بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

ویژگی‌های غیرکلاسیکی در برهم‌کنش متوالی دو اتم سه‌ترازی نوع Λ با میدان تک‌مد همدوس با جفت‌شدگی وابسته به شدت

الهام فرجی[۱]، محمد کاظم توسلی[۱و۲] و حمید رضا باغشاهی[۱و۲و۳]
[۱] گروه اتمی و مولکولی، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد، یزد
[۲] آزمایشگاه پردازش اطلاعات کوانتومی و رمزنگاری، دانشگاه یزد، یزد
[۳] گروه فیزیک، دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان، رفسنجان

چکیده - در مقالهٔ حاضر براساس تعمیمی از مدل جینز-کامینگز، برهم‌کنش متوالی دو اتم سه‌ترازی نوع Λ با یک میدان تک‌مد همدوس را در یک رژیم غیرخطی مورد بررسی قرار می‌دهیم به‌طوری‌که در هر لحظه فقط یک اتم در کاواک قرار دارد. پس از یافتن شکل دقیق تابع موج سامانهٔ اتم-میدان، اثر جفت‌شدگی وابسته به شدت و پارامترهای نامیزانی را روی برخی از ویژگی‌های فیزیکی مانند درهم‌تنیدگی اتم-میدان، تابع توزیع شبه‌احتمال ویگنر و وارونی جمعیت اتمی ارزیابی کرده و از این طریق به تبیین طبیعت غیرکلاسیکی سامانهٔ اتم-میدان می‌پردازیم.

کلید واژه- آنتروپی فون نویمن، جفت‌شدگی وابسته به شدت، ویژگی‌های غیرکلاسیکی.

Nonclassicality Features of Two Λ-Type Three-Level Atoms Interacting Consecutively with a Single-Mode Coherent Field in the Intensity-Dependent Coupling

Elham faraji[1], Mohamad Kazem Tavassoly[1,2] and Hamid Reza Baghshahi[1,2,3]

[1] Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University, Yazd
[2]The Laboratory of Quantum Information Processing, Yazd University, Yazd
[3]Department of Physics, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Rafsanjan

Abstract- In the present paper, via the generalized Jaynes-Cummings model we examine the consecutive interaction of two Λ-type three-level atoms with a single-mode coherent field in the intensity-dependent coupling regime such that at any time there exists only a single atom in the cavity. After deriving the accurate form of the atom-field wave function, we evaluate the influence of the intensity-dependent coupling and detuning parameters on a few physical properties like atom-field entanglement, Wigner quasi-probability distribution function and atomic population inversion. In this way, we establish the nonclassicality of the obtained atom-field system state.

Keywords: von Neumann entropy, Intensity-dependent coupling, Nonclassical properties.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱- مقدمه

مدل جینز-کامینگز، الگوی دقیقی برای توصیف کوانتومی برهم‌کنش بین یک اتم دوترازی با میدان تابشی تک‌مد با در نظرگرفتن تقریب موج چرخان است. برخی از پدیده‌های فیزیکی که فیزیک کلاسیک قادر به توجیه آن‌ها نیست را می‌توان توسط این مدل پیش‌بینی کرد. در این مقاله با الهام از این مدل در یک رژیم وابسته به شدت، دو اتم یکسان سه‌ترازی نوع Λ یکی پس از دیگری با شرایط اولیهٔ مشابه وارد میدان می‌شوند، به‌گونه‌ای‌که عبور اتم اول از میدان، شرایط اولیهٔ میدان را برای عبور دومین اتم آماده می‌کند. هدف ما از این مقاله، ارزیابی اثر جفت‌شدگی وابسته به شدت و پارامترهای نامیزانی روی رفتار درهم‌تنیدگی اتم-میدان، تابع توزیع شبه‌احتمال ویگنر و وارونی جمعیت اتمی است.

۲- تابع موج سامانه و حل تحلیلی آن

با در نظر داشتن همهٔ برهم‌کنش‌های موجود، هامیلتونی در تصویر برهم‌کنش یک اتم سه‌ترازی نوع Λ و یک میدان تک‌مد با جفت‌شدگی وابسته به شدت به‌صورت زیر نوشته می‌شود [۱و۲]:

$$\begin{aligned}\hat{H}_{\rm int} = g_1\left(\hat{\rm R}\, e^{i\Delta_1 t}\,|e\rangle\langle g\,| + \hat{R}^{\dagger} e^{-i\Delta_1 t}\,|g\rangle\langle e|\right)\\ + g_2\left(\hat{\rm R}\, e^{i\Delta_2 t}\,|e\rangle\langle i\,| + \hat{R}^{\dagger}\, e^{-i\Delta_2 t}\,|i\rangle\langle e|\right)\end{aligned} \qquad (۱)$$

که در آن $|e\rangle$، $|i\rangle$ و $|g\rangle$ ترازهای انرژی اتمی با بسامدهای $\omega_g<\omega_i<\omega_e$، g_1 و g_2 ثابت‌های جفت‌شدگی اتم و میدان، γ بسامد میدان و $\Delta_1=\omega_e-\omega_g-\gamma$ و $\Delta_2=\omega_e-\omega_i-\gamma$ پارامترهای نامیزانی هستند. هم‌چنین $\hat{R}$ و $\hat{R}^{\dagger}$ عملگرهای نابودی و آفرینش تغییر شکل‌یافتهٔ $\hat{R}=\hat{a}\,f(\hat{n})$ و $\hat{R}^{\dagger}=f(\hat{n})\,\hat{a}^{\dagger}$ هستند که در آن‌ها $f(n)$ تابع غیرخطی وابسته به شدت را نشان می‌دهد [۳]. با در نظر گرفتن تابع موج سامانه به‌شکل زیر

$$\begin{aligned}|\psi_1(t)\rangle = \sum_n A_1(n,t)|e,n\rangle\\ + B_1(n+1,t)|i,n+1\rangle + C_1(n+1,t)|g,n+1\rangle\end{aligned} \qquad (۲)$$

و حل معادلهٔ وابسته به زمان شرودینگر $i\frac{\partial|\psi_1(t)\rangle}{\partial t}=\hat{H}_{\rm int}|\psi_1(t)\rangle$، دامنه‌های احتمال به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$A_1=\sum_{j=1}^{3}\frac{k_j\mu_j e^{i(\mu_j+\Delta_2)t}}{g_2\sqrt{n+1}\,f(n+1)},\qquad B_1=\sum_{j=1}^{3}k_j e^{i\mu_j t},$$

$$C_1=\sum_{j=1}^{3}k_j\left(\mu_j^2+\Delta_2\mu_j-g_2^2(n+1)f^2(n+1)\right) \qquad (۳)$$
$$\times\frac{e^{i(\mu_j+\Delta_2-\Delta_1)t}}{g_1g_2(n+1)f^2(n+1)}$$

با توجه به شرایط اولیهٔ اتم و میدان که فرض شده است به‌ترتیب در حالت برانگیخته $|e\rangle$ و همدوس

$$|\psi(t=0)\rangle_F=\sum_n F_n|n\rangle,\ F_n=e^{-\bar{n}/2}\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}};\ \bar{n}=|\alpha|^2 \qquad (۴)$$

باشند، مقادیر k_j در (۳) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$k_j=\frac{-\sqrt{n+1}\,g_2\ f(n+1)F_n}{\mu_{jl}\mu_{jk}}\left(\mu_l+\mu_k+\Delta_2\right) \qquad (۵)$$

به‌طوری‌که $\mu_{jk}=\mu_j-\mu_k$ و $j\neq k\neq l\neq 1,2,3$ است. حال فرض می‌کنیم که اتم اول بعد از برهم‌کنش با میدان در مدت زمان $t=t_1$، در حالت پایه‌اش آشکار شده است. در این‌صورت حالت بهنجارشدهٔ "میدان" بعد از عبور اتم اول به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

(۶)

$$|\psi_1(t_1)\rangle_F=\left(\sum_n|C_1(n+1,t_1)|^2\right)^{-1/2}\sum_n C_1(n+1,t_1)|n+1\rangle$$

اکنون، اتم دوم را با شرایط اولیه‌ای مشابه اتم اول از کاواک عبور می‌دهیم. بدیهی است که در این هنگام وضعیت اولیهٔ میدان با رابطهٔ (۶) توصیف می‌شود. با فرض این‌که برهم‌کنش اتم دوم و میدان کاواک در مدت زمان t_2 انجام شود، با در نظر گرفتن تابع موج سامانه به‌صورت (۲) و به‌کاربردن روشی مشابه با عبور اتم اول، حالت سامانه بعد از عبور هر دو اتم به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]

$$A_2(n,t_1,t_2)=\sum_{l=1}^{3}\frac{q_l u_l e^{i(u_l+\Delta_2)t_2}}{g\sqrt{n+1}\,f(n+1)},$$
$$B_2(n+1,t_1,t_2)=\sum_{l=1}^{3}q_l e^{iu_l t_2},$$
$$C_2(n+1,t_1,t_2)=\sum_{l=1}^{3}q_l\left(u_l^2+\Delta_2 u_l - g^2(n+1)f^2(n+1)\right)\times\frac{e^{i(u_l+\Delta_2-\Delta_1)t_2}}{g^2(n+1)f^2(n+1)}, \quad (۷)$$

که در آن بدون از دست دادن عمومیت مسأله فرض کرده‌ایم $g_1=g_2=g$. دراین‌جا ضرایب q_l به‌کمک رابطهٔ (۷) و شرایط اولیهٔ اتم دوم مشخص می‌گردند:

$$q_l=C_1(n,t_1)\times\left(\sum_{n=0}^{+\infty}\left|C_1(n+1,t_1)^2\right|\right)^{-1/2}\times\frac{-g\sqrt{n+1}\;f(n+1)}{u_{lj}u_{lk}}\times\left(u_j+u_k+\Delta_2\right) \quad (۸)$$

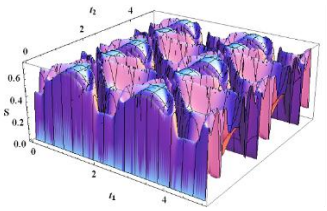
که در آن $u_{lj}=u_l-u_j$ و $l\neq j\neq k=1,2,3.$ هستند و $C_1(n+1,t_1)$ در رابطهٔ (۳) آمده است. در ادامه مقاله با داشتن شکل صریح تابع موج سامانه و با در نظر گرفتن تابع غیرخطی مشهور $f(n)=\sqrt{n}$، به بررسی برخی از ویژگی‌های فیزیکی سامانهٔ اتم-میدان متناظر می‌پردازیم.

۲-۱- آنتروپی فون-نویمن

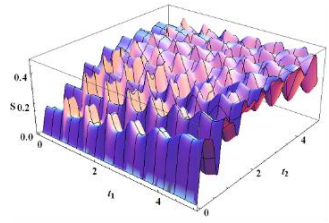
آنتروپی فون-نویمن معیار بسیار خوبی برای اندازه‌گیری میزان درهم‌تنیدگی اتم-میدان است که به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد [۴]:

$$S_{A(F)}(t_1,t_2)=-Tr_{A(F)}\left(\hat{\rho}_{A(F)}\ln\hat{\rho}_{A(F)}\right) \quad (۹)$$

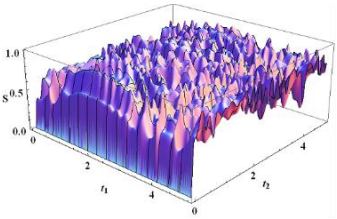
که در آن $\hat{\rho}_{A(F)}=Tr_{F(A)}\left(|\psi\rangle\langle\psi|\right)$ عملگر چگالی کاهش‌یافتهٔ اتم (میدان) و $|\psi\rangle$ حالت کوانتومی کل سامانه است. شکل‌های ۱، ۲ و ۳ تغییرات آنتروپی را به ازای پارامترهای مختلف بر حسب زمان‌های t_1 و t_2 نشان می‌دهد. مقایسهٔ نمودارهای ۱ و ۳ نشان می‌دهد که پارامترهای نامیزانی در حضور جفت‌شدگی وابسته به شدت باعث افزایش درهم‌تنیدگی بین اتم و میدان می‌شوند. هم‌چنین با مقایسهٔ نمودارهای ۲ و ۳ نتیجه می‌شود که جفت‌شدگی وابسته به شدت نیز درهم‌تنیدگی اتم-میدان را افزایش می‌دهد. در نمودار ۳ در حضور جفت‌شدگی وابسته به شدت و نامیزانی، بیشترین درهم‌تنیدگی مشاهده می‌شود.



شکل ۱: آنتروپی به ازای $\Delta_1=0,\Delta_2=0,\ f(n)=\sqrt{n},\bar{n}=4$.



شکل ۲: آنتروپی به ازای $\Delta_1=7,\Delta_2=15,\ f(n)=1,\bar{n}=4$.



شکل ۳: آنتروپی به ازای $\Delta_1=7,\Delta_2=15,\ f(n)=\sqrt{n},\bar{n}=4$.

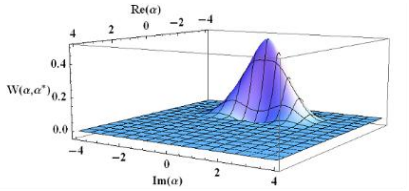
۲-۲- تابع توزیع شبه‌احتمال ویگنر

تابع شبه‌توزیع ویگنر به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۱]:

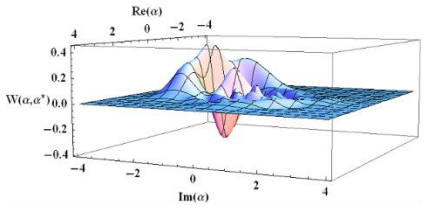
$$W(\alpha,\alpha^*)=\frac{2}{\pi^2}e^{2|\alpha|^2}\times\int\langle-\gamma|\hat{\rho}_F|\gamma\rangle\,e^{-2(\gamma\alpha^*-\gamma^*\alpha)}d^2\gamma \quad (۱۰)$$

که در آن $\hat{\rho}_F=Tr_A\left(|\psi\rangle\langle\psi|\right)$ عملگر چگالی کاهش یافتهٔ میدان و $|\psi\rangle$ حالت کوانتومی سامانه است [۵]. منفی‌شدن این تابع نشان‌دهندهٔ غیرکلاسیکی بودن حالت متناظر است. در ادامه نمودارهای این کمیت در فضای فاز رسم شده اند. در همهٔ حالت‌های مورد بررسی، تابع ویگنر در بعضی نواحی از فضای فاز منفی می‌شود (ویژگی غیرکلاسیکی). منفی‌شدن این تابع در شرایط تشدید و در حضور جفت‌شدگی وابسته به شدت نسبت به حالت‌های بررسی‌شده دیگر بسیار کمتر مشاهده می‌گردد.

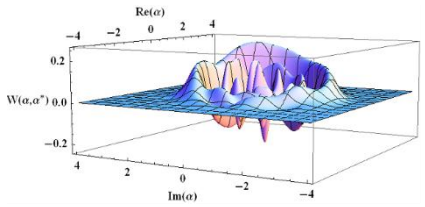
[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]



شکل ۴: تابع توزیع شبه‌احتمال ویگنر به ازای $\Delta_1=0,\Delta_2=0,f(n)=\sqrt{n},t_1=3\pi/2,t_2=7\pi/2,\bar{n}=4$.



شکل ۵: تابع توزیع شبه‌احتمال ویگنر به ازای پارامترهای مشابه شکل (۴) ولی با $\Delta_1=7,\Delta_2=15,\ f(n)=1$.



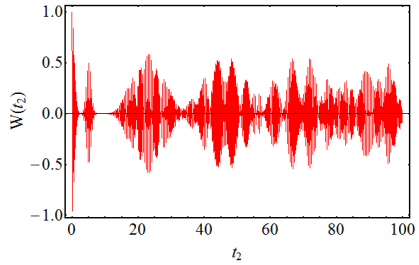
شکل ۶: تابع توزیع شبه‌احتمال ویگنر به ازای پارامترهای مشابه با شکل (۴) ولی با $\Delta_1=7,\Delta_2=15$.

۲-۳- وارونی جمعیت اتمی

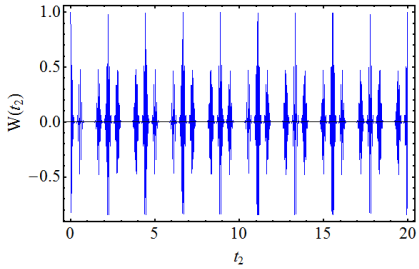
وارونی جمعیت اتمی به‌عنوان معیاری برای اندازه‌گیری انرژی تبادلی بین اتم و میدان تعریف می‌شود. وارونی جمعیت اتمی برای اتم دوم به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد [۶]:

$$W(t_1,t_2)=\sum_{n=0}^{+\infty}\Big(|A_2(n,t_1,t_2)|^2 - \Big(|B_2(n+1,t_1,t_2)|^2+|C_2(n+1,t_1,t_2)|^2\Big)\Big) \qquad (11)$$

نمودارهای وارونی جمعیت اتمی برحسب زمان t_2 در ادامه ارائه شده است. در همهٔ نمودارها، وارونی جمعیت اتمی همراه با پدیدهٔ کوانتومی محض فروافت و بازیافت به‌خوبی مشاهده می‌شود. با توجه به نمودارهای ۷ و ۸ چنین برمی‌آید که جفت‌شدگی وابسته به شدت منجر به تقویت و شفافیت بیشتر پدیده‌های فروافت و بازیافت می‌شود و در غیاب نامیزانی و به‌ویژه در رژیم غیرخطی پدیدهٔ بازیافت کامل دیده می‌شود. هم‌چنین نتیجهٔ مطالعات ما برای بررسی پارامترهای نامیزانی نشان می‌دهد که در نظرگرفتن نامیزانی در رژیم خطی (غیرخطی) منجر به افزایش (کاهش) دامنه‌های پدیدهٔ بازیافت می‌شوند.



شکل ۷: وارونی جمعیت اتمی برحسب t_2 به ازای $\Delta_1=0,\Delta_2=0,f(n)=1,\bar{n}=25,t_1=5$.



شکل ۸: وارونی جمعیت اتمی برحسب t_2 به ازای $\Delta_1=0,\Delta_2=0,f(n)=\sqrt{n},\bar{n}=25,t_1=5$.

۳- نتیجه‌گیری

نتایج حاصل از این مقاله عبارتند از: ۱) جفت‌شدگی وابسته به شدت و نامیزانی تأثیر قابل ملاحظه‌ای در میزان درهم‌تنیدگی دارند. ۲) هر دو پارامتر نامیزانی و جفت‌شدگی وابسته به شدت باعث منفی‌شدن تابع شبه‌توزیع ویگنر می‌شوند. این ویژگی در رژیم غیرخطی و در غیاب نامیزانی کمتر مشاهده می‌شود. ۳) در حضور جفت‌شدگی وابسته به شدت، پدیده‌های فروافت و بازیافت تقویت می‌گردند. هم‌چنین پارامترهای نامیزانی باعث افزایش (کاهش) دامنه‌های پدیدهٔ بازیافت در رژیم خطی (غیرخطی) می‌شوند. در تحول زمانی وارونی جمعیت، در شرایط تشدید و در رژیم غیرخطی، پدیدهٔ بازیافت کامل مشاهده می‌شود.

مراجع

[1] Scully M.O. and Zubairy M.S., *Quantum Optics*, 3th edition, Cambridge Uni. Press, 2001.
[2] Faghihi M. J. and Tavassoly M. K., **J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.** 45 (2012) 035502.
[3] Buck B. and Sukumar C. V., **Phys. Lett. A** 81 (1981) 132.
[4] Phoenix S.J.D. and Knight P.L., **J. Opt. Soc. Am. B** 7 (1990) 116.
[5] Pathak P.K. and Agarwal G.S., **Phys. Rev. A** 71 (2005) 043823.
[6] Abdel-Aty M., **Laser Phys.** 16 (2006) 1381.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]