بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

بررسی اثر عدسی گرمایی بر انتشار پرتوی گاوسی تخت شده همدوس جزئی در لیزر حالت جامد Nd:YAG

الهام آل سعدی، علیرضا کشاورز و محمدجواد کریمی

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

چکیده - در این مقاله اثر عدسی گرمایی بر یک پرتوی گاوسی تخت‌شده همدوس جزئی هنگام عبور از یک کریستال *Nd:YAG* استوانه-ای شبیه‌سازی شده‌است. ابتدا معادله انتشار پرتوی گاوسی تخت‌شده همدوس جزئی از یک سیستم نوری پیرامحوری را با استفاده از ماتریس *ABCD* می‌نویسیم. سپس معادله گرما برای *Nd:YAG* که توسط لیزر دیودی از انتها دمیده می‌شود را به صورت تحلیلی بدست می‌آوریم. با داشتن توزیع دما و معادله انتشار، به بررسی انتشار این پرتو در یک محیط عدسی گرمایی می‌پردازیم.

کلید واژه- پرتوی گاوسی تخت شده همدوس جزئی ، سیستم ABCD، محیط عدسی گرمایی

Investigation of influence of thermal lensing on the propagation of partially coherent flattened Gaussian beam in the Nd:YAG solid-state laser

Elham Alesadi, Alireza Keshavarz, Mohammad Javad Karimi

Department of Physics, Faculty of Sciences, Shiraz University of Technology, Shiraz

Abstract- In this work we simulate the effect of thermal lensing on propagation of partially coherent flattened Gaussian beam within Nd:YAG laser crystal. At first, an analytical solution of heat equation for an LD end-pumped Nd:YAG laser was derived. Then, an explicit and analytical formula for the propagation of partially coherent FGBs through a paraxial optical ABCD system is introduced. Finally, based on the temperature and equation of propagation, we can investigate the propagation of FGB's in a thermal lens medium.

Keywords: partially coherent flattened Gaussian beam; ABCD system; Thermal lens medium

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03]

۱- مقدمه

در بسیاری از کاربردهای لیزر پرتوان وجود منابع لیزری با توزیع شدت تخت برخلاف توزیع شدت گاوسی موردنیاز است. بنابراین در طول سال‌های اخیر توجه گسترده‌ای به پرتوهای تخت و روش‌های تولید آن شده است.

چندین مدل به منظور توصیف پرتوی لیزری تخت ارائه شده است. مدل سوپر گاوسی اولین مدل است. در سال ۱۹۹۴، گری(Gori) مدل دیگری به نام پرتوی گاوسی تخت شده(FGB) معرفی کرد[۱]. از آن پس برروی انتشار این پرتوها در زمینه‌های نظری و تجربی کارهای بسیاری صورت گرفته‌است.

کیفیت خوب پرتوی لیزرهای پرتوان برای بسیاری از کاربردهای صنعتی لازم و ضروری است. اما اثرات گرمایی در لیزرهای حالت‌جامد باعث ایجاد عدسی گرمایی شده که در نتیجه آن میدان الکتریکی هنگام عبور از محیط، دچار اعوجاج می‌شود. این اعوجاج باعث کاهش کیفیت پرتو می‌گردد. بررسی اثر عدسی گرمایی بر پرتوهای اینس-گاوسی و بسل-گاوسی انجام گرفته‌است[۲و۳]. اما تاکنون این اثر بر پرتوی FGB بررسی نشده است. در مرجع [۴و۵] اثر عدسی گرمایی بر این‌گونه پرتوها را تنها با استفاده از ماتریس عدسی گرمایی شبیه‌سازی کرده‌ایم. درحال حاضر در این کار با حل معادله گرما و داشتن توزیع دما به بررسی این اثر بر پرتوی FGB می‌پردازیم.

به همین منظور ابتدا معادله انتشار حاکم بر پرتوی FGB همدوس جزئی را به وسیله ماتریس ABCD می‌نویسیم. سپس معادله گرما را به صورت تحلیلی حل می‌کنیم. با داشتن توزیع دما ماتریس ABCD یک محیط عدسی گرمایی را بدست می‌آوریم. و در آخر انتشار پرتوی FGB همدوس جزئی را در محیط عدسی گرمایی شبیه‌سازی می‌کنیم. نتایج حاصله می‌توانند در طراحی لیزرهای

۲- مبانی نظری

چگالی سطح مقطع طیفی یک پرتوی FGB همدوس جزئی در z=0 به صورت زیر به دست می‌آید[۶]:

$$W(x_1,x_2;0)=\sum_{n=0}^{N}\sum_{m=0}^{N}\frac{1}{n!m!}\left(\frac{x_1^2}{w_{0\mathrm{N}}^2}\right)^n\left(\frac{x_2^2}{w_{0\mathrm{N}}^2}\right) \qquad (۱)$$

$$\times\exp\left[-\frac{x_1^2+x_2^2}{w_{0\mathrm{N}}^2}-\frac{(x_1-x_2)^2}{2\sigma_{\mathrm{g}}^2}\right]$$

σ_g پهنای همدوسی عرضی، $w_{0N}^2=w_0^2/N+1$، N مرتبه پرتو و w_0 پهنای پرتو می‌باشند.

با استفاده از انتگرال پراش تعمیم‌یافته هویگنس-فرنل انتشار چگالی سطح مقطع طیفی پرتوی همدوس جزئی در یک سیستم نوری با ماتریس ABCD به صورت زیر بدست می‌آید[۶]:

$$W_0(u_1,u_2;z)=\frac{\pi}{\lambda B}\sum_{n=0}^{N}\sum_{m=0}^{N}\sum_{h=0}^{2m}\sum_{p=0}^{h/2}\binom{2m}{h}$$
$$\times\frac{(-1)^p}{p!(h-2p)!}\frac{h!}{n!m!}\frac{2^{p-2n-3m-h/2}}{w_{0\mathrm{N}}^{2m}w_{0\mathrm{N}}^{2n}C_1^{m-p+h/2+1/2}}$$
$$\times\frac{(i)^{-2n-2p}}{C_2^{n-p+h/2+1/2}}\left(\frac{1}{\sigma_{\mathrm{g}}^2}\right)^{h-2p}\exp\left[-\frac{ikD}{2B}u_1^2\right.$$
$$\left.+\frac{ikD}{2B}u_2^2-\frac{k^2u_2^2}{4C_1B^2}\right]\times\exp\left[-\frac{k^2}{4C_2B^2}\right. \qquad (۲)$$
$$\left.\times\left(u_1-\frac{u_2}{2C_1\sigma_{\mathrm{g}}^2}\right)^2\right]H_{2m-h}\left(\frac{ku_2}{B\sqrt{2C_1}}\right)H_{2n+h-2p}$$
$$\times\left[\frac{k}{\sqrt{2C_1}B}\left(\frac{u_2}{2C_1\sigma_{\mathrm{g}}^2}-u_1\right)\right]$$

معادله (۲) فرمول تحلیلی چگالی سطح مقطع طیفی پرتوی FGB همدوس جزئی عبوری از یک سیستم نوری ABCD است. که C_1 و C_2 عبارتند از:

$$C_1=\left(\frac{1}{w_{0\mathrm{N}}^2}+\frac{1}{2\sigma_{\mathrm{g}}^2}-\frac{ikA}{2B}\right) \qquad (۳)$$

$$C_2=\left(\frac{1}{w_{0\mathrm{N}}^2}+\frac{1}{2\sigma_{\mathrm{g}}^2}+\frac{ikA}{2B}-\frac{1}{4C_1\sigma_{\mathrm{g}}^4}\right)$$

شدت تابش پرتوی همدوس جزئی با رابطه I(x;z)=W(x,x;z) مشخص می‌شود. در بخش بعد ماتریس ABCD یک عدسی گرمایی را محاسبه می‌کنیم.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03]

۳- ملاحظات گرمایی

فرض می‌کنیم که FGB به وسیله یک کریستال حالت-جامد که از انتها تحت دمش گاوسی است تولید می‌شود. برای بررسی اثر عدسی گرمایی بر FGB باید ماتریس ABCD محیط عدسی گرمایی را محاسبه کنیم.

معادله حاکم بر توزیع دما در حالت پایا عبارت است از:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \rho^2}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial T}{\partial \rho}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=-\frac{S(\rho,z)}{K} \qquad (۵)$$

K رسانندگی گرمایی و ثابت است و$S(\rho,z)$ چگالی منبع گرمایی با بعد$Watt/m^3$می‌باشد. چشمه را به صورت $S(\rho,z)=S_0\exp(-2\rho^2/w_p^2)\exp(-\alpha z)$ در نظر می‌گیریم. S_0 ثابت، α ضریب جذب کریستال در طول موج دمش و w_p اندازه لکه پرتوی دمش است. شرایط مرزی عبارتند از:

$$\begin{aligned} -K\left.\frac{\partial \rho}{\partial T}\right|_{\rho=\rho_0} &= h\left[T(\rho_0,z)-T_0\right] \\ K\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=0} &= h\left[T(\rho,0)-T_0\right] \\ -K\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=L} &= h\left[T(\rho,L)-T_0\right] \end{aligned} \qquad (۶)$$

T_0 دمای مایع خنک‌کننده، h ضریب انتقال گرمایی و ρ_0 شعاع کریستال است. حل دقیق معادله (۵) با استفاده از شرایط مرزی (۶) توسط گروه یوسیویچ(Usievich) انجام گرفته است[۷]:

$$T(\rho,z)-T_0=\sum_{i=0}^{\infty} t_i(z)J_0(\nu_i\rho) \qquad (۷)$$

υ_i ریشه‌های مثبت تابع $hJ_0(\upsilon\rho_0)-K\upsilon J_1(\upsilon\rho_0)=0$ و $t_i(z)=t_i^+\exp(\upsilon_i z)+t_i^-\exp(-\upsilon_i z)+q_i\exp(-\alpha z)$ است. که

$$q_i=\frac{\int_0^{\rho_0} 2S_0\exp\left(-\frac{2\rho^2}{w_p^2}\right)J_0(\nu_i\rho)\rho d\rho}{\rho_0^2K(\upsilon_i^2-\alpha^2)[J_0^2(\upsilon_i\rho)+J_1^2(\upsilon_i\rho)]} \qquad (۸)$$

t_i^+ و t_i^- ضرایبی هستند که در شرایط مرزی (۶) صدق می‌کنند. با پیدا کردن دما می‌توانیم تغییرات ضریب شکست ناشی از عدسی گرمایی را به صورت زیر بنویسیم:

$$\Delta n(\rho,z)=\frac{\partial n}{\partial T}(T(\rho,z)-T(\rho_0,z)) \qquad (۹)$$

با بسط تابع بسل در معادله (۷) و قرار دادن آن در (۹) ضریب شکست به صورت زیر خواهد شد:

$$n(\rho,z)\approx n_0(1-\rho^2\frac{1}{4n_0}\frac{\partial n}{\partial T}\sum_{i=0}^{\infty}t_i(z)\upsilon_i^2) \qquad (۱۰)$$

ضریب شکست یک محیط شبه-عدسی عبارت است از $n(\rho,z)=n_0(1-\rho^2\gamma^2/2)$. بنابراین داریم

$$\gamma(z)=\sqrt{\frac{1}{2n_0}\frac{\partial n}{\partial T}\sum_{i=0}^{\infty}t_i(z)\upsilon_i^2} \qquad (۱۱)$$

$n(\rho,z)$ از طریق γ یک پارامتر وابسته به z می‌شود.

به طور کلی ماتریس عدسی گرمایی عبارت است از:

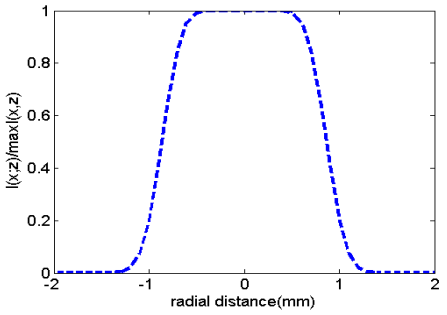
$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \cos(\gamma L) & \sin(\gamma L)/(\gamma n_0) \\ -\gamma n_0\sin(\gamma L) & \cos(\gamma L) \end{pmatrix} \qquad (۱۲)$$

L طول میله است. با استفاده از روش ارائه شده در [۳] میله کریستالی را به M تیغه نازک با ضخامت $\delta=L/M$ تقسیم می‌کنیم طوری که γ در هر تیغه یک مقدار ثابت اما متفاوت با تیغه مجاور باشد. با استفاده از (۱۱) و (۱۲) المان‌های ماتریسی مربوط به هر تیغه را حساب و در ماتریس‌های تیغه بعدی ضرب می‌کنیم تا ماتریس ABCD کلی محیط بدست آید.

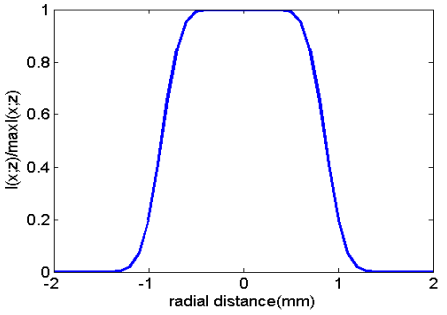
۴- شبیه‌سازی

در اینجا شعاع $\rho_0=1.5mm$، $w_p=100\mu m$ و طول موج $\lambda=1064\mu m$ درنظرگرفته شده است. شکل۱ توزیع شدت FGB همدوس جزئی در z=0 است. شکل۲ توزیع شدت یک FGB با γ ثابت (مستقل از z) در z=5mm را نشان می‌دهد. در شکل۳، γ وابسته به z و طول میله 5mmدر نظر گرفته شده است. شکل۴ توزیع شدت یک FGB همدوس جزئی با γ ثابت در z=500mm را نشان می‌دهد. شکل۵ توزیع شدت را زمانی که γ وابسته به z و طول

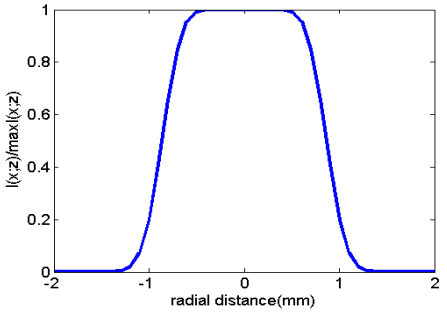
[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03]



شکل ۱: توزیع شدت یک FGB همدوس جزئی با N=5، σ=2mm و w_0=1mm در z=0.



شکل ۲: توزیع شدت یک FGB همدوس جزئی با N=5، σ=2mm و w_0=1mm در z=L=5mm با γ ثابت.

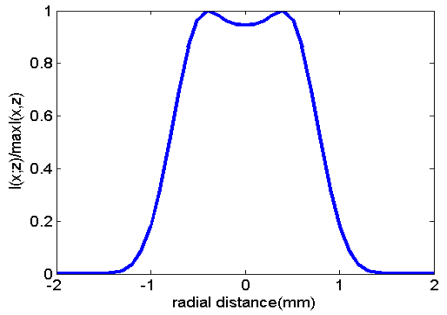


شکل ۳: توزیع شدت یک FGB همدوس جزئی با N=5، σ=2mm و w_0=1mm در z=5 با γ وابسته به z. و L=5mm.

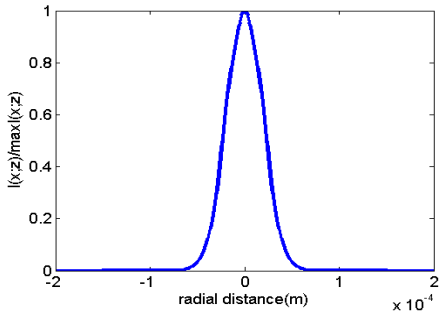
میله 500mm درنظرگرفته شده است بیان می‌کند.

۵- نتیجه‌گیری

با مقایسه شکل۲ و ۳ متوجه می‌شویم که در نظر گرفتن تغییرات ضریب شکست در جهت z تأثیر بسزایی در تغییر کیفیت پرتو ندارد. اما مقایسه شکل ۴ و ۵ نشان می‌دهد که با افزایش طول میله باید تغییرات ضریب شکست در جهت z درنظر گرفته شود، البته آن هم برای L های بزرگ. با مقایسه شکل ۱ و ۲ یا ۱ و ۳ می‌بینیم که پرتوی FGB همدوس جزئی در حین انتشار در میله دچار



شکل ۴: توزیع شدت یک FGB همدوس جزئی با N=5، σ=2mm و w_0=1mm در z=L=500mm با γ ثابت.



شکل ۵: توزیع شدت یک FGB همدوس جزئی با N=5، σ=2mm و w_0=1mm با γ وابسته به z و L=500mm..

بهم‌ریختگی نمی‌شود. و اثرات گرمایی بر آن تأثیر چندانی ندارد. از این خاصیت می‌توان در طراحی لیزرهای حالت-جامد استفاده کرد.

مراجع

[1] Gori F., *Flattened Gaussian beam*, **Opt. Commun.** 107 (1994) 335.

[2] Xu T., Wang S., *Propagation of Ince-Gaussian beams in a thermal lense medium*, **Opt. Commun.** 265(2006) 1-5.

[3] M. Sabaeian, H. Nadgaran, *Bessel–Gauss beams: Investigations of thermal effects*, **Opt. Commun.** 281 (2008) 672–678.

[۴] کشاورز، علیرضا، کریمی، محمدجواد، آل‌سعدی، الهام، *انتشار پرتوی گاوسی تخت‌شده در محیط عدسی گرمایی*، **نوزدهمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و پنجمین کنفرانس مهندسی فوتونیک ایران** ، ۱۳۹۱.

[۵] آل‌سعدی، الهام، کشاورز، علیرضا، کریمی، محمدجواد، *انتشار پرتوی گاوسی تخت‌شده همدوس جزئی در محیط عدسی گرمایی*، **سومین همایش ملی مهندسی اپتیک و لیزر ایران** ، ۱۳۹۲.

[6] Cai Y. and He S., *Partially coherent flattened Gaussian beam and its paraxial propagation properties*, **J. Opt. Soc. Am.** (2006) A, 23.

[7] B.A. Usievich, V.A. Sychugov, F. Pigeon, A. Tishchenko, *Analytical Treatment of the Thermal Problem in Axially Pumped Solid-State Lasers*, **IEEE J. Quantum Electron.** 37 (2001) 1210.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03]