بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

جمعیت ترازهای یک اتم سه ترازه لاندا شکل در محیط چپگرد

بنت الهدی عساکره، شکوفه امینی و محمد مهدی گلشن

بخش فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شیراز

چکیده –امروزه کوانتشِ میدان الکترومغناطیسی در محیط های مادی انجام و مورد پذیرش قرار گرفته است. همچنین پیشرفت در ساخت مواد مصنوعی، منجر به ظهور محیط های مادی با ضریب شکست منفی شده است. از اینرو در این مقاله به بررسی جمعیت ترازهای یک اتم سه ترازه لاندا شکل، واقع در محیطی با ضریب شکست منفی می پردازیم. در این راستا تقریب "دوم" مارکوف را معرفی نموده احتمال گذارهای اتمی را محاسبه می نماییم. محاسبات ما نشان می دهد که احتمال گذار از حالت برانگیخته به حالت های پایه به عنوان تابعی از زمان نوسانیِ میرا می باشد. همچنین مقایسه ای از رفتار جمعیت تراز بالائی اتم در محیط های چپگرد نسبت به راستگرد ارائه می گردد.

کلید واژه- جمعیت ترازهای اتمی، مغناطو دی‌الکتریک، مواد چپگرد، ضریب شکست منفی.

Population of levels of a lambda-type three-level atom in left-handed materials

B. Asakereh, Sh. Amini, and M. M. Golshan

Physics Department, College of Science, Shiraz University

Abstract- The main aim of the present work is to report the atomic populations for lambda-type three level atoms embedded in a left-handed material. To follow this aim, we use the quantization of electromagnetic field in such materials and advance the well known Markov approximation to the second order. From this second-order approximation we show that the population of the upper level is sinusoidal with a decreasing amplitude which eventually vanishes. As expected, the population of the lower two levels, although sinusoidal, have ascending amplitudes, approaching constant values. A comparison between this behavior and that in the right-handed materials is also given.

Keywords: Field quantization, Spontaneous emission, Magnetodielectrics, Left-handed media

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱- مقدمه

امروزه با پیشرفت در زمینه‌ی ساخت مواد مصنوعی، مساله‌ی انتشار امواج الکترومغناطیسی در موادی با ضریب شکست منفی، که در یک بازه‌ی فرکانسی خاص، گذردهی الکتریکی و تراوائی مغناطیسی منفی دارند، مورد توجه ویژه ای قرار گرفته است. اولین بار، مساله‌ی انتشار امواج در این مواد، توسط وسلاگو در سال ۱۹۶۸، به طور نظری مورد مطالعه قرار گرفت. بر طبق معادلات ماکسول در این مواد، بردار میدان الکتریکی، بردار میدان مغناطیسی و بردار موج یک دستگاه چپگرد تشکیل می دهند. به همین دلیل وسلاگو این مواد را مواد چپگرد نامید[۱]. از این رو در این مقاله به برهم کنشِ میدان الکترومغناطیسی کوانتیده و اتم لاندا شکل در یک محیطِ چپگرد می پردازیم. با توجه به آن که کوانتشِ میدان الکترو مغناطیسی باید در چنین محیطی انجام شود[۲] انتظار می رود که جمعیت ترازهای اتمی شدیدا به ماده چپگرد وابسته شود[۳]. با در نظر گرفتن این نکات و استفاده از تقریب دوم مارکوف [۴] جمعیت ترازهای اتمی یک اتم سه ترازه لاندا شکل، در حضور محیط های مغناطو دی الکتریکِ چپگرد را بررسی می‌کنیم.

۲- مدل و دینامیک حالتهای سیستم

یک اتم سه ترازه با تراز بالائی $|u\rangle$، با انرژی $\hbar\omega_u$ و دو تراز پایینی $|g_1\rangle$ و $|g_2\rangle$ با انرژی های $\hbar\omega_{g_1}$ و $\hbar\omega_{g_2}$ در مرکز یک کاواک تهی به شعاع R که با ماده مغناطو دی‌الکتریک احاطه شده است، را در نظر می گیریم. هامیلتونی این سیستم، تحت تقریب امواج چرخان و دوقطبی الکتریکی، عبارت است از [۵-۷]:

$$\begin{aligned} H = & \sum_{i=u,g_1,g_2}\hbar\omega_i|i\rangle\langle i| \\ & + \sum_{\lambda=e,m}\int\int_0^\infty d^3r d\omega\hbar\omega\hat{\vec{f}}_\lambda(\vec{r},\omega)\hat{\vec{f}}_\lambda^\dagger(\vec{r},\omega) \\ & -[\hat{\sigma}^\dagger{}_{ug_1}\vec{d}_{ug_1}.\int_0^\infty d\omega\vec{E}(\vec{r}_A,\omega)+H.C.] \\ & -[\hat{\sigma}^\dagger_{ug_2}\vec{d}_{ug_2}.\int_0^\infty d\omega\vec{E}(\vec{r}_A,\omega)+H.C.] \end{aligned} \qquad (۱)$$

اولین جمله، هامیلتونی اتم، دومین جمله هامیلتونی میدان در محیط مغناطو دی‌الکتریک، سومین و چهارمین جمله مربوط به برهمکنش میدان و اتم سه ترازه لاندا شکل است. در معادله(۱)، $\hat{\sigma}^\dagger{}_{ug_i}=|g_i\rangle\langle u|\ \ (i=1,2)$ عملگر نردبانی اتم، $\vec{d}_{ug_i}=\langle u|\vec{d}|g_i\rangle=\langle g_i|\vec{d}|u\rangle$ دوقطبی الکتریکی گذارهای اتمی بوده و $\hat{\vec{f}}_{e(m)}(\vec{r},\omega)$ عملگرهای برداری بوزونی، متناظر با عملگرهای نابودی پلاریتون های الکتریکی (مغناطیسی) می باشند. پایه های فضای هیلبرت مورد نظر به شکل $|A,n_e,n_m\rangle=|A\rangle\otimes|n_e\rangle\otimes|n_m\rangle$ بوده که در آن $|A\rangle$ حالت های اتمی و $|n_{e(m)}\rangle$ حالت های فوکِ بوزون های الکتریکی (مغناطیسی) می باشند. فرض می کنیم که حالت اولیه سیستم $|u,0_e,0_m\rangle$ باشد، اگر از فرایند های دو پلاریتونی و بیشتر صرفنظر شود حالت سیستم در هر لحظه عبارت خواهد بود:

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle = & c_u(t)e^{-i\omega_u t}|u,0,0\rangle \\ & + \sum_{i=1,2}\int\int_0^\infty d^3r d\omega e^{-i\omega t}e^{-i\omega_{gi}t} \\ & c_{egi}(\vec{r},\omega,t)|g_i,1_e(\vec{r},\omega),0_m\rangle \\ & + \sum_{i=1,2}\int\int_0^\infty d^3r d\omega e^{-i\omega t}e^{-i\omega_{gi}t} \\ & c_{mgi}(\vec{r},\omega,t)|g_i,0_e,1_m(\vec{r},\omega)\rangle \end{aligned} \qquad (۲)$$

در رابطه اخیر $C_u(t)$ و $C_{\lambda g_i}(r,\omega,t)$ $(\lambda=e,m)$، به ترتیب دامنه های احتمال حضور سیستم در حالتی با هیچ پلاریتون(حالت اولیه) و حالتی که در آن اتم به حالت های پایه در حضور یک پلاریتون رفته است (حالت های نهایی)، هستند. با استفاده از رابطه (۱) در معادله شرودینگر و بهنجارش ضرائب احتمال، معادلات جفت شده ای همانگونه که در مرجع [۴]، نشان داده شده است بدست می آید. می توان نشان داد که دامنه احتمال برای یافتن اتم در حالت برانگیخته از رابطه زیر نتیجه می شود[۴]:

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31]

$$\dot{C}_u(t) = \int_0^t\int_0^\infty dt'd\omega C_u(t')(\frac{\omega^2}{c^2})e^{-i(\omega+\omega_{g1}-\omega_u)(t-t')} \times(\frac{-1}{\pi\varepsilon_0\hbar})d_{ug1}.\mathrm{Im}\,G(\vec{r}_A,\vec{r}_A,\omega).d_{ug1} + \int_0^t\int_0^\infty dt'd\omega C_u(t')(\frac{\omega^2}{c^2})e^{-i(\omega+\omega_{g2}-\omega_u)(t-t')} \times(\frac{-1}{\pi\varepsilon_0\hbar})d_{ug2}.\mathrm{Im}\,G(\vec{r}_A,\vec{r}_A,\omega).d_{ug2} \quad (۳)$$

که در آن $G(\vec{r}_A,\vec{r}_A,\omega)$، با موقعیتِ اتمی $\vec{r}_A$، تابع گرین کلاسیک می باشد که اثر محیط و ویژگیهای ماکروسکوپی محیط مثل گذردهی الکتریکی و پذیرفتاری مغناطیسی را بیان می کند[۶].

۳- جمعیت گذارهای اتمی

با مشتق گیری از دو طرف معادله (۳) و اعمال قاعده انتگرالی لایبنیتز[۱] خواهیم داشت:

$$\ddot{C}_u(t) = \int_0^\infty \xi(\vec{r}_A,\omega)[C_u(t') - i(\omega-\Delta) \times\int_0^t C_u(t')e^{-i(\omega-\Delta)(t-t')}dt']d\omega + \int_0^\infty \eta(\vec{r}_A,\omega)[C_u(t') - i(\omega-\Delta) \times\int_0^t C_u(t')e^{-i(\omega-\Delta)(t-t')}dt']d\omega \quad (۴)$$

$$\zeta(\vec{r}_A,\omega) = \frac{-1}{\pi\varepsilon_0\hbar}\frac{\omega^2}{c^2}d_{ug_1}.\mathrm{Im}\,G(\vec{r}_A,\vec{r}_A,\omega).d_{ug_1}$$

$$\eta((\vec{r}_A,\omega) = \frac{-1}{\pi\varepsilon_0\hbar}\frac{\omega^2}{c^2}d_{ug_2}.\mathrm{Im}\,G(\vec{r}_A,\vec{r}_A,\omega).d_{ug_2}$$

در معادله اخیر $\Delta = \omega_u - \omega_{g1,g2}$ ناکوکی گذارهای اتمی را نشان می دهد. در بدست آوردن رابطه (۴) فرض شده است که دو حالت $|g_1\rangle$ و $|g_2\rangle$ تبهگن می باشند. هنگامی که جملاتِ رابطه (۴) به طرز مناسبی مرتب شده و با رابطه‌ی (۳) مقایسه شود، خواهیم دید که $\dot{C}_u(t)$در سمت راستِ رابطه (۴) ظاهر می‌شود. با استفاده از تقریب مارکوف[۶] معادله حرکت $C_u(t)$ به صورت ساده‌ی زیر حاصل می‌شود:

$$\ddot{C}_u(t) - i\Delta\dot{C}_u(t) + \beta C_u(t) = 0$$

$$\beta = i\pi\Delta(\zeta(\vec{r}_A,\Delta) + \eta(\vec{r}_A,\Delta)) - \int_0^\infty(\zeta(\vec{r}_A,\Delta) + \eta(\vec{r}_A,\Delta))d\omega \quad (۵)$$

معادله اخیر به زعم ما معادله حرکت در تقریب دومِ مارکوف است. با استفاده از شرایط اولیه-ی $C_u(0)=1, C_{\lambda g_i}(r,\omega,0)=0$ و بهنجارش ضرائب احتمال، $C_u(t)$را بدست آورده و با دانستن $C_u(t)$ می توان دیگر دامنه های احتمال را حساب نمود. بدین ترتیب احتمالاتِ مختلف (جمعیت ترازها) محاسبه شده، نتایج زیر بدست می‌آید.

$$|C_u(t)|^2 = e^{-n}\cos^2(\frac{mt}{2})$$

$$|C_{g1}(\vec{r},\omega,t)|^2 = |C_{eg1}(\vec{r},\omega,t)|^2 + |C_{mg1}(\vec{r},\omega,t)|^2 \quad (۶)$$

$$|C_{g2}(\vec{r},\omega,t)|^2 = |C_{eg2}(\vec{r},\omega,t)|^2 + |C_{mg2}(\vec{r},\omega,t)|^2$$

جزئیاتِ محاسبات را می توان در مرجع [۴] مشاهده کرد.

۴- نتایج

با استفاده از رابطه‌ی (۶) رفتار زمانی جمعیت ترازهای اتمی در یک محیط چپگرد در نمودارهای (۱) الی (۴) نمایش داده شده است. شکل‌های (۱) الی (۳) به ترتیب اختصاص به جمعیت ترازهای $|u\rangle$، $|g_1\rangle$ و $|g_2\rangle$ دارد. در شکل (۴) مقایسه‌ای بین جمعیت تراز برانگیخته در محیط‌های چپگرد و راستگرد انجام شده است. برای رسم نمودارها از داده‌های زیر استفاده شده است:

$\omega_{Pe} = 0.75\omega_{Tm}$ ، $\omega_{Pm} = 0.43\omega_{Tm}$ ، $\omega_{Tm} = 10^{10}(Hz)$. $\omega_{Te} = 1.03\omega_{Tm}$

با توجه به محاسبات و نمودارهای رسم شده می توان به نتایج زیر دست یافت.

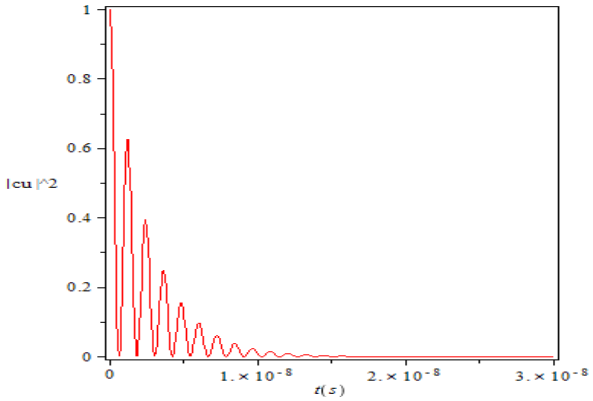
*جمعیت تراز بالائی اتم سه ترازه لاندا شکل در محیط های چپگرد مانند محیط‌های راستگرد با زمان به صورت نوسانیِ میرا تغییر می کند. نرخ میرایی در محیط چپگرد از راستگرد بیشتر است.(شکل‌های (۱) و (۴)) .

[۱] Libniz

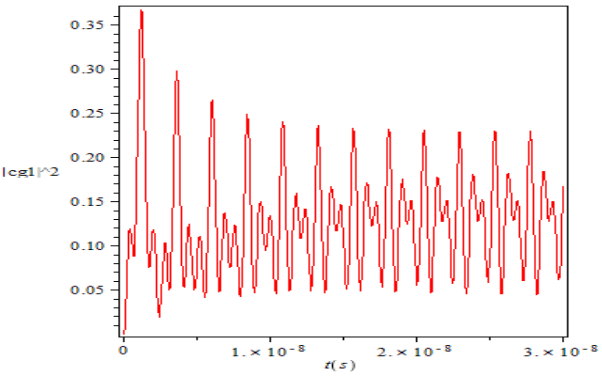
[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31]

*جمعیت دو تراز پایینی اتم سه ترازه لاندا شکل به صورت نوسانی افزایش یافته و به مقداری ثابت می رسند به گونه ای که در زمان های نسبتاً بزرگ مجموع دو تراز پایینی برابر با مقدار یک باشد. (شکل‌های (۲) و (۳)).

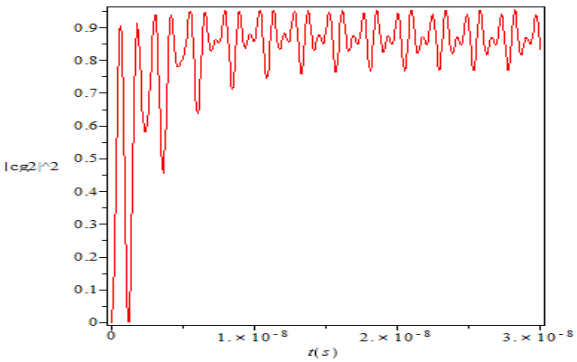
*نوسانات جمعیت تراز برانگیخته در محیط چپگرد با دوره تناوبی بیشتر از دوره‌ی تناوب در محیط راستگرد صورت می پذیرد. (شکل (۴)).



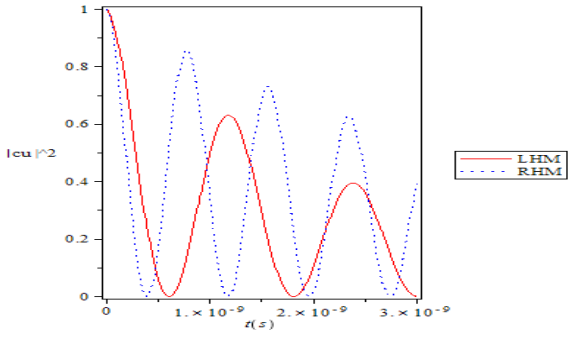
شکل(۱): تغییرات جمعیت تراز $|u\rangle$ از اتم سه ترازه لاندا شکل بر حسب زمان در محیط چپگرد .



شکل (۲): تغییرات جمعیت تراز $|g_1\rangle$ از اتم سه ترازه لاندا شکل بر حسب زمان در محیط چپگرد.



شکل (۳): تغییرات جمعیت تراز $|g_2\rangle$ از اتم سه ترازه لاندا شکل بر حسب زمان در محیط چپگرد.



شکل (۴): تغییرات جمعیت تراز $|u\rangle$ از اتم سه ترازه لاندا شکل بر حسب زمان برای دو محیط چپگرد (قرمز، پر) و راستگرد (آبی، نقطه چین) را نشان می دهد.

مراجع

[۱] V. G. Veselago, *Electrodynamics of substances with simultaneously negative electrical and magnetic permeabilities*, Sov. Phys. Usp. ۱۰, ۵۰۹-۵۱٤, (۱۹٦۸).

[۲] L. W, L. sh, Y. c and Y. W, *Quantization of electromagnetic field in quadratic continuous nonlinear absorptive dielectrics* . Phys. B. ۱۹, (۲۰۱۰).

[۳] M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Quantum Optics*,CambridgeUniversity Press, (۱۹۹۷).

[۴] بنت‌الهدی عساکره، پایان نامه کارشناسی ارشد در رشته فیزیک اتمی، *برهم کنش اتم سه ترازه لاندا شکل با فوتونها در یک محیط چپگرد*، دانشگاه شیراز، (۱۳۹۱).

[۵] J. P. Xu and Y. P. Yang, Quantum interference of V-type three level atom in structures made of left-handed materials and mirrors,Phys. Rev. A ۸۱, ۰۱۳۸۱٦, (۲۰۱۰).

[٦] H. T. Dung, S. Y. Buhmann, L. Kno¨ll, and D. G. Welsch, *Electromagnetic-field quantization and spontaneous decay in left-handed media*, Phys. Rev. A, ٦۸,۰٤۳۸۱٦, (۲۰۰۳).

[۷] X. Zeng, M. Yu, D. Wang, J. Xu, and Y. Yang, *Spontaneous emission spectrum of a V-type three-level atom in a Fabry-perot cavity containing left-handed materials*, Opt. Soc. Am. B, ۲۸, ۲۲۵۳, (۲۰۱۱).

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31]