بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

نقطه دیراک در تیغه بلور فوتونی

محمدحسن آرام و سینا خراسانی

تهران، دانشگاه صنعتی شریف

چکیده – ما یک تیغه بلور فوتونی طراحی می کنیم که مانند گرافین دارای نقطه دیراک در ساختارباند خود باشد. برای این منظور ابتدا شبکه بلور خود را مشابه شبکه بلور دو بعدی که وجود نقطه دیراک در ساختارباند آنرا قبلا نشان داده بودیم انتخاب می کنیم. پس از آن ضخامت مناسبی برای تیغه انتخاب می کنیم. در نهایت ساختارباند تیغه را با دو روش تنگ بست (*TB*) و تفاضل محدود حوزه زمان (*FDTD*) بدست می آوریم. نتیجه هر دو روش ادعای ما مبنی بر وجود نقطه دیراک را تایید می کنند.

کلید واژه- نقطه دیراک، ابر بلور، روش تنگ بست

Dirac point in photonic crystal slab

Mohammad Hasan Aram, and Sina Khorasani

Sharif University of Technology, Tehran, Iran

We design a slab Photonic Crystal (PC) that like graphene contains Dirac point in its band structure. For this purpose we first choose our crystal lattice to be similar to the two-dimensional crystal which we showed the existence of Dirac point in its band structure in our previous work. After that we set the slab thickness and calculate its band structure using Tight Binding (TB) and Finite Difference Time Domain (FDTD) methods. Both of these methods confirm our claim.

Keywords: Dirac point, super crystal, tight binding method

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06]

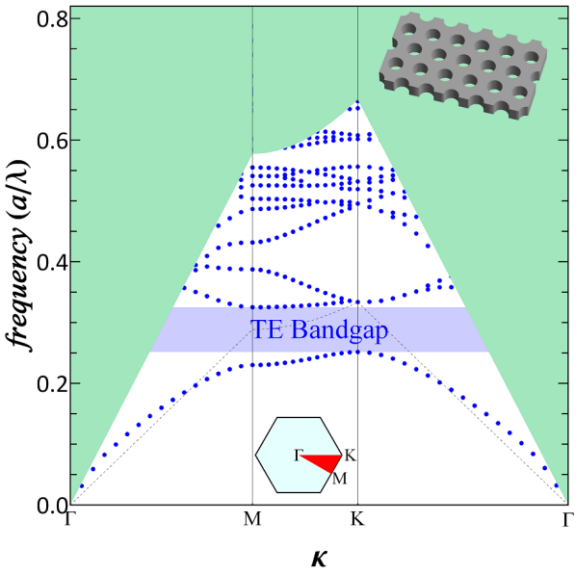
۱- مقدمه

طی یک دهه گذشته گرافین نظر محققان بسیاری را به خود جلب کرده است. این ماده خصوصیات منحصربفردی دارد که آنرا از سایر مواد متمایز کرده است. منشاء اصلی این خصوصیات ساختارباند این ماده است که در آن دو باند یکدیگر را در نقطه ای به نام نقطه دیراک قطع می کنند. رابطه پاشندگی الکترون در نزدیکی این نقطه در تمامی جهات به صورت خطی است. بنابراین می توان الکترون را در نزدیکی این نقطه با معادله دیراک توصیف کرد. به همین خاطر می توان بعضی از رفتارهای نسبیتی الکترون مانند اثر هال کوانتومی[۱]، زیتربوگانگ[۲] و پارادوکس کلین[۳] را در گرافین مشاهده کرد. نقطه دیراک در ساختارباند سیستم های فوتونیکی و فونونیکی نیز مشاهده شده است[۴-۸]. این مواد ویژگی های منحصربفردی دارند که در میان آنها می توان به وابستگی معکوس هدایت فوتون به طول بلور[۹،۱۰]، نابودی پراکندگی به عقب همدوس[۱۱]، پدیده زیتربوگانگ برای فوتون ها[۱۲] و هدایت یکطرفه نور[۱۳] اشاره کرد. تاکنون وجود نقطه دیراک در بلورهای دو و سه بعدی نشان داده شده است. اما از آنجا که ساخت بلورهای بی نقص دو و سه بعدی دشوار و یا غیر ممکن است، معمولا تیغه های بلور ساخته و استفاده می شوند. در این مقاله می خواهیم تیغه بلور فوتونی طراحی کنیم که دارای نقطه دیراک در گوشه های ناحیه بریلیون باشد.

۲- طراحی بلور

برای طراحی بلور باید شبکه، ماده و ضخامت آنرا تعیین کنیم. شبکه بلور را همان شبکه بلور دوبعدی که وجود نقطه دیراک در ساختارباند آنرا در مرجع [۱۴] نشان دادیم در نظر می گیریم. آن بلور در واقع یک آرایه نوسانگرهای تزویج شده بلور فوتونی (CPCRA) در داخل سیلیکون است. در آن بلور نوسانگرها حفره های هوایی هستند که به صورت یک شبکه مثلثی در یک بلور پایه که آن نیز بصورت شبکه مثلثی از حفره های هوا است تعبیه شده اند. شعاع حفره های هوای شبکه پایه 0.35 ثابت شبکه آن، a، است. فاصله بین کاواک ها (نوسانگرها) دو برابر ثابت شبکه و شعاع آنها $0.2a$ است.

جهت تعیین ضخامت تیغه، نخست ساختارباند بلور پایه CPCRA را به ازای ضخامت های مختلف محاسبه می کنیم. دیده می شود که تیغه با ضخامتی در حدود $0.6a$ گاف فوتونی بزرگی دارد. اما بخش زیادی از این گاف خارج از مخروط نور ابر بلور با ثابت شبکه $2a$ می افتد. برای پایین آوردن گاف شعاع حفره های شبکه پایه را تا $0.3a$ کاهش می دهیم. شکل۱ ساختارباند TE-like این شبکه پایه که ابر بلور خود را روی آن می سازیم نشان می دهد.

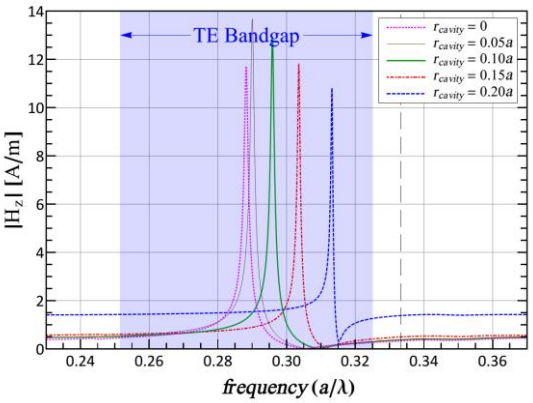


شکل ۱: ساختارباند TE-like شبکه پایه ای که ابر بلور خود را روی آن می سازیم. تیغه بلور پایه در گوشه بالا سمت راست شکل دیده می شود. خط چین سیاه مخروط نور ابر بلور است.

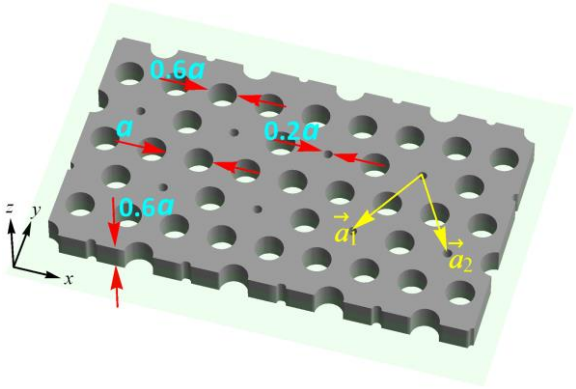
اکنون ما تنها باید شعاع کاواک های CPCRA خود را تعیین کنیم. برای این منظور ما کاواک هایی با شعاع های مختلف در داخل بلور پایه ایجاد می کنیم و فرکانس تشدید آنها را بدست می آوریم. در شکل۲ اندازه مولفه z میدان مغناطیسی در صفحه میانی تیغه و در نزدیکی کاواک ها بر حسب فرکانس رسم شده اند. در واقع هر کاواک با یک پورت دو قطبی و در فرکانس های مختلف تحریک می شود. نقطه ماکزیمم هرکدام از منحنی ها بیانگر تشدید کاواک مربوط به آن است. بهتر است کاواکی را برای ساخت ابر بلور انتخاب کنیم که فرکانس تشدید آن در نزدیکی وسط گاف بلور پایه قرار گیرد. این امر مانع از خارج شدن فرکانس تشدید از داخل گاف به خاطر محدودیت ها و نارسایی های فرآیند ساخت می شود. از آنجا که ما تصمیم به استفاده از این ابر بلور در پروژه های دیگر داریم و نیاز داریم که کاواک تا حد امکان بزرگ باشد، شعاع آنرا $0.1a$ در نظر می گیریم. ابر بلور نهایی که می خواهیم وجود نقطه دیراک در

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06]

ساختارباند آنرا در بخش بعد نشان دهیم، در شکل۳ دیده می شود.



شکل ۲: اندازه مولفه z میدان مغناطیسی در نقطه ای نزدیک به کاواک و در صفحه میانی تیغه بر حسب فرکانس برای کاواک ها با شعاع مختلف. ناحیه آبی رنگ بیانگر گاف بلور پایه است



شکل ۳: ابر بلور طراحی شده که ساختار باند آن دارای نقطه دیراک است

۳- محاسبه ساختارباند

در این بخش به محاسبه رابطه پاشندگی با روش تنگ بست برای دو باندی که مخروط دیراک را ایجاد می کنند می پردازیم و سپس این دو باند را با ساختارباندی که از روش FDTD بدست می آوریم مقایسه می کنیم. می دانیم میدان کاواک ها در فرکانس تشدید در اطراف آن محصور است. بنابراین می توانیم از روش تنگ بست استفاده کنیم. با توجه به اینکه توزیع میدان کاواک ها تبهگن مرتبه دوم است، بنابراین از روش تنگ بست تبهگن باید استفاده کنیم. برای این منظور هریک از دو توزیع میدان الکتریکی کاواک ها در فرکانس تشدید، n، را با $\vec{x}_{n,l}$ $(l = 1,2)$ نشان می دهیم. در این روش به معادله ای مانند

(۱)

$$n^2 \sum_{l=1}^{2} b_l \left(a_{0,0}^{k,l} + 2a_{1,0}^{k,l} \cos(\mathbf{k}\times\vec{a}_1) + 2a_{1,1}^{k,l} \cos(\mathbf{k}\times\vec{a}_1 - \mathbf{k}\times\vec{a}_2) + 2a_{0,1}^{k,l} \cos(\mathbf{k}\times\vec{a}_2) \right)$$
$$= w^2 \sum_{l=1}^{2} b_l \left(b_{0,0}^{k,l} + 2b_{1,0}^{k,l} \cos(\mathbf{k}\times\vec{a}_1) + 2b_{1,1}^{k,l} \cos(\mathbf{k}\times\vec{a}_1 - \mathbf{k}\times\vec{a}_2) + 2b_{0,1}^{k,l} \cos(\mathbf{k}\times\vec{a}_2) \right)$$

می رسیم که در آن b_1 و b_2 ضرایبی ثابت و $a_{n,m}^{k,l}$ و $b_{n,m}^{k,l}$ از رابطه زیر محاسبه می شوند.

$$a_{n,m}^{k,l} = \int \left(\vec{x}_{n,l}^{*}(\vec{r}) \vec{x}_{n,l}(\vec{r} - n\vec{a}_1 - m\vec{a}_2) \right) e_r(\vec{r} - n\vec{a}_1 - m\vec{a}_2) d^2r$$
$$b_{n,m}^{k,l} = \int \left(\vec{x}_{n,l}^{*}(\vec{r}) \vec{x}_{n,l}(\vec{r} - n\vec{a}_1 - m\vec{a}_2) \right) V_r(\vec{r}) d^2r \qquad (۲)$$

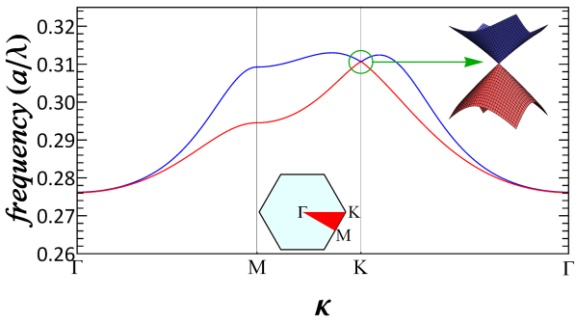
در این رابطه e_r پروفایل گذردهی نسبی بلور پایه دارای یک کاواک تنها و V_r گذردهی کل ابربلور است. می توان معادله (۱) را به صورت ماتریسی

$$n^2 \begin{bmatrix} A(\mathbf{k}) & \cdots \\ \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = w^2(\mathbf{k}) \begin{bmatrix} B(\mathbf{k}) & \cdots \\ \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \qquad (۳)$$

نوشت که در اینصورت $w(\mathbf{k})$ از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$w(\mathbf{k}) = n \sqrt{Eigenvalue \left\{ B(\mathbf{k})^{-1} A(\mathbf{k}) \right\}} \qquad (۴)$$

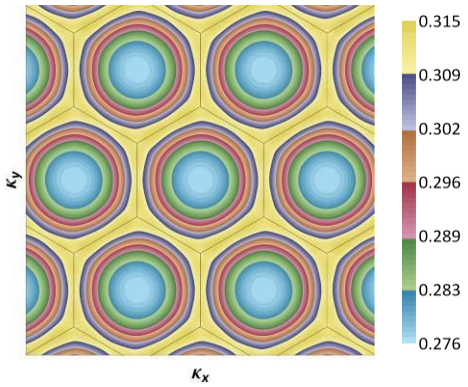
این معادله دو جواب به ازای هر مقدار $\mathbf{k}$ بدست می دهد. شکل۴ دو باند محاسبه شده از معادله (۴) را نشان می دهد.



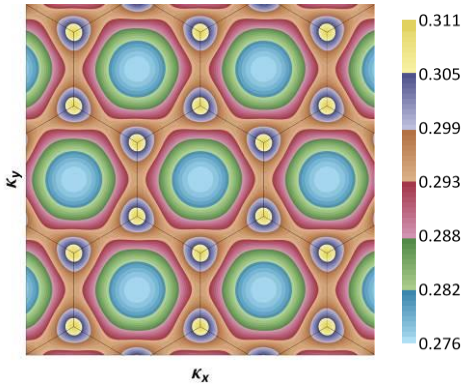
شکل ۳: دو باند محاسبه شده از روش تنگ بست

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06]

برای حصول اطمینان از اینکه دو باند محاسبه شده با روش تنگ بست در نقطه تلاقی، مخروط دیراک ایجاد می کنند، کانتورهای فرکانس ثابت در شبکه وارون برای هر دوی این باندها را در شکل۵ و ۶ رسم کردیم. می توان به وضوح دید که سطح مقطع این دو باند در نزدیکی گوشه های ناحیه بریلیون به صورت دایره در می آید که مخروطی بودن دو باند را در آن ناحیه اثبات می کند.



شکل ۵: تغییرات $w(\vec{k})$ به صورت کانتورهای فرکانس ثابت در شبکه وارون برای باند بالا؛ بدست آمده از رابطه (۴)

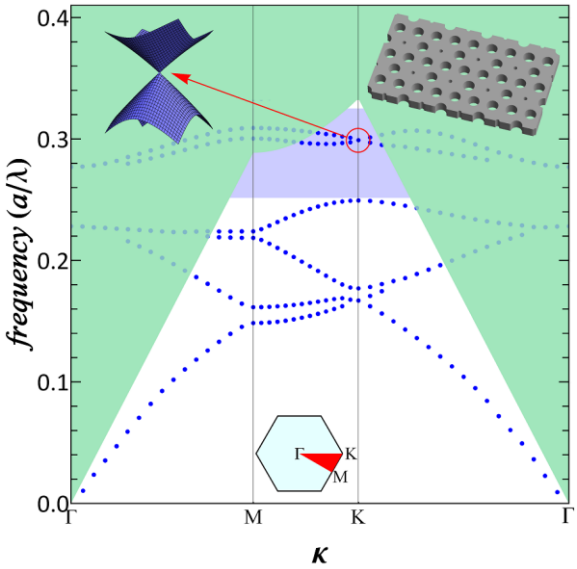


شکل ۶: تغییرات $w(\vec{k})$ به صورت کانتورهای فرکانس ثابت در شبکه وارون برای باند پایین؛ بدست آمده از رابطه (۴)

ساختارباند ابر بلور طراحی شده را با روش FDTD نیز بدست می آوریم تا از نتیجه روش TB مطمئن شویم. شکل۷ نتیجه این روش را نشان می دهد.

۴- نتیجه گیری

در اینجا نشان دادیم که می توانیم تیغه بلور فوتونی با نقطه دیراک در ساختارباند آن طراحی کنیم. مزیت این بلور نسبت به بلورهای مشابه سادگی آن و در نتیجه امکان ساخت راحت تر آن است.



شکل ۷: ساختارباند ابر بلور طراحی شده؛ محاسبه شده با روش FDTD . نوار آبی رنگ گاف بلور پایه را نشان می دهد

مراجع

[1] Z. Jiang, Y. Zhang, Y.-W. Tan, H.L. Stormer, P. Kim, *Quantum Hall effect in graphene*, **Solid State Communications.** 143**,** (2007) 14–19.

[2] T. M. Rusin and W. Zawadzki, *Zitterbewegung of electrons in graphene in a magnetic field*, **Phys. Rev. B** 78, (2008) 125419.

[3] C. Bai and X. Zhang, *Klein paradox and resonant tunneling in a graphene superlattice***, Phys. Rev. B** 76, (2007) 075430.

[4] L.-G Wang, Z.-G Wang, and S.-Y Zhu, *Realization of Dirac point with double cones in optics*, **Opt. Lett.**, 34(10), (2009) 1510–1512.

[5] K. Sakoda, *Dirac cone in two- and three-dimensional metamaterials*, **Opt. Exp.**, 20(4), (2012) 3898–3917.

[6] C. T. Chan, Z. H. Hang, and X. Huang, *Dirac Dispersion in Two-Dimensional Photonic Crystals*, **Advances in OptoElectronics**, (2012) 313984.

[7] K. Sakoda, *Photonic Dirac Cones Realized by Accidental Degeneracy on the Brillouin-Zone Boundary*, **International Journal of Modern Physics B**, 28(2), (2014) 1441008.

[8] X. Huang, Y. Lai, Z. H. Hang, H. Zheng, and C. T.Chan, *Dirac cones induced by accidental degeneracy in photonic crystals and zero-refractive-index materials*, **Nat. Mat.** 10, (2011) 582586.

[9] X. Zhang, *Demonstration of a new transport regime of photon in two-dimensional photonic crystal*, **Phys. Lett. A**, 372(19), (2008).

[10] R. A. Sepkhanov, Ya. B. Bazaliy, and C. W. J. Beenakker, *Extremal transmission at the Dirac point of a photonic band structure*, **Phys. Rev. A**, 75, 063813 (2007).

[11] R. A. Sepkhanov, et.al. , *Extinction of coherent backscattering by a disordered photonic crystal with a Dirac spectrum*, **Europhysics Letters**, 85, 14005(2009).

[12] X. Zhang, *Observing Zitterbewegung for Photons near the Dirac Point of a Two-Dimensional Photonic Crystal*, **Phys. Rev. Lett.**, 100, 113903 (2008).

[13] T. Ochiai and M. Onoda, *Photonic analog of graphene model and its extension: Dirac cone, symmetry, and edge states*, **Phys. Rev. B**, 80, 155103 (2009).

[14] M. H. Aram, R. Mohajeri, and S. Khorasani, *Construction of Dirac points using triangular supercrystals*, **Appl. Phys. A**, 115(2), (2014) 581–587.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06]