بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

تعیین ضریب شکست مواد با یک سطح ناصاف با استفاده از پراکندگی نور در محدوده فرنل

معصومه دشتدار، علی محمدزاده و سید محمد علی حسینی صابر

دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

چکیده - زمانی‌که باریکه‌ی موازی نور همدوس، از توری پراش عبور می‌کند، در فواصل ثابتی که فاصله تالبوت نام دارد تصویر توری در فضا تشکیل می‌شود. اگر در مسیر نور عبوری از توری پراش، سطح ناصافی قرار دهیم، نور بازتابیده از سطح نیز در فواصل تالبوت تشکیل توری، با نمایانی کم‌تر، خواهد داد. این نمایانی، متناسب با ناصافی سطح کم می‌شود. در عبور نور از سطح ناصاف، نمایانی تصویر تالبوت، علاوه بر ناصافی سطح به ضریب شکست ماده نیز بستگی دارد. در این مقاله به صورت نظری و تجربی نشان داده می‌شود که می‌توان با اندازه گیری نمایانی نور بازتابیده و عبوری از سطح ناصاف در فواصل تالبوت، ضریب شکست مواد با یک سطح ناصاف را تعیین کرد.

کلید واژه- پراکندگی نور ، ضریب شکست مواد با یک سطح ناصاف، فاصله تالبوت

Determination of the refractive index of materials with a rough interface by light scattering in the Fresnel zone

Masoomeh Dashtdar, Ali Mohammadzadeh and S.Mohammad-Ali Hosseini-Saber

Department of Physics, Shahid Beheshti University

Abstract- When a coherent light passes through a diffraction grating, the image of the grating is formed at the Talbot distances. If we place a rough interface after a diffraction grating, the reflected light also forms the image of the grating at Talbot distances but with less contrast. This contrast decreases proportional to surface roughness. In transmitted light from a rough surface, the contrast of the Talbot images depends on the surface roughness and refractive index of material. In this article It is shown theoretically and examined experimentally that the refractive index of the material with a rough interface can be determine by measuring the contrast of the reflected and transmitted light form a rough surface at Talbot distances.

Keywords: Light Scattering, Refractive index of materials with a rough interface, Talbot-distance

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

۱- مقدمه

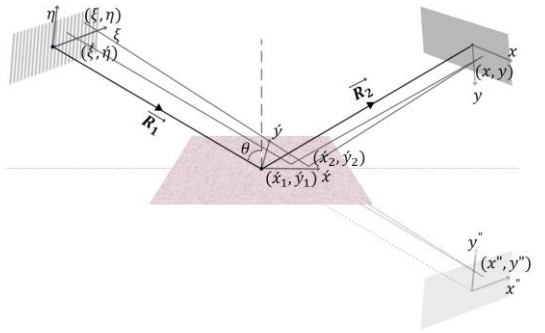
امروزه اهمیت تعیین ضریب شکست مواد بر کسی پوشیده نیست، از این رو تاکنون روش‌های گوناگونی برای اندازه‌گیری ضریب شکست مواد ارائه شده است. اما اکثر روش‌های اندازه‌گیری ارائه شده، برای موادی است که دارای سطوح صاف هستند. این در حالی است که میزان ناصافی سطح، بر اندازه گیری ضریب شکست ماده تاثیر قابل توجهی دارد[۱]. هم‌چنین فیلم‌های نازک و نانومواد با ناصافی‌های مختلف، دارای ضریب شکست‌های متفاوت هستند که به خاطر اهمیت خواص این مواد، عمده‌ی تحقیقات انجام شده تا به امروز در مورد لایه‌های نازک و نانومواد بوده اند[۵-۲]. از این جهت معرفی روشی کارآمد و ساده برای اندازه‌گیری ضریب شکست مواد دارای سطح ناصاف، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

در این مقاله روشی ساده و ارزان برای اندازه گیری ضریب شکست مواد گوناگون دارای یک سطح ناصاف (از جمله لایه‌های نازک و نانومواد) ارائه شده است که ویژگی هایی نظیر امکان اندازه‌گیری در لحظه را نیز دارا است.

در رهیافت نظری با قرار دادن سطح ناصاف در مسیر نور عبوری از توری پراش، و محاسبه‌ی نمایانی حاصل از نور بازتابی از سطح در فواصل تالبوت، نشان داده می‌شود که اگر فاصله‌ی خطوط توری بزرگتر از طول همبستگی سطح باشد، نمایانی شدت نور بازتابی از سطح تنها به میزان ناصافی سطح وابسته است. با مقایسه این نمایانی، با نمایانی به دست آمده از رابطه‌ی عبوری[۶] (که به ناصافی سطح و نیز ضریب شکست ماده بستگی دارد)، ضریب شکست ماده محاسبه می‌شود. در رهیافت تجربی با استفاده از توری پراشی که فاصله‌ی خطوط آن بزرگتر از طول همبستگی سطح است، ضریب شکست نمونه اندازه گیری می‌شود.

۲- رهیافت نظری

مطابق شکل ۱، باریکه‌ی نور همدوس، تکفام و موازی پس از عبور از توری پراش رانکی که عمود به باریکه و در صفحه $\eta-\xi$ قرار گرفته، از سطح ناصاف (صفحه‌ی $x'-y'$) بازتاب و پراکنده شده و پس از آن انتشار می‌یابد و در نهایت در صفحه‌ی $x-y$ که صفحه‌ی مشاهده است، آشکارسازی می‌شود. راستای باریکه با خط عمود بر سطح ناصاف زاویه‌ی θ می سازد و صفحه‌ی مشاهده‌ی $x-y$ عمود بر راستای بازتاب آیینه‌ای نور از سطح ناصاف است.



شکل ۱: باریکه‌ی نور موازی، همدوس و تکفام، که با سطح ناصاف زاویه‌ی θ دارد، به توری پراش رانکی که عمود به باریکه در صفحه $\eta-\xi$ قرار گرفته است، می‌تابد و بعد از بازتاب از سطح ناصاف؛ $x'-y'$؛ به نقطه‌ی (x,y) می‌رسد.

فاصله‌ی طولی بین مراکز دو صفحه‌ی $\eta-\xi$ و $x-y$ مطابق شکل برابر است با: $|\vec{R}_1|+|\vec{R}_2|$. مطابق شکل ۱، صفحه‌ی فرضی $x"-y"$ را که معادل با بازتاب آینه‌ای صفحه‌ی $x-y$ نسبت به صفحه‌ی $x'-y'$ (صفحه‌ی سطح ناصاف) است، در نظر می‌گیریم ($|\vec{R}_3|$ فاصله صفحه‌ی $x"-y"$ از صفحه‌ی سطح ناصاف و برابر با اندازه‌ی $|\vec{R}_2|$ است). پس هر نقطه‌ی دلخواه مثل (x,y) معادل با نقطه‌ی $(x",y")$است، درنتیجه برای بدست آوردن دامنه نور در نقطه‌ی (x,y)، در انتگرال فرنل، دامنه در صفحه‌ی $x'-y'$، باید در اختلاف فاز بازتابی و نیز ضریب دامنه‌ی بازتاب از سطح، ضرب شود. فاصله‌ی مراکز دو صفحه‌ی $\eta-\xi$ و $x-y$ برابر است با: $|\vec{R}_1|+|\vec{R}_2|$. در نتیجه با قرار دادن عبارت $|\vec{R}_1|+|\vec{R}_2|=z$ انتگرال فرنل برای محاسبه‌ی دامنه در نقطه‌ی (x,y) که می‌توان آن را به صورت معادل در نقطه‌ی $(x",y")$ فرض کرد، حل می‌شود.

بسط فوریه‌ی تابع عبور دامنه‌ی نور از توری رانکی (مربعی) با ضریب عبور دامنه c برابر است با:

$$g(\xi,\eta)=\tfrac{1}{2}\left[1+c\sum_{n=1}^{\infty}\left(\left(\frac{4}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)\right)\cos\left(\frac{n2\pi\xi}{d}\right)\right)\right] \quad (۱)$$

هم‌چنین اختلاف فاز بازتابی و ضریب دامنه‌ی باریکه‌ی نوری که با زاویه‌ی θ به سطح ناصاف می‌رسد، نسبت به صفحه‌ی مرجع، برابر می‌شود با:

$$t(x',y')=A_0\exp\left(ik\,2\cos(\theta)h\right) \quad (۲)$$

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

که در آن $h = h(x',y')$، ارتفاع هر نقطه‌ی سطح ناصاف از صفحه‌ی مرجع و A_0 دامنه‌ی نور بازتابی در واحد سطح صفحه‌ی مرجع است. در نتیجه دامنه در نقطه‌ی (x,y) برابر می‌شود با[۷]:

$$\psi(x,y)=\frac{1}{2i\lambda}\iint t(x',y')g(\xi,\eta) \times \frac{exp(-ik/2z\left[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2\right])}{z}d\xi d\eta \quad (۳)$$

شدت متناظر با $\psi(x,y)$ برابر است با:

$$\langle I(x,y)\rangle=\langle \psi(x,y)^* \psi(x,y)\rangle \quad (۴)$$

که در آن <> نشان دهنده‌ی میانگین گیری روی تمام سطح ناصاف است. در نتیجه:

$$\langle I(x,y)\rangle=\frac{{A_0}^2}{4(\lambda z)^2}\iint\iint T(x_2'-x_1',y_2'-y_1')\times \left\{1+c\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{4}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)cos(\frac{n2\pi\xi}{d})\right)\right\}\times \left\{1+c\sum_{m=1}^{\infty}\left(\frac{4}{m\pi}\sin\left(\frac{m\pi}{2}\right)cos(\frac{m2\pi\xi'}{d})\right)\right\}\times \exp(-ik/2z\left[(x-\xi')^2+(y-\eta')^2\right])\times \exp(ik/2z\left[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2\right])>d\xi' d\eta' d\xi d\eta \quad (۵)$$

که در آن:

$$T(x_2'-x_1',y_2'-y_1')= <\exp[ik\,2\cos(\theta)(h(x_2',y_2')-h(x_1',y_1'))]>, \quad (۶)$$

تنها به فاصله‌ی بین دو نقطه از سطح ناصاف و نیز تابع همبستگی ارتفاع دو نقطه‌ی سطح وابسته است. برای سطحی با تابع توزیع ارتفاع گاوسی، با ریشه‌ی میانگین مجذور ارتفاع σ، خواهیم داشت[۸]:

$$T(x_2'-x_1',y_2'-y_1')= <\exp[-4k^2\cos^2(\theta)\sigma^2\times(1-C(x_2'-x_1',y_2'-y_1'))]> \quad (۷)$$

که در آن $C(x_2'-x_1',y_2'-y_1')$ تابع همبستگی بین دو نقطه از سطح ناصاف است.

با توجه به شکل(۱) با استفاده از قوانین ساده هندسی می‌توان روابط زیر را بدست آورد:

$$x_2'-x_1'=\alpha(\xi-\xi') \qquad y_2'-y_1'=\beta(\eta-\eta') \quad (۸)$$

که در آن $\alpha\cong\frac{|\vec{R}_2|}{(|\vec{R}_2|+|\vec{R}_1|)\cos(\theta)}$ و $\beta\cong\frac{|\vec{R}_2|}{(|\vec{R}_2|+|\vec{R}_1|)}$.

با استفاده از روابط (۷) و (۸)، و با استفاده از خواص انتگرالی تابع دلتای دیراک، حاصل انتگرال (۵) با انجام مقداری محاسبات، به دست می آید. مقدار این انتگرال برای فواصل تالبوت ($z_{talbot}=\frac{Nd^2}{\lambda}$) و با قرار دادن $I_0={A_0}^2$، برابر می شود با:

$$\langle I(x,y)\rangle=\frac{I_0}{4}[T(0,0)+ \frac{8c}{\pi}\sum_{n=odd}^{\infty}\frac{1}{n}(-1)^{\left(\frac{n-1}{2}+N\right)}T(\alpha nNd,0)\cos\left(\frac{2n\pi x}{d}\right)+ \frac{8c^2}{\pi^2}\sum_{n,m=odd}^{\infty}\frac{1}{nm}(-1)^{\left(\frac{n+m}{2}-1\right)}\times \left(T(\alpha Nd(m-n),0)\cos\left(\frac{2\pi x(m-n)}{d}\right)\right. +T\left.(\alpha Nd(m+n),0)\cos\left(\frac{2\pi x(m+n)}{d}\right)\right). \quad (۹)$$

نمایانی توزیع شدت ($v_r=(I_{max}-I_{min})/(I_{max}+I_{min})$) در فواصل تالبوت با شرط $Nd\alpha \ll \lambda_0$ برابر می‌شود با :

$$v_r=\frac{2c\,\exp\left[-4k^2\cos^2(\theta)\sigma^2\right]}{1+c^2} \quad (۱۰)$$

همچنین در حالت عبور از سطح ناصاف نمایانی در فواصل تالبوت برابر است با[۶]:

$$v_t=\frac{2c\,\exp\left[-k^2(n-1)^2\sigma^2\right]}{1+c^2} \quad (۱۱)$$

که در اینجا n ضریب شکست ماده نمونه است.

در نتیجه با معادل قرار دادن روابط (۱۰) و (۱۱) و حذف σ، ضریب شکست به دست می‌آید:

$$n=1+2\cos(\theta)\sqrt{\frac{\ln(2c)-\ln\left((1+c^2)v_t\right)}{\ln(2c)-\ln\left((1+c^2)v_r\right)}}. \quad (۱۲)$$

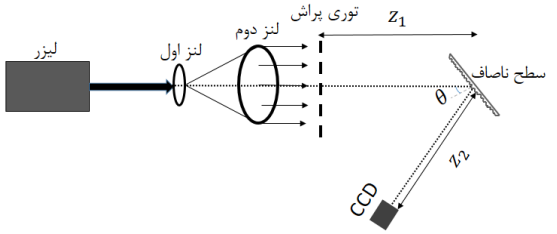
بنابر رابطه‌ی (۱۲) با داشتن θ و c و اندازه گیری v_r و v_t، ضریب شکست به دست می‌آید.

۳- رهیافت تجربی

مطابق شکل۲ نور لیزر هلیوم نئون با طول موج ۶۳۲,۸ نانومتر، پس از گسترده شدن بوسیله‌ی عدسی اول و دوم، از توری پراش رانکی با دوره‌ی تناوب ۰,۲ میلی متر عبور می‌کند و با زاویه‌ی فرود θ به سطح ناصاف می‌تابد. توزیع

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

شدت در فواصل تالبوت ($z_1+z_2=\frac{Nd^2}{\lambda}$) توسط CCD ثبت و نمایانی در حالت بازتاب از سطح ناصاف بدست می‌آید.



شکل ۲- چیدمان آزمایش.

با انجام آزمایش مشابه، توزیع شدت و نمایانی حاصل را در حالت عبور از سطح ناصاف بدست می‌آوریم[۶].

ضریب عبور دامنه‌ی توری، c ، از آزمایش عبوری، بدون سطح ناصاف بدست می‌آید. در این حالت نور عبوری از توری پراش، مستقیما به CCD می‌تابد. برای این مورد در رابطه‌ی (۱۱) داریم $\sigma=0$. بنابراین c از رابطه‌ی $v_t=\frac{2c}{1+c^2}$ به دست می‌آید. برای توری پراش موجود در آزمایش، $c=0.64$ به دست آمد.

نمونه‌ی مورد استفاده در آزمایش، تیغه‌ای شیشه‌ای به قطر ۳،۸۵ میلی‌متر است. برای سنجش درستی نتیجه‌ی آزمایش، ضریب شکست نمونه قبل از ناصاف کردن سطحش، با یکی از روش های اندازه گیری ضریب شکست مخصوص سطوح صاف[۹]، اندازه گیری شد و مقدار $n=1.536\pm0.008$ به دست آمد. سپس برای انجام آزمایش، یک سطح نمونه با پودر سایش با شماره مش ۳۰۰۰ ناصاف شد.



(ج) (ب) (الف)

شکل ۳- تصویر میانگین توزیع شدت در راستای خطوط توری در فاصله تالبوت (الف) در بازتاب از سطح ناصاف، (ب) در عبور از سطح، (ج) بدون پراکندگی از سطح ناصاف.

شکل(۳-الف) تصویر توزیع شدت توری، که در راستای خطوط توری میانگین گیری شده است، در فاصله‌ی تالبوت در حالت بازتاب از سطح ناصاف و زاویه‌ی $\theta=80^\circ$ درجه و با نمایانی میانگین $v_r=0.5072\pm0.0004$، را نشان می دهد. شکل (۳-ب) تصویر میانگین توزیع شدت در راستای خطوط توری در فاصله‌ی تالبوت، در عبور از سطح ناصاف و زاویه‌ی فرود عمود با نمایانی میانگین $v_t=0.2293\pm0.0007$، و شکل(۳-ج) تصویر میانگین توزیع شدت در راستای خطوط توری در فاصله‌ی تالبوت، بدون پراکندگی از سطح ناصاف و با نمایانی $v_t=0.92$ است.

در نتیجه ضریب شکست، n، با استفاده از رابطه‌ی (۱۲) به دست می‌آید که برای نمونه‌ی مورد آزمایش، مقدار زیر به دست آمد:

$$n=1.528\pm0.005$$

میزان خطا، از انحراف معیار داده‌های اندازه‌گیری شده در زوایای مختلف و تکرار آزمایش بدست می‌آید. هم‌چنین، ضریب شکست به دست آمده، با مقدار اندازه گیری شده، در شرایطی که دو سطح نمونه صاف بود، هم‌خوانی دارد.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله به طور نظری رابطه‌ی نمایانی شدت در فواصل تالبوت برای بازتاب نور از سطوح ناصاف، با ناصافی و تابع همبستگی سطح محاسبه شد و نشان داده شد که اگر فاصله‌ی خطوط توری از طول همبستگی سطح بزرگتر باشد، نمایانی شدت تنها به ناصافی سطح وابسته است. سپس با تعیین نمایانی حالت بازتابی و عبوری، ضریب شکست نمونه محاسبه شد. نتایج به دست آمده از این روش با نتایج قبلی به خوبی مطابقت دارد.

مراجع

[1] Carl A. Fenstermaker, Frank L. McCrackin, "*Errors arising from surface roughness in ellipsometric measurement of the refractive index of a surface*", Surf.Sci.,16 (1969) 85-96.

[2] R Swanepoel, "*Determination of surface roughness and optical constants of inhomogeneous amorphous silicon films*", J. Phys. E: Sci. Instrum. 17 (1984) 896.

[3] Phillip Manley, Guanchao Yin and Martina Schmid, "*A method for calculating the complex refractive index of inhomogeneous thin films*", *J. Phys. D: Appl.f Phys, 2014.*

[4] A.A. Hamza, M.A. Mabrouk, W.A. Ramadan, *"Refractive index and thickness determination of thin-films using Lloyd's interferometer"*, Optics Communications, Vol.225, Issues 4–6 (2003) 341–348.

[5] Tie-Nan Ding, Elsa Garmire, "*Measuring refractive index and thickness of thin films: a new technique*",Applied Optics, Vol. 22, Issue 20 (1983) 3177-3181

[6] Masoomeh Dashtdar, S. Mohammad Ali Hosseini Saber, "*Determination of the rough interface parameters using the self-imaging effect*",J. Opt. Soc. Am. A / Vol. 30, No. 11 (November 2013) 2416-2421.

[7] M. Born and E. Wolf, (2002) *Principles of Optics*, Cambridge University.

[8] Yiping Zhao, Gwo-Ching Wang, Toh Ming Lu, (2001) *Characterization of Amorphous and Crystalline Rough Surface: Principles and Applications*, U.S., Academic Press.

[9] M.T Tavassoly**,** *"A simple method for measuring the refractive index of a plate,"* Optics and Lasers in Engineering,Elsevier, June 2001.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]