بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

انتشار پرتوهای سهموی-گاوسی کارتزین در محیط‌های غیرخطی غیرموضعی قوی

غلامرضا هنرآسا، علیرضا کشاورز و زهرا فرمانی

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه صنعتی شیراز

چکیده – در این مقاله به انتشار پرتوهای سهموی-گاوسی کارتزین در محیط‌های غیرخطی غیرموضعی قوی با استفاده از ماتریس *ABCD* می‌پردازیم. به این منظور عبارتی برای تابع توزیع میدان این پرتوها در حین انتشار به دست آورده و با استفاده از ماتریس انتقال محیط‌های غیرخطی غیرموضعی قوی انتشار پرتوهای سهموی-گاوسی کارتزین در این محیط ها شبیه‌سازی می‌شود.

کلید واژه- پرتو سهموی-گاوسی کارتزین، محیط غیرخطی غیر موضعی، انتگرال کالینز، قانون ABCD.

Propagation of Cartesian Parabolic-Gaussian Beams in Strongly Nonlocal Nonlinear Media

Gholamreza Honarasa, Alireza Keshavarz, and Zahra Farmani

Department of Physics, Faculty of Science, Shiraz University of Technology

Abstract- In this paper, the propagation of Cartesian Parabolic-Gaussian beams in strongly nonlinear nonlocal media is investigated using the ABCD matrix method. For this purpose, an expression for field distribution during propagation is derived and with the help of transmission matrix of strongly nonlocal nonlinear media, the propagation of Cartesian Parabolic-Gaussian beams is simulated in this media.

Keywords: Cartesian Parabolic-Gaussian beam, Nonlocal nonlinear media, Collins Integral, ABCD Law.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06]

۱- مقدمه

انتشار پرتوهای پیرامحوری در سامانه‌های اپتیکی برای مدت زمان طولانی مورد توجه بوده و جواب‌های مختلفی براساس شرایط اولیه و تقارن‌های مسئله به‌دست آمده است. پرتوهای کارتزین به‌عنوان یک حل عمومی و جدید پرتو معرفی می‌شود. دامنه مختلط پرتوهای کارتزین به‌عنوان توابع استوانه سهموی یا توابع فوق هندسی همشار توصیف می‌شود، و پرتوها به‌وسیله سه پارامتر مختلط مشخص می‌شوند. برای مقادیر خاص پارامترهای پرتو، پرتوهای کارتزین به بسیاری از حل‌های شناخته شده از قبیل پرتوهای هرمیت-گاوس، کسینوس گاوس، کسینوس هایپرپولیک گاوس، پرتوهای لورنتس و ... تبدیل می شود [۱].

محیط‌های غیرخطی غیر موضعی قوی محیط‌های هستند که در آن‌ها ضریب شکست مواد در یک نقطه خاص به شدت پرتو در تمام نقاط دیگر بستگی دارد [۲]. این ویژگی در بسیاری از سامانه‌های فیزیکی مانند بلورهای نورشکست [۳]، بلورهای مایع نماتیک [۴] و ... وجود دارد. در این مقاله به معرفی پرتوهای سهموی-گاوس کارتزین و بررسی انتشار آن‌ها در محیط‌های غیرخطی غیرموضعی قوی می‌پردازیم.

۲- پرتوهای کارتزین

پرتوهای کارتزین برحسب تابع فوق هندسی همشار ${}_1F_1(a,b;x)$ به صورت زیر توصیف می‌شوند[۱]:

$$U_\beta(x;p,q)=\zeta_\beta(Px^2)^{(t-1/2)/2} \times F_1(\beta,t;Px^2)\exp(\frac{ikx^2}{2q}) \quad (۱)$$

که این پرتو با سه پارامتر (p,q,β) که در حالت کلی مختلط هستند، مشخص می‌شود. مقدار فاکتور پاریته t برای پرتوهای زوج برابر ۱/۲ و برای پرتوهای فرد ۳/۲ است. در رابطه (۱)، K عدد موج است و

$$P=P(p,q)\equiv\frac{ik}{2}(\frac{1}{p}-\frac{1}{q}) \quad (۲)$$

در این‌جا پارامترهای مختلط (p,q) از صفحه ورودی z_0 به صفحه خروجی z از طریق سیستم اپتیکی $ABCD$ مختلط یا حقیقی دلخواه با استفاده از قانون تبدیل زیر انتشار می‌یابند:

$$p=\frac{Ap_0+B}{Cp_0+D},\qquad q=\frac{Aq_{0+}B}{Cq_0+B} \quad (۳)$$

فاکتور مقیاس ζ_t از انتشار باریکه می‌آید و برابر است با:

$$\zeta_\beta=\frac{(A+B/q_0)^{\beta-(t+1/2)/2}}{(A+B/p_0)^{\beta-(t-1/2)/2}} \quad (۴)$$

معادله (۱) همراه با معادلات (۲) تا (۴)، انتشار پرتوهای کارتزین را در هر سیستم اپتیکی با ماتریس ABCD مشخص می‌کند.

۳-پرتوهای سهموی-گاوسی کارتزین

پرتوهای کارتزین امکان یافتن ترکیب‌های پرتو جالب و جدید را پیشنهاد می‌کند. پرتوهای سهموی- گاوس کارتزین با جایگذاری پارامترهای پرتوهای کارتزین در صفحه $z=0$ به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$p_0=\frac{z_R}{h+i}\qquad q_0=-p_0^*\qquad \beta=\frac{t}{2}-\frac{i\alpha}{2} \quad (۵)$$

که $h\in R$ و $z_R=k\omega_0^2/2$ طول ریلی و ω_0 کمر پوش گاوسی است و $\alpha\in R$ مرتبه تابع استوانه سهموی است. با جایگذاری $\{p_0,q_0,\beta\}$ در معادله (۱) داریم [۵]:

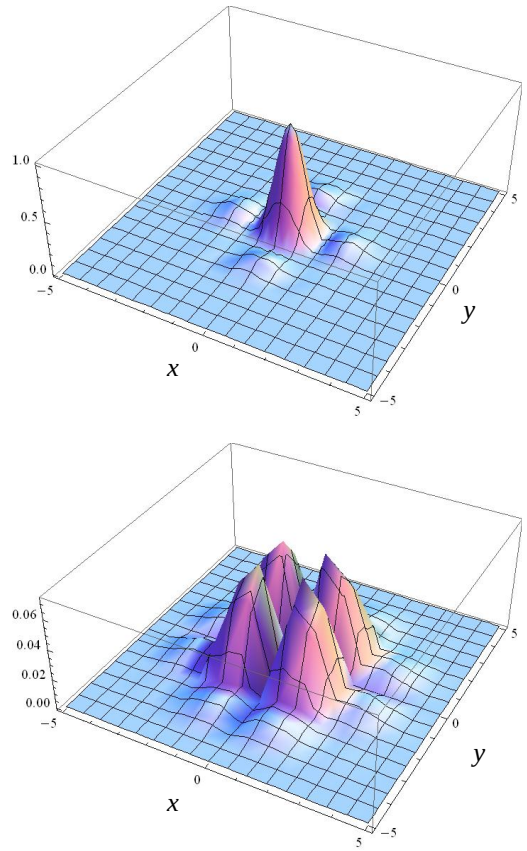
$$\Theta_\alpha(x;z=0)=\frac{1}{2^{t/2-1/4}}\exp(-\frac{x^2}{\omega_0^2})P_\alpha(\frac{2\sqrt{h}}{\omega_0}x) \quad (۶)$$

تابع استوانه سهموی را با جمله‌های تابع فوق هندسی ${}_1F_1(a,b;x)$ نشان می‌دهند به‌طوریکه:

$$P_\alpha(x)=(e^{i\pi/4}x)^{t-1/2}\exp(-\frac{ix^2}{4}) \times F_1(\frac{t}{2}-\frac{i\alpha}{2};t;\frac{ix^2}{2}) \quad (۷)$$

که اثر فاکتور پاریته t در تابع استوانه سهموی آشکار است. در شکل ۱ نمودار شدت دو پرتو سهموی- گاوس کارتزین با پارامترهای مختلف رسم شده است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06]



شکل۱: شدت پرتو سهموی-گاوسی کارتزین در $z=0$ به ازای $\alpha=-3.5$ و $h=0.5$ برای الف) $t=1/2$ و ب) $t=3/2$

۴- محیط‌های غیرخطی غیرموضعی

انتشار پرتوهای اپتیکی پیرامحوری در محیط‌های غیر خطی غیرموضعی با معادله شرودینگر غیرموضعی توصیف می‌شود:

$$2ikn_0\frac{\partial\phi}{\partial z}+n_0\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\phi +2k^2n_2\phi\int R(\vec{r}-\vec{r}')d^2\vec{r}'=0 \qquad (۸)$$

که در آن ϕ دامنه مختلط موج، $\vec{r}=(x,y)$ مختصات عرضی، n_0 ضریب شکست خطی محیط، n_2 ضریب شکست غیرخطی و R تابع پاسخ فضایی بهنجار محیط است. جمله آخر در رابطه‌ی (۸) نشان دهنده غیرخطیت غیرموضعی است. در این مواد اگر پهنای تابع پاسخ ماده بزرگتر از پهنای پرتو باشد محیط را محیط غیرخطی غیرموضعی قوی می‌نامند. در این حالت، معادله شرودینگر غیرخطی غیرموضعی را می‌توان براساس مدل اسنایدر-میشل به‌صورت زیر نوشت [۶]:

$$2ik\frac{\partial\phi}{\partial z}+n_0\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\phi -k^2\gamma^2p_0\left(x^2+y^2\right)\phi=0 \qquad (۹)$$

که در آن γ یک ثابت ماده مرتبط با تابع پاسخ و $p_0=\iint|\phi|^2\,dxdy$ توان پرتو ورودی است.

یانگ و همکارانش با استفاده از تعریف پارامتر q، ماتریس انتقال برای محیط‌های غیرخطی غیرموضعی قوی را به صورت زیر معرفی کردند [۱]:

$$\begin{pmatrix}\cos(\sqrt{\frac{p_0}{p_c}}\frac{z}{z_0}) & -\frac{z_0}{\sqrt{\frac{p_0}{p_c}}}\sin(\sqrt{\frac{p_0}{p_c}}\frac{z}{z_0})\\ \frac{1}{z_0}\sqrt{\frac{p_0}{p_c}}\sin(\sqrt{\frac{p_0}{p_c}}\frac{z}{z_0}) & \cos(\sqrt{\frac{p_0}{p_c}}\frac{z}{z_0})\end{pmatrix} \qquad (۱۰)$$

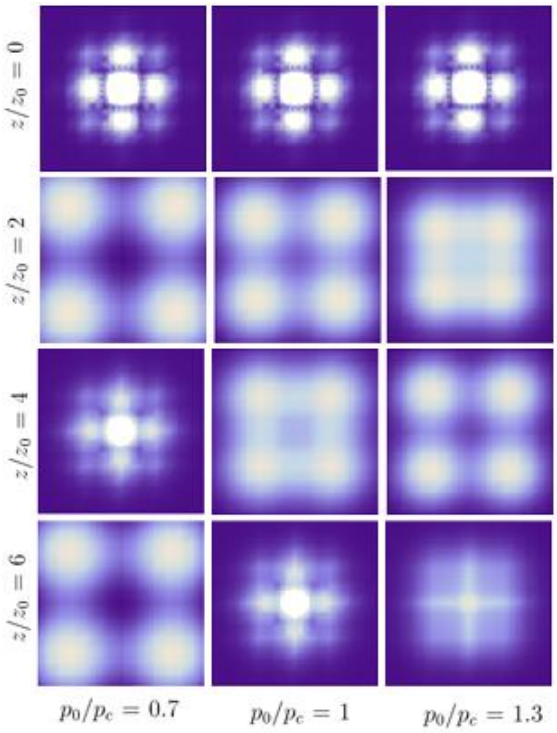
که در آن $z_0=\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}$ طول ریلی و $p_c=\frac{4}{\gamma^2\omega_0^2k^2}$ توان بحرانی است که در این توان اندازه لکه گاوسی در حین انتشار ثابت باقی می‌ماند.

۵- نتایج

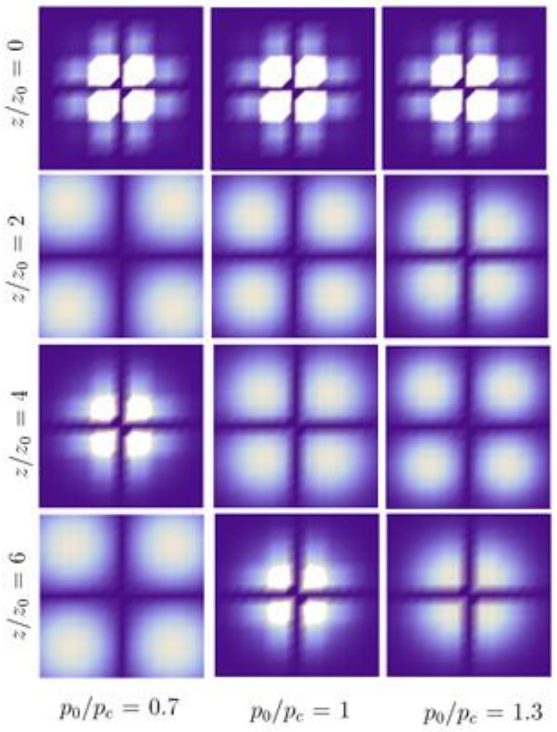
با جایگذاری عناصر ماتریس انتقال (۱۰) در رابطه‌ی (۶) چگونگی انتشار پرتوهای سهموی-گاوسی کارتزین در محیط‌های غیرخطی غیرموضعی قوی مشخص می‌شود.

در شکل ۲ و ۳ توزیع دو بعدی شدت یک پرتو سهموی-گاوسی کارتزین در حین انتشار درون یک محیط غیرخطی غیرموضعی قوی به ازای مقادیر مختلف p/p_0 و z/z_0 رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود توزیع شدت با دوره تحول $z=\frac{\pi z_0}{\sqrt{p_0/p_c}}$ تغییر می‌کند. بنابراین هر چه توان ورودی بزرگتر باشد دوره تحول آن کوچکتر است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06]



شکل ۲: توزیع شدت پرتو سهموی-گاوسی کارتزین با $\alpha = -3.5$ و $h = 0.5$ برای توان‌های ورودی مختلف در یک محیط غیرخطی غیرموضعی قوی.



شکل ۳: توزیع شدت پرتو سهموی-گاوسی کارتزین با $\alpha = -3.5$ و $h = 0.5$ برای توان‌های ورودی مختلف در یک محیط غیرخطی غیرموضعی قوی.

۶- نتیجه‌گیری

ویژگی‌های پرتوهای سهموی-گاوسی کارتزین در حین انتشار درون یک محیط غیرخطی غیرموضعی قوی بررسی گردید. نتایج نشان می‌دهد که رفتار تابع توزیع شدت، پهنای پرتو و شعاع انحنای این پرتوها بستگی به توان ورودی آن دارد به نحوی که هر چه توان ورودی بزرگتر باشد دوره تحول آن‌ها کاهش می‌یابد.

مراجع

[1] Bandres M. A., Lopez-Mago D., Gutierrez-Vega J. C., **J. Opt. 12** (2010) 065702.
[2] Yang Z., Lu D., Hu W., Zheng Y., Gao X. and Gau Q., **phys. Lett. A** 374 (2010) 4007.
[3] Mamaev A. V., Zazulya A. A., Mezentsev V. K., Anderson D. Z. and Saffman M., **Phys. Rev. A** 56 (1997) R1110.
[4] Hu W., Zheng T., Gau Q., Li X. and Lan S., **Appl. Phys. Lett.** 89 (2006) 071111.
[5] Lopez-Mago, D., Bandres, M. A., Guti´errez-Vega, J. C., **Proc. Of SPIE** 7789 (2010) 77890Q.
[6] Snyder A. W. and Mitchell D. J., **Science** 276 (1997) 1538.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06]