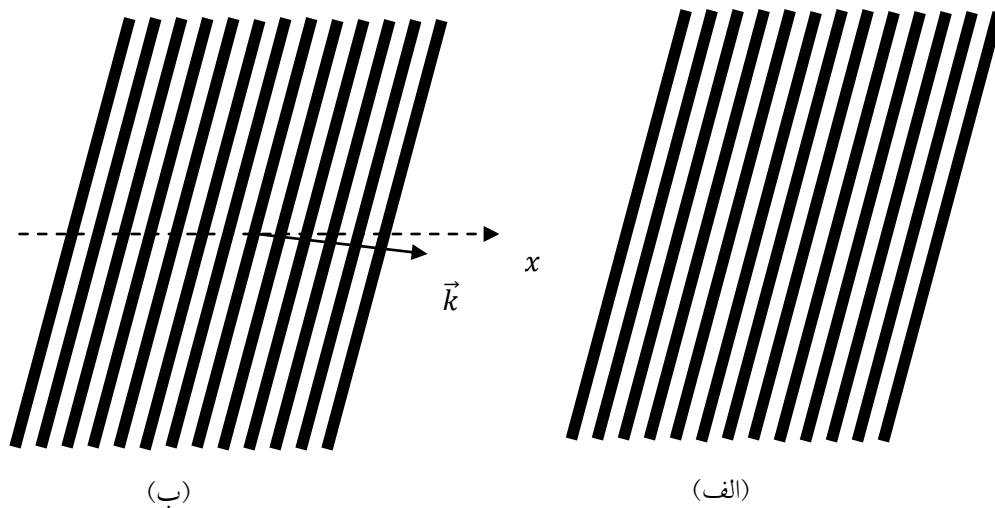


آشنایی با پدیده ماره (moiré)

توری جذبی - هرگاه روی ورقه شفافى چون طلق، تعداد زیادى نوارهاى خطى كدر هم پهنا به موازات يكديگر و به فاصله هاى مساوى از هم رسم كنيم يك توري خطى جذبى به وجود مى آيد، شكل (الف). ضريب عبور نور از چنين ساختارى تناوبى است. فاصله دو خط متوالى با ضريب عبور همسان دوره تناوب ناميده مى شود. تعداد تناوبها در واحد طول (معمولاً در پهناى يك ميليمتر) فرکانس فضايى گفته مى شود. ضريب عبور بين يك و صفر است. ضريب عبور صفر يعنى كاملاً كدر و ضريب عبور يك يعنى كاملاً شفاف. نمايش رياضى چنين رفتار تناوبى با استفاده از توابع مثلثاتى ميسر مى شود كه در آنها مكان متغير تابع، دوره تناوب و ضريب عبور مشخصه هاى توابع است. ساده ترين ضريب عبور تناوبى با يك تابع كسينوسى به صورت:

$$T = \frac{1}{2} + V \cos\left(\frac{2\pi}{q}x + \varphi\right) \quad (1)$$

قابل توصيف است كه در آن T ، V ، q ، x ، φ به ترتيب ضريب عبور، پارامتر عبور ($|V| \leq \frac{1}{2}$)، طول تناوب، فاصله و فاز اوليه است. كميت $f = \frac{1}{q}$ فرکانس فضايى توري است.



شكل 1- (الف) هرگاه تعداد زيادى نوار كدر خطى هم پهنا به فاصله هاى مساوى از يكديگر
روى ورقه شفافى چون طلق رسم شود توري جذبى خطى تشكيل مى شود. (ب) نمايش بردارى
توري خطى

برای توصیف ریاضی دقیق توری لازم است جهت خطوط توری مشخص شود. برای این کار هر توری را با یک بردار شبکه \vec{k} که اندازه آن $\frac{2\pi}{q}$ و امتداد آن عمود بر خطوط توری است مشخص می کنیم. جهت بردار \vec{k} طوری است که با محور x دستگاه مختصات زاویه کمتر از 90 درجه می سازد، شکل 1-ب). با در نظر گرفتن ملاحظات اخیر رابطه (1) به صورت زیر در می آید:

$$T = \frac{1}{2} + V \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi) \quad (2)$$

که در آن بردار مکان است.

حال اگر دو توری با بردارهای شبکه نزدیک به هم را که ضرایب عبور:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{2} + V_1 \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \varphi_1) \\ T_2 &= \frac{1}{2} + V_2 \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \varphi_2) \end{aligned} \quad (3)$$

را دارند بر هم نهی کنیم، ضریب عبور از مجموع، T ، با رابطه

$$T = T_1 T_2 = \left[\frac{1}{2} + V_1 \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \varphi_1) \right] \left[\frac{1}{2} + V_2 \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \varphi_2) \right] \quad (4)$$

مشخص می شود. با ضرب دو عبارت در هم و استفاده از رابطه مثلثاتی:

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A + B) + \cos(A - B)] \quad (5)$$

رابطه (4) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$T = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} V_1 \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \varphi_1) + \frac{1}{2} V_2 \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \varphi_2) + \frac{1}{2} V_1 V_2 \cos[(\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \cdot \vec{r} + (\varphi_1 + \varphi_2)] + \frac{1}{2} V_1 V_2 \cos[(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} + (\varphi_2 - \varphi_1)] \quad (6)$$

بنا به رابطه (6) ضریب عبور از دو توری برهم نهی شده از چهار تابع دوره ای به فرکانسهای

فضایی $\frac{k_2 - k_1}{2\pi}$ ، $\frac{k_2 + k_1}{2\pi}$ ، $\frac{k_2}{2\pi}$ ، $\frac{k_1}{2\pi}$ تشکیل شده است. در صورتی که اندازه های و جهت های

بردارهای \vec{k}_1 و \vec{k}_2 نزدیک به هم باشند جمله آخر نماینده ساختار تناوبی با فرکانس خیلی کمتر

از سایر جمله ها است. این ساختار تناوبی با فرکانس کم (نسبت به فرکانسهای دو توری) نقش

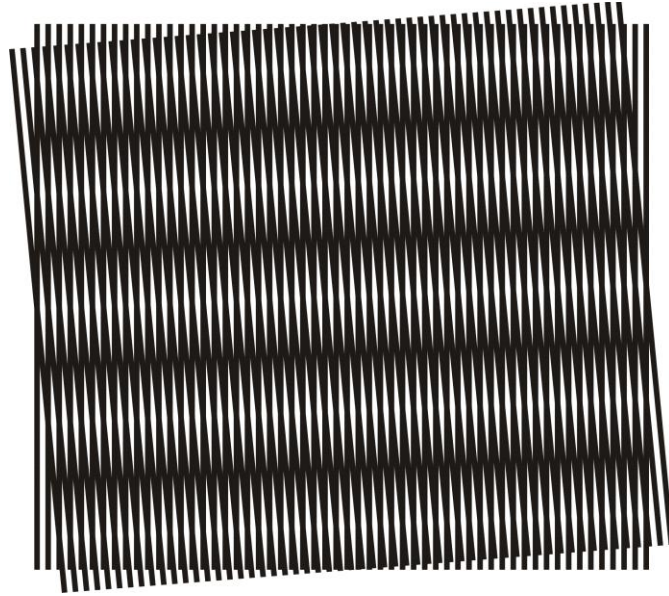
ماره و یا فریزهای ماره می نامند که به شکل زیر نمایش داده می شود:

$$T_m = A \cos(\vec{k}_m \cdot \vec{r} - \varphi) \quad (7)$$

که در آن

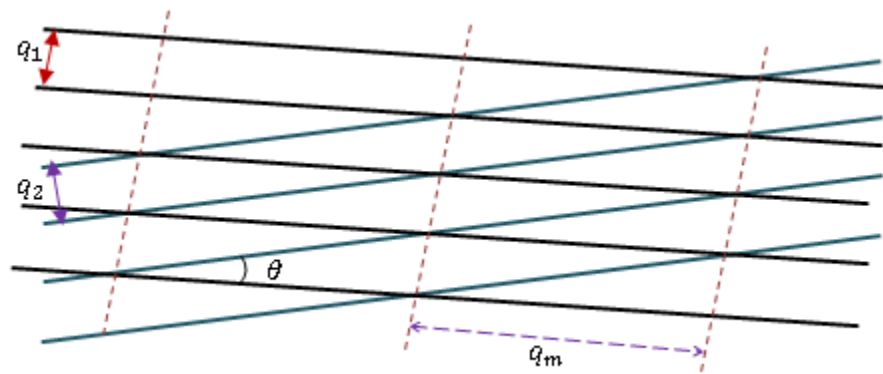
$$A = \frac{1}{4}V_1V_2, \quad \vec{k}_m = \vec{k}_2 - \vec{k}_1, \quad \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

در شکل 2 دو توری با گامهای مساوی و زاویه میان دو توری $\theta = 5^\circ$ برهم نهی شده اند. نوارهای درشت که بر نیمساز خطوط دو توری عمودند نقش ماره یا فریزهای ماره گفته می شود.



شکل 2- با برهم نهی دو توری جذبی که فرکانسهای آنها مساوی و یا نزدیک بهم باشند وقتی که زاویه میان خطوط دو توری کوچک و یا صفر باشد ساختار تناوبی جدیدی با فرکانس کم ظاهر می شود که نقش ماره خوانده می شود.

علت ظاهر شدن نقش ماره ایجاد شبکه دو بعدی در اثر برهم نهی است. با برهم نهی دو توری در سطح همپوشانی شده متوازی الاضلاعهایی به وجود می آید که طول قطرهای آنها به زاویه میان خطوط دو توری بستگی دارد. در حوالی رئوس متوازی الاضلاعها که خطوط تیره روی هم قرار می گیرند نور بیشتری عبور می کند. چون سطح شفاف بیشتر است. در محلهایی که نوارهای کدر از هم جدا می شوند سطح کدر بیشتر می شود و نوری که عبور می کند کمتر است. بنابراین نوارهای روشن نقش ماره مکان هندسی رئوس متوازی الاضلاعها است و نوارهای تاریک ماره مکانهایی اند که نوارهای تاریک همپوشانی ندارند، شکل 3.



شکل 3- نوارهای روشن و تاریک ماره به ناحیه هایی از سطح همپوشانی مربوط می شوند که نوارها یکدیگر را قطع می کنند. رئوس متوازی الاضلاعها، و نوارهای تاریک دو توری همپوشانی ندارند، وسط اضلاع متوازی الاضلاعها.

2- محاسبه گام ماره

برای محاسبه گام یا دوره تناوب نقش ماره، مربع عبارت دوم رابطه (8) را می نویسیم:

$$k_m^2 = k_1^2 + k_2^2 - 2k_1k_2 \cos \theta \quad (9)$$

که در آن θ زاویه میان خطوط دو توری است. با نوشتن مقدار بردار شبکه ها بر حسب گام توری

ها $k_1 = \frac{2\pi}{q_1}$ ، $k_2 = \frac{2\pi}{q_2}$ و نمایش بردار شبکه ماره به صورت $k_m = \frac{2\pi}{q_m}$ در رابطه (9) گام

ماره، q_m ، می شود:

$$q_m = \frac{q_1 q_2}{\sqrt{q_1^2 + q_2^2 - 2q_1 q_2 \cos \theta}} \quad (10)$$

بنا بر رابطه (10) با داشتن گامهای توریها می توان گام ماره را برای هر زاویه ای میان خطوط دو توری به دست آورد. اکنون طرفین عبارت دوم در رابطه (8) را در بردار \vec{k}_1 ضرب می کنیم به دست می آید:

$$k_m k_1 \cos \alpha = k_1 k_2 \cos \theta - k_1^2 \quad (11)$$

که در آن α زاویه میان بردار شبکه ماره و بردار شبکه توری شماره 1 است. رابطه (11) را به صورت زیر می نویسیم:

$$\cos \alpha = \frac{k_2 \cos \theta - k_1}{k_m} \quad (12)$$

بنابراین با معلوم بودن بردارهای شبکه دو توری بر هم نهاده می توان زاویه فریزهای ماره را مشخص کرد.

حالات خاص:

در بسیاری از موارد نقشهای ماره متناظر $\vec{k}_1 = \vec{k}_2$ و $\theta \neq 0$ و یا $\vec{k}_1 \neq \vec{k}_2$ و $\theta = 0$ استفاده می شود. برای موارد اول روابط (10) و (12) به ترتیب به صورت زیر در می آیند:

$$q_m = \frac{q}{2q \sin(\frac{\theta}{2})} \quad (13)$$

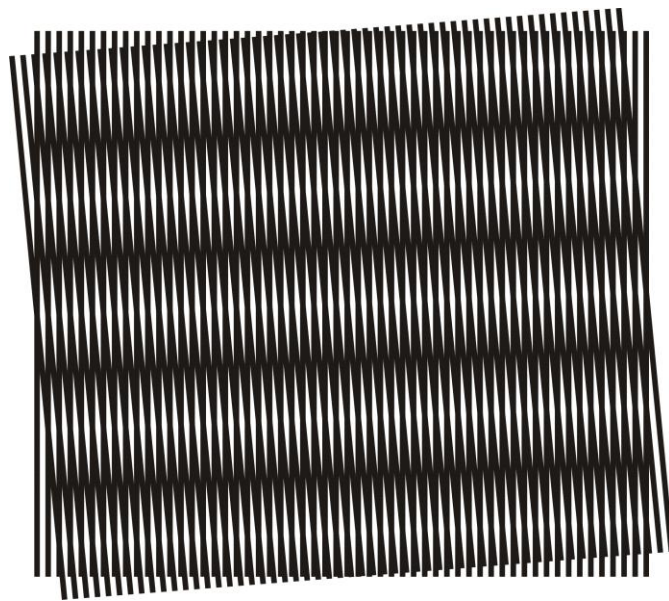
$$\alpha = \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right) \quad (14)$$

که در آن فریزهای ماره بر نیمساز خطوط دو توری عمودند. برای حالت دوم، $\vec{k}_1 \neq \vec{k}_2$ و $\theta = 0$ روابط (10) و (12) به دست می دهد:

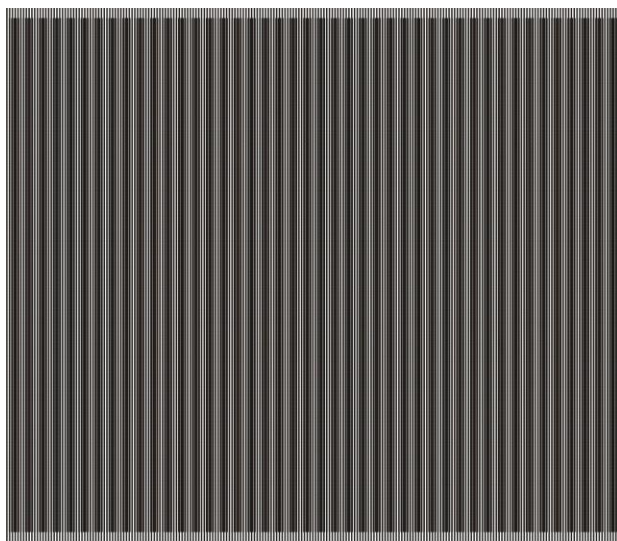
$$q_m = \frac{q_1 q_2}{|q_2 - q_1|} \quad (15)$$

$$\alpha = 0 \quad (16)$$

در حالت دوم فریزهای ماره با خطوط دو توری موازی اند. در شکلهای 4-الف و 4-ب فریزهای ماره مربوط به این دو حالت خاص مشاهده می شوند.



(الف)

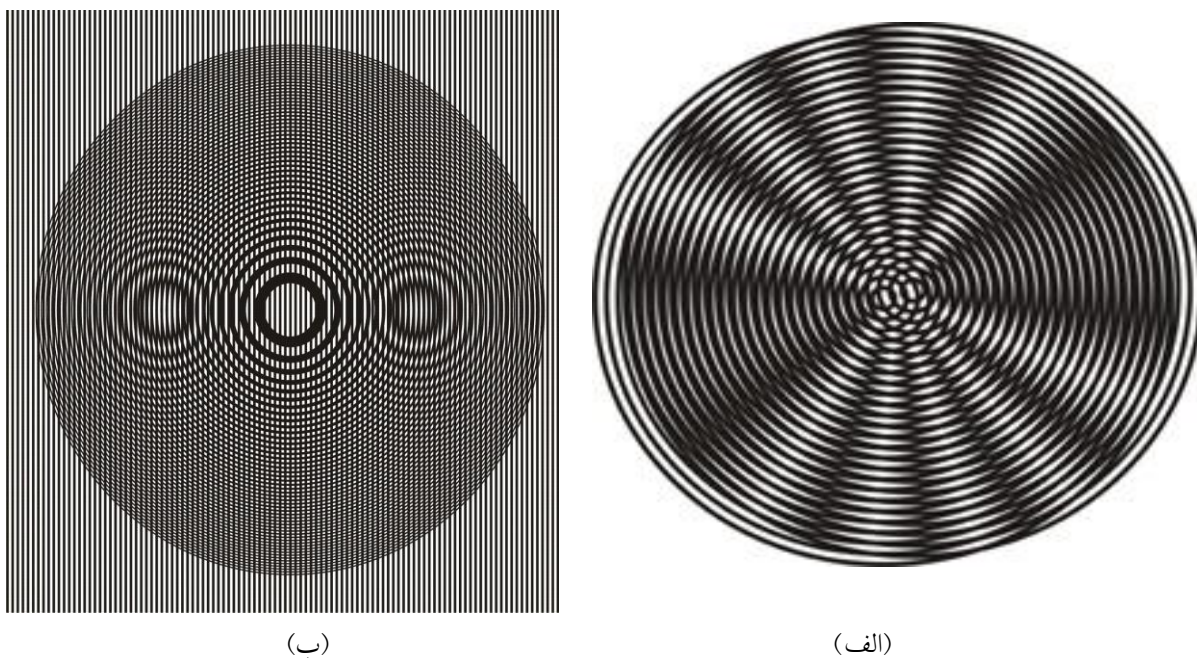


(ب)

شکل 4-الف از برهم نهی دو توری با گامهای مساوی و زاویه کوچک میان خطوط دو توری فریزهای ماره عمود بر نیمساز خطوط دو توری ایجاد می شود. ب- در برهم نهی دو توری با گامهای متفاوت ولی موازی فریزهای ماره موازی با خطوط توری می شوند.

نقش ماره از برهم نهی دو توری فیزیکی، یک توری فیزیکی و تصویر یک توری، تصاویر دو توری ایجاد می شود. برای تشکیل فریزهای ماره از برهم نهی توریهای غیر خطی نیز استفاده می شود. برای مثال از برهم نهی دو توری دایره ای مشابه نقش ماره خطی به وجود می آید، شکل 5-

الف. از برهم نهی توری منطقه ای فرنل و توری خطی، دو یا سه دسته توری منطقه ای به وجود می آید که می توان آنها را نقش ماره خواند، شکل 5-ب.



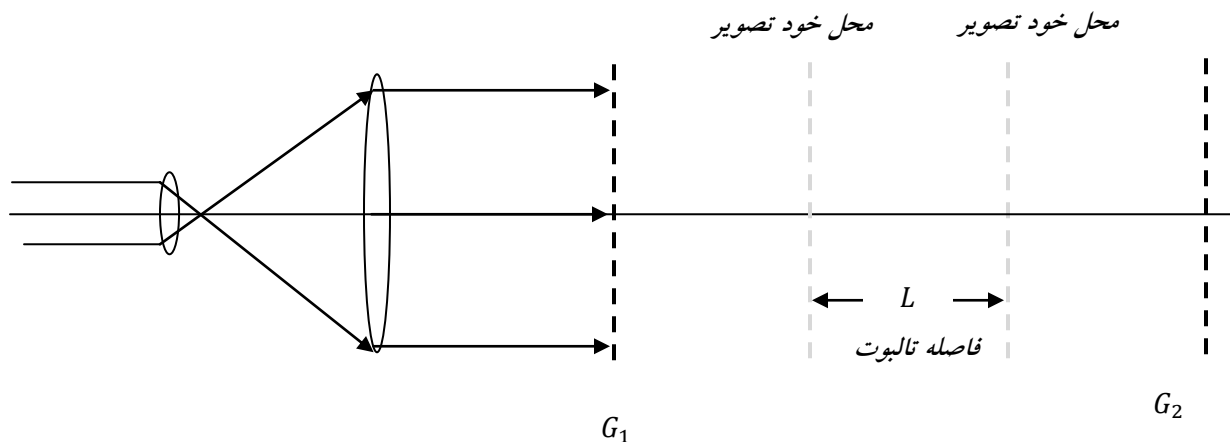
شکل 5-الف- نقش ماره حاصل از دو توری دایره ای ب- فریزهای ماره حاصل از برهم نهی یک توری خطی و توری منطقه ای فرنل

پدیده خود تصویر

هر گاه باریکه ای تک فام و همدوس یک توری جذبی را بطور عمودی روشن کند در فاصله های معین و ثابت که به گام توری و طول موج بستگی دارد، توزیع شدت ایجاد شده در صفحه عمود بر انتشار با توزیع شدت در صفحه پشت توری یکسان است. به این توزیعهای شدت خود تصویر یا پدیده تالبوت گفته می شود و با نظریه پراش فرنل قابل توصیف است. فاصله دو خود تصویر متوالی یا فاصله تالبوت برای نور موازی با طول موج از فرمول:

$$L = \frac{2q^2}{\lambda} \quad (17)$$

به دست می آید که در آن q گام توری است. با قرار دادن یک توری مشابه با توری ایجاد کننده خود تصویرها در محل یکی از خود تصویرها نقش ماره ظاهر می شود، شکل 6. از تشکیل این

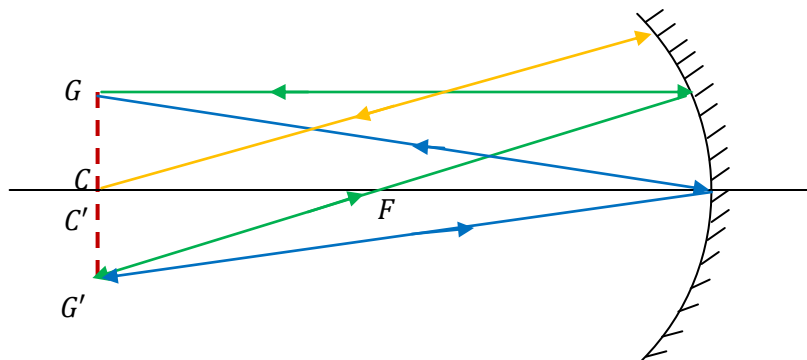


شکل 6- هرگاه نور موازی و تکفام به یک توری جذبی خطی فرود بیاید در فاصله معین از توری توزیع شدت مشابه توزیع شدت پشت توری می شود که خود تصویر نامیده می شود.

نوع نقش ماره برای اندازه گیری انحرافهای کم نور استفاده می شود. اندازه گیری انحراف نور به این طریق به انحراف سنجی ماره مشهور است و بطور گسترده مورد استفاده قرار می گیرد.

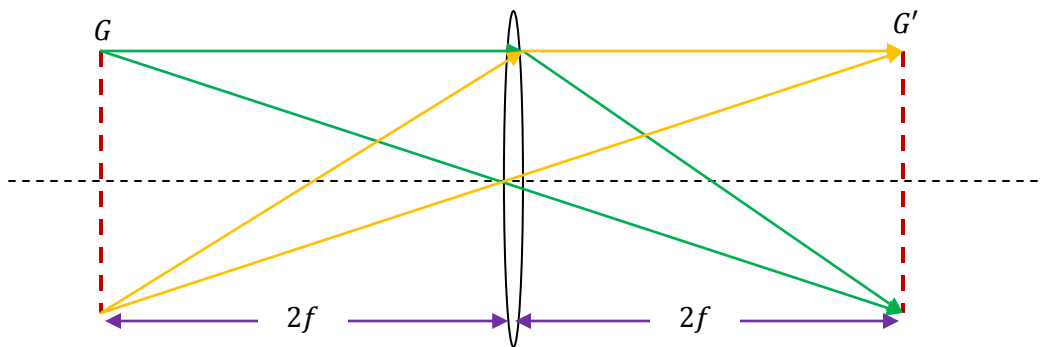
از پدیده ماره و پدیده تالپوت برای اندازه گیری جابه جاییهای کوچک، نوسانات، انحراف نور بسیار کم بطور گسترده استفاده می شود. بنابراین تغییرات هر پدیده فیزیکی که به صورت جابه جایی و یا انحراف نور باشد با تکنیک ماره قابل مطالعه است. علت رویکرد کاربران به تکنیک ماره برای اندازه گیری افزایش چشمگیر دقت اندازه گیری است. گام ماره از چند تا چند ده برابر گام توری های ایجاد کننده نقش ماره است. بنابراین تغییر و یا جابه جایی خطوط توری از چند تا چند ده برابر بزرگنمایی می شود. از طرفی چون تمام توریها می توانند از مرتبه میکرومتر باشد با تکنیک ماره جابه جاییهای زیر میکرونی و کمتر قابل مطالعه است. لازم به گفتن است که با استفاده از توریهای طبیعی، بلورها از جمله گرافین، نقشهای ماره ای ایجاد کرده اند که گام آنها از مرتبه دهم نانومتر است و تغییراتی از مرتبه دهم نانو متر را هم با تکنیک ماره مطالعه می کنند.

از تکنیک ماره برای نمایش ابیراهی قطعات و دستگاههای نوری و همچنین برای بررسی تابع انتقال تحریر (modulation transfer function) به طور گسترده استفاده می شود. برای مثال برای بررسی کیفیت تصویر در آینه مقعر یک توری خطی را در مرکز آینه بطور متقارن نسبت به محور آینه قرار می دهیم، شکل 9- تصویر توری بر خودش منطبق می شود. اگر تصویر دقیقاً به



شکل 9- تصویر یک توری خطی که در مرکز آینه بر محور آینه عمود باشد بر خودش منطبق می شود. هر چه تصویر کم عیب تر باشد نقش ماره حاصل بر هم نهی توری و تصویرش درشت تر خواهد بود.

اندازه شیئی باشد نقش ماره نباید دیده شود. چون تصویر بی عیب نیست و هرچه از محور دور شویم عیبهای تصویر نمایان تر می شود در نقاط دور از محور فریزهای ماره ای دیده می شوند که از میزان ابیراهی آینه حکایت دارند. در مورد عدسی لازم است توری را در فاصله $2f$ از عدسی محذب قرار داد. چون تصویر توری در فاصله $2f$ در طرف دیگر عدسی تشکیل می شود با قرار دادن یک توری مشابه روی تصویر عیوب عدسی نمایان می شود. شکل 10



شکل 10- اگر یک توری خطی در فاصله $2f$ از یک عدسی مثبت (محدب) قرار گیرد تصویر آن به اندازه جسم در فاصله $2f$ در آن طرف عدسی تشکیل می شود. با برهم نهی یک توری خطی مشابه بر تصویر، عیوب (ابراهی) عدسی ظاهر می شود.

یکی دیگر از کاربردهای تکنیک ماره در آزمون های اپتیکی تعیین تابع انتقال تحریر است. اساس این آزمون قرار دادن توری با گامهای مختلف (فرکانس فضایی متفاوت) در مقابل دستگاه تصویر ساز است. بعد پیدا کردن نمایانی خطوط توری تصویر است. در توری تصویر شدت نور در ماکزیمم ها و مینیمم های عبوری با شدت نور در ماکزیمم ها و مینیمم های عبور نور در توری تفاوت پیدا می کند. این تفاوت با رابطه زیر داده می شود:

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

اندازه گیری این کمیت در عمل دشوار است. ولی اگر یک توری فیزیکی مشابه را بر توری تصویر منطبق کنیم نمایانی فریزهای ماره به راحتی قابل اندازه گیری است. با رسم نمایانی فریزهای ماره بر حسب فرکانس توری تابعی به دست می آید که رفتار تابع انتقال تحریر دستگاه را نشان می دهد.