بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

مطالعه دینامیک لایه‌ی سیال روان در حضور گرانش با استفاده از تکنیک ماره

احمد رزاقی [۱]، سیف اله رسولی [۱و۲] و مانیا ملکی [۱]

[۱] دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، گاوه زنگ، زنجان

[۲] مرکز پژوهشی اپتیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، گاوه زنگ، زنجان

چکیده- در این مقاله دینامیک فیلم نازک مایع تشکیل شده بر روی زیر لایه‌ی شیشه‌ای با تکنیک ماره اندازه‌گیری شده است. نور پس از عبور از دو فیلم مایع متقارن در دو طرف زیر لایه شیشه‌ای باعث انحنای فریزهای ماره می‌شود. چون نور از دو فیلم مایع عبور می‌کند، پیدا کردن مسیر حرکت نور مشکل است. بنابراین با ساده سازی مسئله شکل فیلم تشکیل شده بر روی زیر لایه حدس زده می‌شود. سپس با استفاده از روش تکرار و نوشتن برنامه *Matlab* شکل دقیق فیلم و ضخامت فیلم تشکیل شده اندازه‌گیری می‌شود. چون از تغییرات فیلم نیز می‌توانیم اطلاعات به دست آوریم دینامیک فیلم نازک نیز محاسبه می‌شود.

کلید واژه- ترشوندگی، فریزهای ماره، لایه لاندائو لوبیچ.

Investigation of the dynamics of a flowing fluid film in gravity by moiré technique

Ahmad Razzaghi[1], Saifollah Rasouli[1,2] and Maniya Maleki[1]

[1] Department of Physics, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences(IASBS), Zanjan, Iran.
[2] Optics Research Center, IASBS, Zanjan, Iran

Abstract- In this paper, the dynamics of a liquid thin film on a glass substrate has been measured by moiré technique. Light passes through two symmetric liquid thin films and we make the conventional counter fringes. Because the light passes through two liquid films, the ray tracing will be a difficult method. So we find an initial solution with some simple assumptions and then find the exact solution for the problem, with a Matlab program using recursion method. We can follow the formation of thin film and calculate the dynamics of thin film.

Keywords - wetting, moiré fringes, landau levis menisci.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30]

۱-مقدمه

ساده‌ترین نقش ماره از برهم‌نهی دو توری خطی با گام ثابت مساوی و یا نزدیک به‌هم به وجود می‌آید. روش انحراف‌سنجی ماره، روشی شناخته شده برای اندازه‌گیری انحراف نور هنگام عبور از اجسام فازی است. این روش بر پایه تکنیک ماره و اثر تالبوت استوار است. انحراف‌سنجی ماره و اثر تالبوت برای اندازه‌گیری‌های مختلف نظیر اندازه‌گیری و مطالعه تلاطم جوی، اندازه‌گیری ضریب شکست مواد غیرخطی و تعیین تابع مدولاسیون دستگاه‌های نوری کاربرد دارد [1-3].

در این مقاله از دو توری رانکی یکسان که توری دوم در فاصله تالبوت توری اول قرار دارد و خطوط دو توری زاویه کوچکی با هم می‌سازند، استفاده شده است. به ازای زوایای کوچک بین خطوط دو توری فریزهای ماره ایجاد شده بر خطوط دو توری عمود است. با قرار دادن نمونه فازی (که در اینجا فیلم مایع است) در مسیر نوری که به توری اول می‌رسد، به خاطر انحراف جبهه موج، فریزهای ماره منحرف می‌شوند. از روی اندازه‌گیری میزان انحراف ایجاد شده در فریزهای ماره می‌توان اطلاعات مربوط به فیلم مایع ایجاد شده در روی سطح شیشه را به دست آورد. اندازه‌گیری ضخامت مایع توسط ملکی و همکاران [4] با استفاده از روش‌های تداخل سنجی و وزن کردن انجام شده است. این روش‌ها دارای معایبی بودند. مثلاً روش وزن کردن دارای خطای زیادی است و روش تداخل سنجی در محدوده ضخامت‌های بیش از چند میکرون جواب نمی‌دهد، ولی استفاده از روش ماره این مشکلات را ندارد. همچنین با روش ماره نمایه کل سطح ایجاد شده و تغییرات زمانی آن بر حسب زمان قابل محاسبه می‌باشد. و با تحلیل فریزهای ماره در حین تشکیل فیلم می‌توان دینامیک فیلم را به دیست آورد.

۲-مبانی تئوری

در فریزهای ماره ایجاد شده با نور تخت نوارهای روشن و تاریک موازی هستند که فاصله آن‌ها از هم d_m است. توزیع شدت فریزها در این حالات را می‌توان به شکل زیر نوشت

$$I(x,y) = A(x,y) + B(x,y)\cos\varphi(x,y), \quad (۱)$$

که در آن $A(x,y)$ و $B(x,y)$ توابع مثبت و کند تغییر هستند، و $\varphi(x,y)$ در حالتی که نور تخت باشد می‌توان به صورت کلی و یک بعدی به شکل زیر نوشت

$$\varphi(x,y) = 2\pi f_0 x + \varphi_m(x,y) \quad (۲)$$

که در آن f_0 بسامد فضایی و عکس گام فریزها و $\varphi_m(x,y)$ توزیع فاز موج شیئی است. رابطه بالا را می‌توان به شکل نمایی زیر نوشت

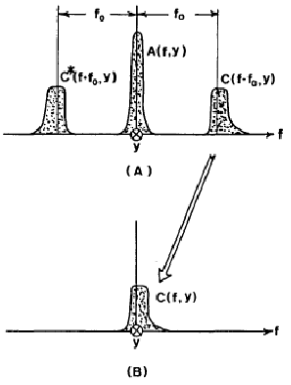
$$I(x,y) = A(x,y) + \frac{1}{2}B(x,y)\exp\{i\varphi(x,y)\} + \frac{1}{2}B(x,y)\exp\{-i\varphi(x,y)\} \quad (۳)$$

$$C(x,y) = \frac{1}{2}B(x,y)\exp(i\varphi_m(x,y)) \quad (۵)$$

اگر از رابطه بالا در امتداد عمود بر فریزهای ماره (در امتداد x) تبدیل فوریه بگیریم، خواهیم داشت

$$\tilde{I}(f,y) = \tilde{A}(f,y) + \tilde{C}(f-f_0,y) + \tilde{C}^*(f+f_0,y) \quad (۶)$$

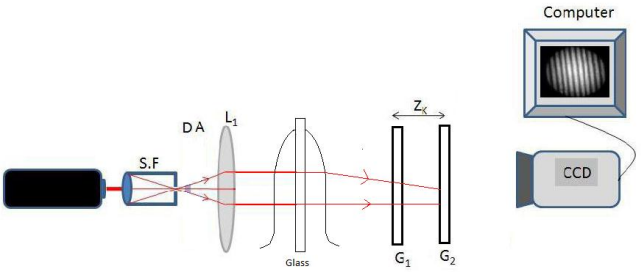
f بسامد فضایی مترادف با مختصه x است. اگر بسامد فضایی f_0 بزرگتر از نصف پهنای بسامد $\tilde{A}(f,y)$ و $\tilde{C}(f,y)$ باشد، طیف تبدیل فوریه مطابق شکل ۱ شامل سه قله مشخص خواهد بود.



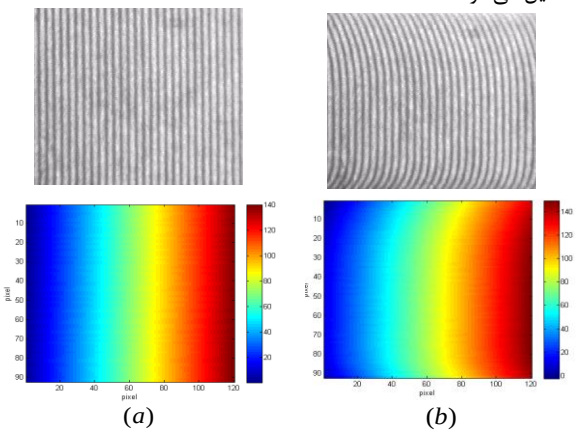
شکل۱: طرح واره تبدیل فوریه از فریزهای ماره.

تبدبل فوریه فریزهای ماره‌ای که تقریباً تابعیت کسینوسی دارند، در فضای فوریه دو تابع دلتا است که موقعیت این دو قله مقدار بسامد فضایی متوسط فریزها را مشخص می‌کند. برای برطرف کردن اثرات اضافی از یک پالایه مربعی استفاده می‌کنیم که فقط به بسامد f اجازه عبور دهد (شکل ۱ - B). با استفاده از پالایه فضایی قسمت مربوط به $\tilde{C}(f-f_0,y)$ را جدا کرده و آن را به مبدأ انتقال می‌دهیم تا جمله $\tilde{C}(f,y)$ را به‌دست آوریم. حال با تبدیل فوریه معکوس گرفتن از عبارت بدست آمده فاز ناشی از محیط $\varphi_m(x,y)$ را به‌دست می‌آوریم.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30]



شکل2: طرح واره چیدمان آزمایش و اندازه‌گیری انحراف نور در هنگام خروج از فیلم مایع؛ G_1 و G_2 توری‌های رانکی هستند که نور پس از عبور از فیلم مایع منحرف شده و طرح ماره در محل توری دوم تشکیل می‌شود.



(a) (b)

شکل 3: فاز محاسبه شده از فریزهای ماره به همراه فریزهای ماره مربوط به آن‌ها (a) در غیاب فیلم، (b) در حضور فیلم مایع.

بعد از محاسبه فاز می‌توانیم میزان زاویه انحراف موج خروجی را نسبت به موج ورودی به محیط α محاسبه کنیم. برای محاسبه α فرض می‌کنیم که لایه مایع به توری اول نزدیک باشد و در تقریب مرتبه اول می‌توانیم به شکل زیر رفتار کنیم

$$d_m = \frac{d}{2\sin(\frac{\theta}{2})}, \tan\alpha = \frac{\delta_d}{Z_k} \qquad (۸)$$

δ_d میزان انحراف نور در محل توری دوم، Z_k فاصله تالبوت توری اول و d فاصله خطوط توری‌ها از همدیگر است.

$$\varphi = 2\pi\frac{Z_k\tan(\alpha)}{d} \Leftrightarrow \tan(\alpha) = \frac{\varphi\times d}{2\pi Z_k} \qquad (۹)$$

از روی زاویه α می‌توان زاویه خط مماس بر سطح فیلم γ را با محور x مشخص کرد. با مشخص شدن $\tan(\gamma)=\frac{dy}{dx}$ می‌توان نمایه سطح را محاسبه کرده و از روی آن ضخامت و دینامیک لایه مایع تشکیل شده بر روی سطح جامد و تغییرات زمانی آن را بررسی کرد.

برای محاسبه γ فرض می‌کنیم که نوری که به سطح لایه دوم می‌رسد قبل از خروج موازی محور x باشد و بعد از خروج زاویه α بسازد. این تقریب بسیار ساده است، چون نور قبل از خروج از لایه کاملاً موازی محور x نیست. با این حال حدس اولیه‌ی خوبی برای نمایه سطح به‌دست می‌آید. با توجه به انحراف نور هنگام عبور از فیلم مایع داریم

$$n\sin(\theta) = \sin(\theta') \qquad (۱۰)$$

θ زاویه فرود و θ' خروج نورسطح فیلم مایع و n ضریب شکست مایع است.

$$\gamma + \theta = \frac{\pi}{2} \qquad (۱۱)$$

$$\theta + \alpha = \sin^{-1}(n\sin\theta) \qquad (۱۲)$$

$$\tan(\theta) = \frac{\sin(\alpha)}{n-\cos(\alpha)} \qquad (۱۳)$$

α زاویه انحراف نور خروجی از فیلم مایع نسبت به محور x است که از روی فریزهای ماره محاسبه می‌شود. از روابط ۱۰ تا ۱۳ خواهیم داشت

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\sin(\alpha)}{n-\cos(\alpha)} \qquad (۱۴)$$

از معادلات بالا نمودارهای آبی رنگ در شکل ۵ به دست می‌آیند.

۳-روش تکرار

برای حذف خطای تقریب به کار رفته و پیدا کردن جواب دقیق مسئله فرض می‌کنیم نمایه سطحی که محاسبه کرده‌ایم، درست باشد و نور تخت لیزر با این سطح برهمکنش داشته باشد. از روی نمایه سطح به دست آمده و قانون اسنل می‌توانیم زوایای فرود و خروج نور از مرزها را پیدا کنیم. از روی زوایای به دست آمده میزان انحراف موج و در نتیجه فاز را می‌توانیم مشخص کنیم. فاز محاسبه شده را، با فازی که از فریزهای ماره به دست آمده، مقایسه می‌کنیم. به خاطر تقریب به کار رفته این دو کمیت با همدیگر اختلاف خواهند داشت. برای به دست آوردن جواب دقیق مسئله نمایه سطح را آن‌قدر تغییر می‌دهیم تا دو فاز محاسبه شده از روی نمایه سطح و فریزهای ماره با تقریب خوبی با هم یکی شوند.

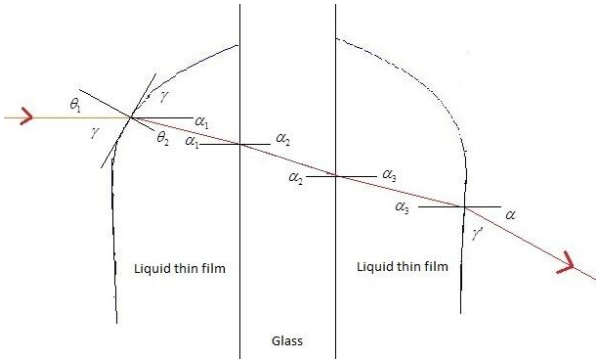
برای محاسبه مقدار فاز مطابق شکل ۴ داریم

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30]

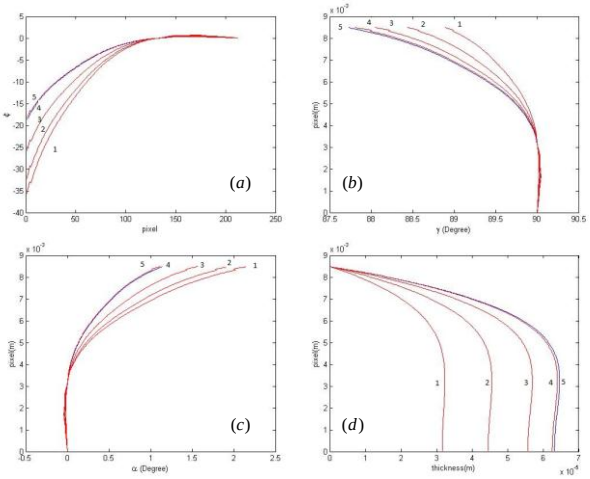
$$\sin\theta_1 = n\sin\theta_2 \quad (۱۵)$$

$$\alpha_1 = \alpha_3 \quad (۱۶)$$

$$\cos(\gamma'-\alpha) = n\cos(\gamma'-\alpha_3) \quad (۱۷)$$



شکل۴: طرح واره عبور نور از فیلم مایع به همراه زوایای انحرافی و مقدار انحراف نور به سمت پایین.



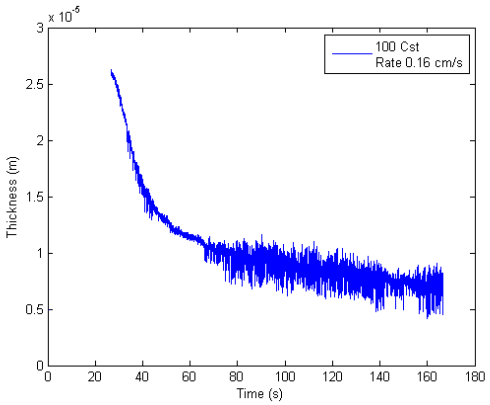
شکل۵: (a) نمودار فاز، (b) نمودار زاویه‌ای که خط مماس بر سطح فیلم با محور x می‌سازد، (c) میزان انحراف نور نسبت به محور x، (d) نمایه سطح فیلم مایع تشکیل شده بر روی زیر لایه، در همه شکل‌ها نمودار ۴ (آبی رنگ) نمودار محاسبه شده از فریزهای ماره است و نمودارهای ۱ تا ۳ (قرمز رنگ) نمودار به دست آمده از روش بازگشتی می‌باشد که بعد از محاسبه در نهایت نمودارهای ۴ و ۵ برهم مطبق می‌شوند.

چون نور در اثر انحراف مقدار اولیه γ را احساس نمی‌کند، و زاویه γ' را مشاهده خواهد کرد. بنابراین نور در محیط فازی به مقدار $y_1+y_2+y_3$ شیفت پیدا می‌کند که برابر خواهد بود با

$$y_1 = x_1\tan\alpha_1$$
$$y_2 = d\tan\alpha_2 \quad (۱۸)$$
$$y_3 = x_2\tan\alpha_3$$

۴-دینامیک فیلم مایع تشکیل شده

با تکرار مراحل بالا برای فیلم مایع تشکیل شده در طول زمان می‌توان دینامیک فیلم را در زمان‌های مختلف محاسبه کرد. در شکل ۶ تغییرات ضخامت فیلم مایع بر حسب زمان آورده شده است. فیلم مایع به خاطر گرانش ثابت نیست. و در طول زمان کاهش می‌یابد.



شکل۶: نمودار تغییرات ضخامت فیلم مایع تشکیل شده بر روی زیر لایه شیشه‌ای بر حسب زمان.

۵-نتیجه‌گیری

با استفاده از تکنیک ماره و برنامه نویسی در Matlab نمایه فیلم مایع تشکیل شده بر روی زیر لایه شیشه‌ای اندازه-گیری شد. با داشتن ضخامت یک نقطه از فیلم، ضخامت در کل نقاط به دست می‌آید. از این روش می‌توان برای بررسی فیلم‌های مایع که در دو طرف یک سطح صاف شفاف به روش غوطه‌ور سازی تشکیل می‌شوند استفاده کرد. و با تحلیل فریزهای تهیه شده از فیلم مایع در زمان-های مختلف دینامیک فیل را بررسی کرد. لازم به ذکر است که برای تفکیک فریزها لازم است که شیب نقاط مختلف روی فیلم زیاد نباشد.

مراجع

[1] S. Rasouli et al., *Application of "parallel" Moiré Deflectometry and the Single Beam Z-scan Technique in the Measurement of the Nonlinear Refractive Index*, Appl. Opt. 50(2011)2356-2360.

[2] S. Rasouli, *Use of a Moiré Deflectometer on a Telescope for Atmospheric Turbulence Measurements*, Opt. Lett. 35(2010)1470-1472.

[3] K. Madanipour, M. T. Tavassoly, *Moiré fringes as two-dimensional autocorrelation of transmission function of linear gratings and its application for modulation transfer function measurement*, **Appl. Opt. 48(2009)725-729.**

[4] M. Maleki et al., *Landau–Levich Menisci*, J. Coll. Inter. Sci, 354(2011)359.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30]