بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

انتشار امواج الکتروستاتیک الکترون– یون در نانولوله های کربنی تک جداره

علیرضاعبدی کیان[۱]، عاطفه فلاح[۲]، زهرا صفی[۲]

[۱] استادیار فیزیک، دانشگاه ملایر

[۲] دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه ملایر

براساس معادلات هیدرودینامیکی کوانتومی یک موج الکتروستاتیکی را از درون یک نانولوله کربنی که با پلاسمای دو مولفه‌ای پر شده-است درحضور میدان مغناطیسی محوری عبور می دهیم و به دنبال آن رابطه‌ی پاشندگی را بدست می‌آوریم. درنتیجه به دو شاخه تقسیم می‌شود (آکوستیکی واپتیکی). رابطه پاشندگی دو مداصلی برای k متفاوت رسم و مقایسه شده‌اند.

کلید واژه: امواج الکتروستاتیک ، رابطه پاشندگی ، کربن نانولوله ، معادلات هیدرودینامیکی کوانتومی مغناطیسی

Propagation of Electrostatic Waves of electron– ion in single-walled carbon nanotubes

Alireza Abdikian[1], Atefe Fallah[2], Zahra Safi[2]

[1]Assistant Professor Physics,University of Malayer

[2]Master of Science,University of Malayer

Based on the quantum hydrodynamic equations electrostatic, waves propagate through a carbon nanotube filled by two component plasma in the presence of magnetic field. By driving the dispersion relation, it is shown that those dispersions divided to two branches (acoustic and optical). The dispersion relations are plotted for two principle modes and for different k and compared each other.

Keywords:

Electrostatic Waves, Dispersion relation, carbon nanotubes, Quantum Magneto-Hydrodynamic Equations

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱- مقدمه

کارهای پژوهشی لانگموئیر زمینه‌ی جدیدی در فیزیک به عنوان پلاسما را به وجود آورد. نام پلاسما در سال ۱۹۲۸ توسط لانگموئیر برای یک ستون‌مثبت درلوله‌ی تخلیه استفاده شد،که آن ناحیه شامل تعداد مساوی از یون‌ها و الکترون‌ها بود [1]. پلاسما گاز شبه خنثی‌ائی از ذرات باردار و خنثی است که رفتار جمعی از خود ارائه می‌دهد اجزا پلاسما حتی در فواصل دور نیروئی بر همدیگر واردمی‌کنند. همین نیروی کولنی با برد بلند است که به پلاسما، مجموعه‌ی وسیعی از انواع حرکات ممکن را عرضه کرده است. منظور ما از رفتار جمعی حرکاتی است که نه تنها به شرایط موضعی بلکه به حالت پلاسما در مناطق دورنیز بستگی دارد[2]. از نظر فیزیکی به نوسانات و تحریکات دسته جمعی گاز الکترونی یا پلاسما که با بسامد فرکانس پلاسمایی انجام می‌شود پلاسمون می‌گویند [3]. در سال ۱۹۹۱ ایجیما از شرکت NEC ژاپن، نانولوله های کربنی را مشاهده‌نمود و از آن زمان به طور جدی مورد مطالعه قرارگرفت[4]. نانولوله های کربنی، شکل جدیدی از کربن خالص هستند که شامل یک شبکه‌ی شش ضلعی از اتم های کربنند و لوله‌های استوانه‌ای شکل یکپارچه راتشکیل می‌دهند. دو دسته ی اصلی نانولوله‌های کربنی شامل نانولوله‌های کربنی تک دیواره‌و نانولوله‌های کربنی چنددیواره‌هستند[5]. تا به امروز مطالعات بسیاری در زمینه تحریکات تجمعی الکترون‌ها در نانولوله‌ها صورت گرفته است در مقاله‌ی حاضر از معادلات هیدرودینامیکی کوانتومی (QHD) استفاده کرده‌ایم. با خطی کردن معادلات و صرف نظرکردن ازآثار غیرخطی به دنبال یافتن رابطه پاشندگی جفت شده در نانولوله تک جداره هنگامی که درآن دوسیال پلاسمایی درحضورمیدان مغناطیسی قرارگرفته‌اندهستیم.

۲-معادلات پایه

یک نانولوله‌ی کربنی با شعاع R بینهایت بلند و باریک در میدان مغناطیسی محوری $\vec{B}=B_0\hat{Z}$ که با یک ستون پلاسمای دوسیالی پرشده است در نظر میگیریم. با استفاده از معادلات‌هیدرودینامیکی کوانتومی بدست می آوریم [۶و۷]

$$\frac{\partial n_j}{\partial t}+\vec{\nabla}.(n_j\vec{v}_j)=0 \qquad (۱)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_j}{\partial t}+(\vec{v}_j.\vec{\nabla})\vec{v}_j = \frac{e_j}{M_j}(\vec{\nabla}\phi+\vec{v}_j\times\vec{B})-\frac{\vec{\nabla}P}{M_j n_j}+\frac{\hbar^2}{2M_j^2}\vec{\nabla}(\frac{\nabla^2}{\sqrt{n_j}}\sqrt{n_j}) \qquad (۲)$$

که در آن اندیس $j=e,i$ به الکترون و i یون بر می-گردد. n بیانگر چگالی ذرات، P بیانگر فشار ذرات، M جرم ذرات و $e_e=-e$ بار الکترون و $e_i=e$ بار یون و $\hbar$ ثابت پلانک هستند. درادامه،معادله‌پواسون‌را داریم

$$\nabla^2\phi=\frac{e}{\varepsilon_0}(n_i-n_e) \qquad (۳)$$

که در آن ε_0 ثابت دی الکتریک خلا و در حالت تعادل $n_{0e}=n_{0i}$ چگالی عددی تعادلی الکترون با یون برابر است. درمحاسبات آتی فرض می‌کنیم که پلاسما سرد بوده و در آن فشار حرارتی نادیده گرفته شده است و با خطی سازی داریم

$$\nabla^2\phi_1=\frac{e}{\varepsilon_0}(n_{i1}-n_{e1}) \qquad (٤)$$

$$\frac{\partial n_{1j}}{\partial t}+\vec{\nabla}.(n_{1j}\vec{v}_{1j})=0 \qquad (٥)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\vec{v}_{1j} = \frac{e}{M_j}\vec{\nabla}\phi_1-\Omega_j\vec{v}_{i1}\times\hat{z}+\frac{\hbar^2}{4m^2n_{0j}}\vec{\nabla}(\nabla^2 n_{1j}) \qquad (٦)$$

که n_{1j} ، v_{1j} و ϕ_1 به ترتیب چگالی اختلالی ذرات،سرعت اختلالی و پتانسیل اختلالی الکتروستاتیکی و $\Omega_e=\omega_c=eB_0/M_e$ فرکانس سیکلوترونی الکترون و $\Omega_i=\Omega_c=-eB_0/M_i$ فرکانس سیکلوترونی یون هستند. قسمت کوانتومی، پتانسیل بوهم تقریبا برابر است با

$$\frac{\nabla^2}{\sqrt{n_j}}\sqrt{n_j}\approx\frac{1}{2n_{0j}}\nabla^2 n_{1j} \qquad (۷)$$

که برای تقریب $n_{1j}\prec\prec n_{0j}$ بدست آورده شده است [٦]. همانطورکه مشاهده می شود، معادلات برای ذرات الکترون و یون مشابه هستند. پس برای الکترون محاسبه نموده و بطور مشابه برای یون ازآن استفاده کنیم. مولفه سرعت در راستای z معادله (۶) را با استفاده از رابطه (۵) حذف می کنیم

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]

$$\frac{-e}{m}(\frac{\partial^2}{\partial z^2}\phi_1)+\frac{\hbar^2}{4m^2n_{e0}}\frac{\partial^2}{\partial z^2}(\nabla^2 n_{e1}) + \frac{1}{n_{e0}}\frac{\partial^2 n_{e1}}{\partial t^2}+\frac{\partial}{\partial t}\nabla_\perp.v_{e1\perp}=0 \quad (۸)$$

و با استفاده از معادله عمودی (۶) و گرفتن دیورژانس و کرل از مولفه ی عمودی (۶) و با ادغام آن دو داریم

$$(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\omega_c^2)\nabla_\perp.v_{e1\perp}=\frac{-e}{m}\frac{\partial}{\partial t}(\nabla_\perp^2\phi_1) + \frac{\hbar^2}{4m^2n_{e0}}\frac{\partial}{\partial t}\nabla_\perp^2(\nabla^2 n_{e1}) \quad (۹)$$

حال با استفاده از (۸) و (۹) برای الکترون داریم

$$\frac{-e}{m}(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\omega_c^2)(\frac{\partial^2}{\partial z^2}\phi_1) + \frac{\hbar^2}{4m^2n_{e0}}(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\omega_c^2)\frac{\partial^2}{\partial z^2}(\nabla^2 n_{e1})+ (\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\omega_c^2)\frac{1}{n_{e0}}\frac{\partial^2 n_{e1}}{\partial t^2}+\frac{-e}{m}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\nabla_\perp^2\phi_1) + \frac{\hbar^2}{4m^2n_{e0}}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\nabla_\perp^2(\nabla^2 n_{e1})=0 \quad (10)$$

و بطور مشابه برای یون

$$\frac{e}{M}(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\Omega_c^2)(\frac{\partial^2}{\partial z^2}\phi_1) + \frac{\hbar^2}{4M^2n_{e0}}(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\Omega_c^2)\frac{\partial^2}{\partial z^2}(\nabla^2 n_{i1})+ (\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\Omega_c^2)\frac{1}{n_{i0}}\frac{\partial^2 n_{e1}}{\partial t^2}+\frac{e}{M}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\nabla_\perp^2\phi_1) + \frac{\hbar^2}{4M^2n_{i0}}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\nabla_\perp^2(\nabla^2 n_{i1})=0 \quad (۱۱)$$

با استفاده از معادله ۴ داریم

$$\{a_e\frac{e}{M}(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\Omega_c^2)+a_i\frac{e}{m}(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\omega_c^2) + \{a_e a_i\}\frac{\varepsilon_0}{e}\}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\phi_1 + \{a_e\frac{e}{M}\frac{\partial^2}{\partial t^2}+a_i(\frac{e}{m})\frac{\partial^2}{\partial t^2}+a_e a\frac{\varepsilon_0}{e_i}\}\nabla_\perp^2\phi_1=0 \quad (۱۲)$$

که در آن ضرایب a_i و a_e بصورت زیر تعریف می‌شوند

$$a_i=\frac{\hbar^2}{4m_i^2n_{i0}}(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\omega_{ci}^2)(\frac{\partial^2}{\partial z^2})(\nabla^2)+ (\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\omega_{ci}^2)\frac{1}{n_{i0}}\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\frac{\hbar^2}{4m_i^2n_{i0}}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\nabla_\perp^2(\nabla^2)$$

و

$$a_e=\frac{\hbar^2}{4m_e^2n_{e0}}(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\omega_{ce}^2)(\frac{\partial^2}{\partial z^2})(\nabla^2)+ (\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\omega_{ce}^2)\frac{1}{n_{e0}}\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\frac{\hbar^2}{4m_e^2n_{e0}}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\nabla_\perp^2(\nabla^2)$$

که در آن به ترتیب $\omega_P^2=e^2n_{0e}/(M_e\varepsilon_0)$ و $\Omega_P^2=e^2n_{0i}/(M_i\varepsilon_0)$ فرکانس الکترونی پلاسما و فرکانس یونی پلاسما است.

۲-۱-معادلات پراکندگی خطی

برای حل معادله‌ی (۱۲) جواب پتانسیل را به صورت $\phi_1=\hat{\phi}_1\exp[i(k_z z-\omega t)]$ در نظر میگیریم که ω و k_z عدد موج در راستای محور zها و فرکانس زاویه‌ای میباشند. با قرار دادن رابطه بالا در معادله (۱۲) رابطه پاشندگی کوانتومی را بدست می‌آوریم:

$$\begin{aligned}&(-k^2)\omega^8+\omega^6\{k^2(\omega_p^2+\Omega_p^2+\omega_c^2+\Omega_c^2)\\&+k^6(\lambda_{qi}^4\Omega_p^2+\lambda_{qe}^4\omega_p^2)\}+\omega^4\{(-\lambda_{qe}^4\lambda_{qi}^2\omega_p^2\Omega_p^2)k^{10}\\&-k^6(\lambda_{qi}^4\Omega_p^2\omega_p^2+\lambda_{qe}^4\omega_p^2\Omega_p^2+\lambda_{qe}^4\omega_p^2\Omega_c^2+\lambda_{qi}^2\Omega_p^2\omega_c^2)\\&-k^4k_z^2(\lambda_{qe}^4\omega_p^2\omega_c^2+\lambda_{qi}^4\Omega_p^2\Omega_c^2)-k^2\{\omega_c^2\Omega_c^2+\omega_p^2\Omega_c^2\\&+\Omega_p^2\omega_c^2\}-k_z^2(\omega_c^2\omega_p^2+\Omega_p^2\Omega_c^2)\}+\omega^2\{k^8k_z^2\\&(\lambda_{qe}^4\lambda_{qi}^4\omega_p^2\Omega_p^2\omega_c^2+\lambda_{qe}^4\lambda_{qi}^4\omega_p^2\Omega_p^2\Omega_c^2)+k^4k_z^2\\&[(\lambda_{qi}^4\Omega_p^2\omega_p^2+\lambda_{qe}^4\omega_p^2\Omega_p^2)(\omega_c^2)+(\lambda_{qi}^4\omega_p^2\Omega_p^2+\\&\lambda_{qe}^4\omega_p^2\Omega_p^2)(\Omega_c^2)+\omega_c^2\Omega_c^2(\lambda_{qi}^4\Omega_p^2+\lambda_{qe}^4\omega_p^2)]+\\&k_z^2\Omega_c^2\omega_c^2(\omega_p^2+\Omega_p^2)\}-\omega_c^2\Omega_c^2k_z^4k^2(\lambda_{qi}^4\omega_p^2\Omega_p^2\\&+\lambda_{qe}^4\omega_p^2\Omega_p^2)-k_z^4k^6\omega_c^2\Omega_c^2\Omega_p^2\omega_p^2\lambda_{qe}^4\lambda_{qi}^4)=0\end{aligned} \quad (13)$$

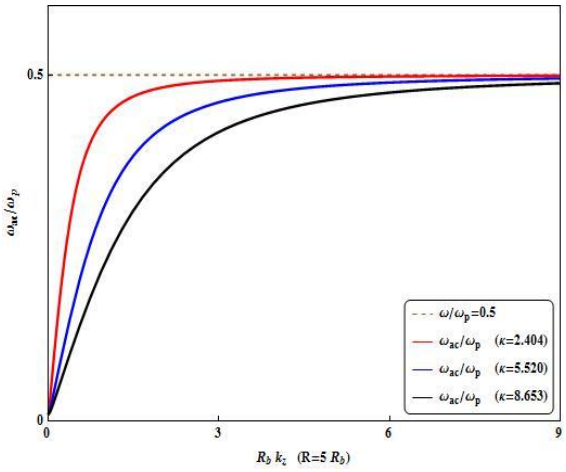
و عدد موج کل که ترکیبی از عدد موج محوری و عدد موج در راستای عمودی است

$$k^2=k_\perp^2+k_z^2$$

3-نمودارها

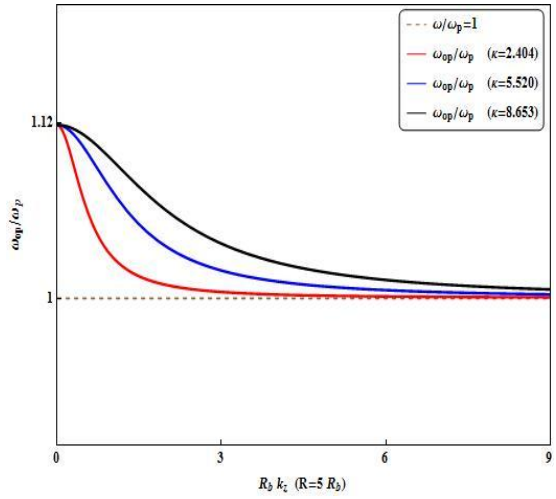
با استفاده از نرم افزار متمتیکا به رسم رابطه پاشندگی می پردازیم در شکل (۱) یک نانولوله باشعاع محدود شده $R=5R_b$ رسم شده است. مد آکوستیکی به ازای k_z های کوچک (λهای بلند) به سمت صفر و به صورت خطی و به ازای k_z های بزرگ (λ های کوچک) به یک مقدار ثابت مجانبی میل میکند.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]



نمودار۱: مدآکوستیکی برای نانو لوله کربنی با شعاع ثابت $R=5R_b$ در میدان مغناطیسی $\omega_c/\omega_p=0.5$ با kهای متفاوت

در شکل (۲) در حد k_z های بزرگ (λ های کوچک) یک نانولوله با شعاع محدود شده $R=5R_b$ با k های متفاوت به خط مجانبی مشترک میل می‌کند. و در حد k_zهای کوچک (λهای بزرگ) نانو لوله با شعاع مشخص و با kهای متفاوت به یک مقدار ثابت میل می کند و رفتار غیر خطی دارند.



نمودار۲ : مد اپتیکی برای نانو لوله کربنی با شعاع ثابت $R=5R_b$ در دو میدان مغناطیسی $\omega_c/\omega_p=0.5$ با k های متفاوت

۲- نتیجه‌گیری

با استفاده معادلات هیدرودینامیکی کوانتومی به بررسی انتشار امواج الکترواستاتیک در یک نانو لوله که از پلاسما پر شده بود پرداختیم و روابط پاشندگی را محاسبه نمودیم. با رسم این روابط یافتیم که در مد آکوستیکی برای kهای بزرگتر تغییرات مد نسبت به k_z ملایم‌تر از نانولوله‌هایی با k کوچک است. و در مد اپتیکی هر چه k بزرگتر باشد قدرمطلق شیب تغییرات کمتر است

مراجع

[1] ابروی چانچال، *مقدمه ای بر پلاسمای غیر مغناطیسی* انتشارات علمی دانشگاه آزاد اسلامی اراک ۱۳۸۹

[۲] اف.چن، *مقدمه‌ای برفیزیک پلاسماو همجوشی کنترل شده*،دانشگاه تبریز، ۱۳۸۱

[3] علیرضاذوالفقاری,کبری‌نصیری‌اوانکی, حسین‌ذوالفقاری-جویا,پریساپورحسین،*نانو تیوب های کربنی بر هم کنش با سیال* ,ناشردانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

[4] ناصر پیغمبریان،استفان کوچ،آندره مزیرویچ، *مقدمه ای بر نور شناخت نیم رسانا*

[5] Sweeney, A.E,Seal, and raidyana than, P. *"The Promises and Perils of nanoscience and nanotechnology"* Bulletin of science, Technology & Society, **23**, (2003)

[6] H. Tercas, J. T. Mendonca, and P. K. Shukla, "*Quantum Trivelpiece–Gould waves in a magnetized dense plasma2008*.

[7]L. Stenflo, P. K. Shukla, and M. Marklund, "*New low frequency oscillations in quantum dusty plasmas* 2006",

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]