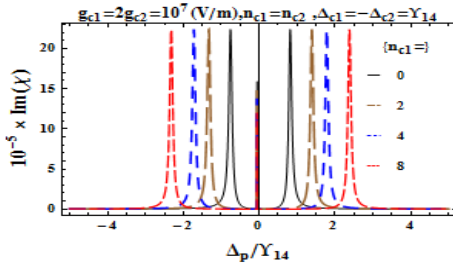
یک سامانه کوانتومی چهار تراز مد  $M$  با ترازهای



شکل (۵): منحنی قسمت موهومی ضریب پذیرفتاری سامانه به ازای مقادیر متفاوت دامنه‌ی میدان‌های کنترل

### ۳-۲- تاثیر تعداد فوتون میدان‌های کنترل

شکل (۶) منحنی قسمت موهومی ضریب پذیرفتاری سامانه بر حسب  $\Delta_p / \gamma_{14}$  به ازای  $\Delta_{c_1} = -\Delta_{c_2}$  رسم شده است، مشاهده می‌شود که دو پنجره‌ی شفافیت ایجاد شده و با افزایش تعداد فوتون میدان‌های کنترل پهنای پنجره‌ی شفافیت افزایش می‌یابد.



شکل (۶): منحنی قسمت موهومی ضریب پذیرفتاری سامانه با افزایش تعداد فوتون میدان‌های کنترل

### ۴- نتیجه‌گیری

در رهیافت نیمه کلاسیک مشاهده شد در عدم حضور میدان‌های کنترل شفافیتی نداریم و به ازای دامنه‌ی میدان‌های بزرگتر از  $10^4 V/m$  شفافیت ایجاد می‌شود. در رهیافت نیمه کوانتومی با تعداد صفر فوتون میدان‌های کنترل، شفافیت به ازای دامنه‌های میدان الکتریکی بزرگتر از  $10^5 V/m$  ایجاد می‌شود و با افزایش تعداد فوتون میدان‌های کنترل پهنای پنجره شفافیت افزایش می‌یابد.

### مراجع

- [1] Z. Raki, H. R. Askari, Effect of light polarization and dimensions of  $\Lambda$ -type three level cylindrical quantum dot on electromagnetically induced transparency, Superlattices Microstruct, Vol. 65, pp. 161-176, 2014.
- [2] M. Mirzaei, H. R. Askari, Z. Raki, Group velocity of light in and V-types cylindrical quantum dots with electromagnetically induced transparency, Superlattice. Microst, Vol. 74, pp. 61-69, 2014.
- [3] M. Fleischhauer, A. Imamoglu, J. P. Marangos, Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media, Rev. Mod. Phys. Vol. 77, pp. 633-673, 2005.
- [4] R. W. Boyd, *Nonlinear optics*, Academic press, 2003.
- [5] S. Khademi, G. Naeimi, S. Alipour, Sh. Mirzaei, An Exact Scheme for the EIT for a Three-level  $\Lambda$ -type Atom in a Quantum Cavity, Appl. Math. Inf. Sci, Vol. 9, No. 3, pp. 1225-1229, 2015.

$$\text{Re } \chi = -\frac{2N \mu_{14}^i \Omega_p D}{e_p \epsilon_0 \hbar K} \quad (20)$$

$$P = \gamma_{14} \left( \gamma_{12}^2 + (\Delta_{c_1} - \Delta_p)^2 \right) \left( \gamma_{13}^2 + (\Delta_{c_2} - \Delta_p)^2 \right) + \gamma_{12} \Omega_{c_1}^2 (n_{c_1} + 1) \left( (\Delta_{c_2} - \Delta_p)^2 + \gamma_{13}^2 \right) + \gamma_{13} \Omega_{c_2}^2 (n_{c_2} + 1) \left( \gamma_{12}^2 + (\Delta_{c_1} - \Delta_p)^2 \right) \quad (21)$$

$$k = \left( (\Delta_{c_1} - \Delta_p)^2 + \gamma_{12}^2 \right) \left( \gamma_{13}^2 + (\Delta_{c_2} - \Delta_p)^2 \right) (\Delta_p^2 + \gamma_{14}^2) + 2\Omega_{c_1}^2 (n_{c_1} + 1) \Omega_{c_2}^2 (n_{c_2} + 1) \left( (\Delta_{c_1} - \Delta_p) (\Delta_{c_2} - \Delta_p) + \gamma_{12} \gamma_{13} \right) + 2 \left( (\Delta_{c_1} - \Delta_p)^2 + \gamma_{12}^2 \right) \Omega_{c_2}^2 (n_{c_2} + 1) \left( (\Delta_{c_2} - \Delta_p) \Delta_p + \gamma_{13} \gamma_{14} \right) + 2 \left( \gamma_{13}^2 + (\Delta_{c_2} - \Delta_p)^2 \right) \Omega_{c_1}^2 (n_{c_1} + 1) \left( (\Delta_{c_1} - \Delta_p) \Delta_p + \gamma_{12} \gamma_{14} \right) + \left( (\Delta_{c_1} - \Delta_p)^2 + \gamma_{12}^2 \right) \Omega_{c_2}^4 (n_{c_2} + 1)^2 + \left( \gamma_{13}^2 + (\Delta_{c_2} - \Delta_p)^2 \right) \Omega_{c_1}^4 (n_{c_1} + 1)^2 \quad (22)$$

$$D = (\Delta_{c_1} - \Delta_p) (\Delta_{c_2} - \Delta_p) \left( -(\Delta_{c_1} - \Delta_p) (\Delta_{c_2} - \Delta_p) \Delta_p - (\Delta_{c_2} - \Delta_p) \Omega_{c_1}^2 (n_{c_1} + 1) - (\Delta_{c_1} - \Delta_p) \Omega_{c_2}^2 (n_{c_2} + 1) \right) - (\Delta_{c_2} - \Delta_p) \gamma_{12}^2 \left( (\Delta_{c_2} - \Delta_p) \Delta_p + \Omega_{c_2}^2 (n_{c_2} + 1) \right) - (\Delta_{c_1} - \Delta_p) \gamma_{13}^2 \left( (\Delta_{c_1} - \Delta_p) \Delta_p + \Omega_{c_1}^2 (n_{c_1} + 1) \right) \quad (23)$$

### ۳-۱- تاثیر دامنه‌ی میدان‌های کنترل

شکل (۵) قسمت موهومی پذیرفتاری سامانه بر حسب  $\Delta_p / \gamma_{14}$  با فرض  $\Delta_{c_1} = -\Delta_{c_2}$  رسم شده است. مشاهده می‌شود در صورتی که تعداد فوتون میدان‌های کنترل صفر باشد، شفافیت به ازای دامنه‌ی میدان‌های الکتریکی بزرگتر از  $10^5 V/m$  ایجاد می‌شود و در صورتی که یکی از دامنه‌ها بزرگتر از  $10^5 V/m$  باشد یک پنجره‌ی شفافیت ایجاد می‌شود و سامانه تبدیل به یک سامانه سه تراز می‌شود. در صورتی که هر دو دامنه‌ی میدان‌ها بزرگتر از  $10^5 V/m$  باشد سامانه به یک سامانه چهار تراز با دو پنجره‌ی شفافیت تبدیل می‌شود و با افزایش دامنه‌ی میدان‌ها، پهنای پنجره‌ی شفافیت افزایش می‌یابد.