بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

شبیه سازی تحول پلاسما و تولید سالیتون های یون- صوت با حضور الکترون های ابرگرم و محصور شده

عرفانه بهجت، حسین عباسی، فائزه امین منصور و مریم نوری

دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیده - در این مقاله به بررسی تحول پلاسما حاوی الکترون‌های ابرگرم و محصور شده پرداختیم که منجر به حضور توابع توزیع لورنتسی می‌شوند. برای این کار از مجموعه معادلات ولاسف، پیوستگی و پواسون استفاده کردیم و تحول پلاسما را شبیه سازی نمودیم. با استفاده از تقریب خطی این مجموعه معادلات به طور تحلیلی به معادله غیر خطی *KdV* تعمیم یافته منجر می‌شوند. پاسخ‌های پایدار سالیتونی جواب معادله *KdV* می باشد که ناشی از دینامیک یونهاست. چنانچه انتظار داشتیم، در شبیه سازی، اختلال جایگزیده اولیه منجر به تولید سالیتون‌های یون-صوت گردید. برای بررسی صحت شبیه سازی مذکور، از مقایسه اختلال‌های دامنه کوتاه در حل عددی معادله *mKdV* و شبیه سازی مجموعه معادلات مذکور یاری جستیم. همچنین برای دامنه‌های اعتبار کد شبیه سازی را برای دامنه‌های بلند سنجیدیم. پس از تایید شبیه سازی، آنرا برای دامنه های کوتاه استفاده کرده و به مقایسه نتیجه حاصل از اعمال پارامترهای مختلف پرداختیم.

کلید واژه- الکترونهای به دام افتاده، توابع توزیع لورنتسی، سالیتون، شبیه سازی، معادله vlasov، معادله mKdV.

Plasma simulation considering super-thermal and trapped electrons

Erfaneh Behjat, H. Abbasi, Faezeh Amin Mansoor, Maryam Nouri

Amir Kabir University of technology (AUT)

Abstract- Here we studied a plasma evolution with the effect of supper-thermal and trapped electrons, which cause Lorentzian distribution function. To do this, we use a set of equations, consists of continuity, Vlasov and Poisson. Using linear approximation for this set of equations, one can achieve modified KdV equation analytically which has stationary soliton solutions. As it is expected, in our simulation several ion-aqustic soliton structures were engendered from an initial localized perturbation that was a Gaussian profile. To validate our simulation, it was compared to numerical solution of mKdV equation. Then we use our simulation for large amplitudes, and compare the effect of different trapping and non-maxwellian parameters on generated solitons.

Keywords: trapped electrons, Lorenzian distribution function, Soliton, simulation, Vlasov equation, mKdV equation

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]

۱. مقدمه

یکی از توابع توزیعی که به وفور در پلاسماهای طبیعی و آزمایشگاهی دیده شده تابع توزیع غیرماکسولی است[۱]. توزیع غیرماکسولی که به معنای وجود دنباله پر انرژی در توزیع سرعت است، در اثر حضور الکترون‌های ابرگرم ایجاد می‌شود. این توزیع، که بیان ریاضی آن به طور تجربی حاصل شد، به توزیع کاپا معروف می‌باشد.

هنگامی که در پلاسما ذراتی حضور داشته باشند که سرعتشان نزدیک به سرعت فاز موج باشد، تبادل انرژی و اندازه حرکت بین ذرات و موج صورت می‌گیرد. این برهم کنش که از نوع غیرخطی است، سبب می‌شود که ذرات نام‌برده در منطقه ای محصور شده و تنها به عقب و جلو حرکت کنند. به همین دلیل آنها را ذرات به دام افتاده[1] می‌نامند..

بررسی آزمایشگاهی پلاسما، عملی هزینه بر است لذا شبیه سازی پلاسما، به عنوان آزمایشگاهی مجازی به وفور مورد توجه قرار گرفته است. در این مقاله تلاش کردیم پلاسمای حاوی الکترونهای پرانرژی و به دام افتاده را شبیه سازی کرده و داده‌های حاصل را ارزش گذاری کنیم. برای این کار نخست مروری بر مجموعه معادلات و ریاضیات حاکم بر این سیستم خواهیم داشت. سپس نتایج حاصل از شبیه‌سازی و حل عددی ناشی از معادله تحلیلی را به نمایش خواهیم گذاشت. در آخر، مروری بر نتایج و ارزشمندی آنها خواهیم داشت.

۲.معادلات ریاضی

برای تابع توزیع سرعت الکترونی، از توزیع لورنتسی که شامل الکترونهای محصور شده و هم چنین الکترونهای پر انرژی است، استفاده می‌کنیم که به توزیع شمل معروف است. و شکل ریاضی آن توسط معادله (۲,۱) نمایش داده می‌شود

$$f_f = \frac{n_0 c_\kappa}{v_T\sqrt{2\pi}}\left[1+\frac{1}{(2\kappa-3)v_T^2}\left(v^2-2e\phi/m_e\right)\right]^{-\kappa} \quad (۱)$$
$$, \quad |v| > \sqrt{2e\phi/m_e}$$

$$f_t = \frac{n_0 c_\kappa}{v_T\sqrt{2\pi}}\left[1+\frac{\beta}{(2\kappa-3)v_T^2}\left(v^2-2e\phi/m_e\right)\right]^{-\kappa} \quad (۲)$$
$$, \quad |v| \le \sqrt{2e\phi/m_e}$$

دراینجا f_f و f_t به ترتیب مربوط به توزیع الکترونهای آزاد و محصور هستند. v ، n_0 ، v_T و m_e به ترتیب نشان دهنده سرعت ، چگالی اولیه، سرعت گرمایی و جرم الکترونها بوده و β و κ به ترتیب پارامترهای محصور شدگی و انحراف از توزیع ماکسولی برای الکترون‌ها هستند. لازم به ذکر است به ازای $\kappa \to \infty$ توزیع مذکور منجر به توزیع ماکسولی خواهد شد. Φ پتانسیل و e بار الکترون می باشد. ثابت C_κ نیز به شکل معادله (۳)تعریف می‌شود.

$$c_\kappa = \frac{1}{\sqrt{\kappa^{-3}/_2}}\frac{\Gamma(\kappa)}{\Gamma\left(\kappa^{-1}/_2\right)} \quad (۳)$$

که در آن Γ تابع گاماست.

بدین ترتیب برای تعیین چگالی الکترون‌ها از انتگرال تابع توزیع استفاده خواهد شد. یعنی داریم:

$$n_e = 2\int_{\sqrt{2e\phi/m_e}}^{\infty} f_f\,dv + 2\int_0^{\sqrt{2e\phi/m_e}} f_t\,dv \quad (۴)$$

از طرف دیگر یون‌ها نسبت به الکترون‌ها سنگین بوده و فرصت نمی‌کنند که تغییر چندانی در تابع توزیع داشته باشند و اصطلاحا سرد نامیده می‌شوند. بنابراین برای یون-ها، کافی است معادلات پیوستگی را در نظر بگیریم.

$$\partial_t n_i + \partial_x\left(n_i v_i\right) = 0, \quad (۵)$$

$$\partial_t v_i + v_i\partial_x\left(v_i\right) = -\partial_x\phi \quad (۶)$$

معادله دیگر حاکم بر پلاسما معادله شناخته شده پواسون است که به شکل زیر نمایش داده می‌شود

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} = n_e - n_i \quad (۷)$$

مجموعه معادلات (۷)-(۴) تحول پلاسما را نشان می-دهند.

۱,۱. معادله غیرخطی تحلیلی

برای بررسی تحلیلی و حصول معادله غیرخطی حاکم بر تحول، به بررسی دامنه‌های کوچک اختلال می‌پردازیم که

[1] Trapped particles

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]

معادل تقریب $\Phi<<1$ است. می‌توان نشان داد معادله mKdV [۲] حاصل به شکل زیر خواهد بود[۲]:

$$\partial_\tau \varphi + \frac{1-\beta}{\sqrt{\pi}} \frac{\beta_\kappa}{\alpha_\kappa^{3/2}} \sqrt{\varphi}\partial_\zeta \varphi + \frac{1}{2\alpha_\kappa^{3/2}} \partial_{\zeta\zeta\zeta}\varphi = 0 \quad (۸)$$

کمیت φ کمیت بی بعد شده به شکل $\varphi \equiv \frac{e\varphi}{T_e}$ است.

برای کمیت های x و t از مختصات کشیده شده[۳] به شکل $\zeta \equiv \varepsilon^{1/4}\left(x - u_0 t\right)$ و $\tau = \varepsilon^{3/4} t$ استفاده شده و پارامترهای α_κ و β_κ به شکل زیر تعریف می گردند:

$$\alpha_\kappa = \frac{2\kappa - 1}{2\kappa - 3} \quad (۹)$$

$$\beta_\kappa = \frac{\Gamma\left(\kappa+1\right)}{\left(\kappa - 3/2\right)^{3/2}\,\Gamma\left(\kappa - 1/2\right)} \quad (۱۰)$$

معادله غیرخطی (۸) به شیوه عددی حل شده و پاسخ‌های آن مورد بررسی قرار گرفته اند. برای حل عددی این معادله از روش معرفی شده در[۲و۳] استفاده شده است. در این روش، به جای شیوه‌های معمول حل عددی، از رهیافت ماتریس معکوس برای تعیین مقادیر φ در گام جدید زمانی کمک گرفته‌ایم.

۱،۲. شبیه سازی

برای شبیه سازی سیستم پلاسمای مذکور چنانچه پیشتر اشاره شد، از معادله ولاسف برای دینامیک الکترونها استفاده می‌شود.

$$\partial_t f_e + v_e \partial_x f_e + \frac{1}{\alpha}\partial_x \phi \partial_{v_e} f_e = 0 \quad (۱۱)$$

برای یونها نیز از معادلات (۵) و (۶) و برای این مجموعه از معادله (۷) نیز استفاده می‌شود. این سیستم معادلات یک مجموعه خودسازگار است که با داشتن مقدار اولیه برای آن می‌توان سایر مقادیر را تعیین نمود. شرایط مرزی نیز در این مسئله به شکل دوره ای تعریف شده است. به طور کلی برای این شبیه سازی از روش معرفی شده در [۴] استفاده کردیم. برای این منظور از روش منحنی‌های مشخصه در فضای فاز و انتخاب سرعتهای تصادفی استفاده نمودیم.

برای مشاهده سالیتونهای یون صوت، از پروفایل گوسی به عنوان شرایط اولیه استفاده کردیم. سپس، با تغییر متغیر $\zeta = x - Mt$، برای ناظر متحرک با سرعت M و جایگذاری در معادلات (۵) و (۶)، چگالی و سرعت اولیه یون را تعیین می‌کنیم. پس از حصول شرایط اولیه، مجموعه معادلات خودسازگار گویای تحول پلاسما خواهند بود.

۳. نتایج

نخست به بررسی مقایسه حل عددی و شبیه سازی برای دامنه‌های مختلف می‌پردازیم تا معیاری از دامنه کوچک برای تقریب خطی بدست بیاوریم.

در شکل ۱ پروفایل اولیه با دامنه ۰/۰۵ در نظر گرفته شده، و چنانچه پیداست، شباهت رفتار پاسخ عددی و شبیه سازی کاملا مشهود می‌باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گیری گرفت که به ازای دامنه ۰/۰۵، حد تقریب خطی حاصل می‌گردد.

در راستای اثبات اعتبار کد شبیه سازی، می‌توان به شکل ۲ اشاره کرد که در آن پروفایل اولیه با دامنه نسبتا بزرگ ۰/۵ به خوبی به سالیتونهای خود شکسته‌شده‌است.

در ادامه، برای بررسی نقش پارامترهای محصورشدگی و انحراف ماکسولی، از دامنه متوسط ۰/۲ استفاده‌شده‌است. در شکل ۳ مقایسه‌ای میان مقادیر مختلف κ انجام شده و در شکل ۴ مقایسه مربوط به مقادیر مختلف β می‌باشند.

۴. نتیجه گیری

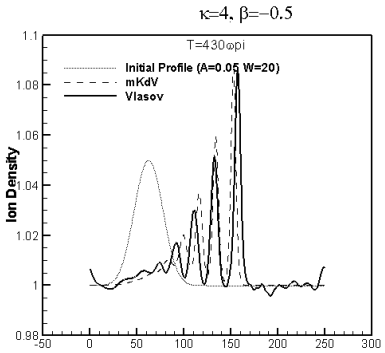
با توجه به نتایج به دست آمده، می‌توان ادعا کرد که علاوه بر صحت حل عددی معادله mKdV، شبیه سازی معادله ولاسف نیز اعتبار بالایی دارد. نخست آنکه با توجه به شکل ۱در زمانهای مشترک پاسخ حاصل از شبیه سازی با پاسخ حاصل از حل عددی معادله mKdV همخوانی خوبی دارد.

---

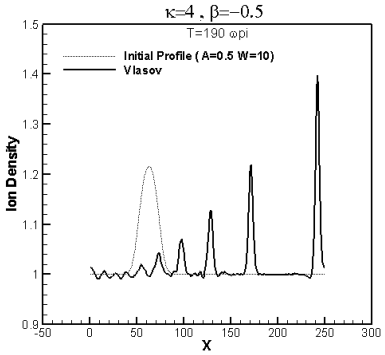
[2] Modified Korteweg-de Vries

[3] Stretched coordinate

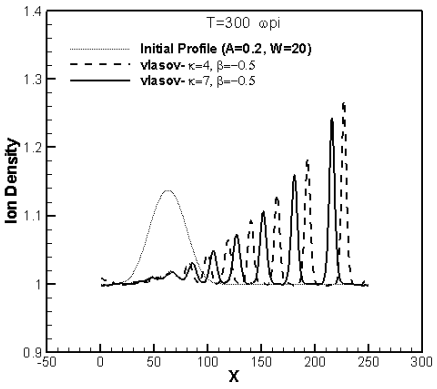
[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]



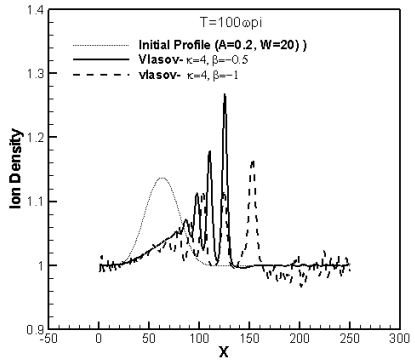
شکل ۱. تولید سالیتون از پروفایل اولیه با دامنه ۰/۰۵ از دو روش عددی و شبیه سازی.



شکل ۲. تولید سالیتون از پروفایل اولیه با دامنه ۰/۵ از روش شبیه سازی



شکل ۳. تولید سالیتون با استفاده از روش شبیه سازی برای پروفایل اولیه ۰/۲ به ازای مقادیر ختلف κ



شکل ۴. تولید سالیتون با استفاده از روش شبیه سازی برای پروفایل اولیه با دامنه ۰/۲ به ازای مقادیر مختلف β

لازم به ذکر است که این تطابق در دامنه‌های کوتاه مورد انتظار بوده که این انتظار نیز برآورده‌شده‌است. برای اعتبار سنجی کد شبیه سازی از دامنه‌های نسبتا بزرگ استفاده می‌کنیم که تشکیل سالیتونهای پایدار را از توزیع گوسی اولیه به خوبی نشان می‌دهد. به علاوه، انتظارت ما، با تغییر پارامترهای β و κ نیز به خوبی برآورده‌گشته، زیرا با توجه به مطالعات قبلی انجام شده [۵] انتظار داریم که سرعت سالیتون با β نسبت مستقیم داشته باشد که این انتظار با توجه به شکل ۴ کاملا برآورده می‌شود. همچنین با افزایش مقدار κ انتظار داریم که سرعت و تعداد سالیتون‌ها کم شود که این انتظار نیز در شکل ۳ برآورده شده است.

۵. مراجع

[1]Hoshino M., Hiraide K.and Mukai T., *Strong electron heating and non-Maxwellian behavior in magnetic reconnection*, Earth Planets Space, 2001

[2]Abbasi H., HakimiPajouh H., *Adiabatic evolution of phase space electron–hole in plasmas with super-thermal electrons*, Plasma Phys. Control. Fusion 50, 2008

[3]Abbasi H., HakimiPajouh H., *Influence of trapped electrons on ion-acoustic solitons in plasmas with superthermal electrons*, Phys. plasma 14, 012307, 2007

[4]Abbasi H., Jenab.M, HakimiPajouh H., *Preventing the recurrence effect in the Vlasov simulation by randomizing phase-point velocities in phase space*, Phy. Rev. E 84, 2011

[5]AhmadiHojatabad N., Abbasi H. and Hakimipajouh H., *Influence of superthermal and trapped electrons on oblique propagation of ion-acoustic waves in magnetized plasma*, Phys. Plasmas 17, 2010

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]