قطبش کوانتومی حالت‌های چلانده زوج و فرد درهم‌تنیده برانگیخته وفوتون کاهیده تک‌مد

الناز دیباکار [۱]؛امیر کریمی [۱،۲]؛محمد کاظم توسلی [۱،۳]

[۱] گروه اتمی و مولکولی، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد، یزد
[۲] گروه فیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی، آباده، فارس
[۳] گروه پژوهشی فوتونیک، مرکز تحقیقات مهندسی، دانشگاه یزد، یزد

چکیده – در این مقاله، با الهام از پارامترهای استوکس در اپتیک کلاسیک و تعمیم آنها به عملگرهای استوکس در اپتیک کوانتومی، قطبش کوانتومی حالت‌های چلانده زوج و فرد درهم‌تنیده برانگیخته تک‌مد و حالت‌های چلانده زوج و فرد درهم‌تنیده فوتون کاهیده تک‌مد را به ازای تعداد فوتون‌های برانگیخته و کاهیده متفاوت به طور جداگانه مورد مطالعه قرار می‌دهیم و نتایج به‌دست آمده را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم.

کلید واژه: قطبش کوانتومی، حالت‌های چلانده درهم‌تنیده برانگیخته تک‌مد، حالت‌های چلانده درهم‌تنیده کاهیده تک‌مد.

The Quantum Polarization of the Single-Mode Excited and Photon Depleted Entangled Even and Odd Squeezed States

E. Dibakar[1]; A. Karimi[1,2]; M. K. Tavassoly[1,3]

[1] Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University, Yazd
[2] Department of Physics, Islamic Azad University of Abadeh, Fars
[3] Photonic & Research Group, Engineering Research Center, Yazd University, Yazd

Abstract- In this paper, using the Stokes parameters in classical optics and generalizing them to the Stokes operators in quantum optics, we study the quantum polarization of the "single-mode excited and photon depleted entangled even and odd squeezed states" for different photon numbers of excitation and depletion separately and at last, we compare our results.

Keywords: Quantum polarization, Single-mode excited entangled squeezed states, Single-mode photon depleted entangled squeezed states.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱. مقدمه

مفهوم قطبش امواج الکترومغناطیسی برای اولین بار توسط استوکس در سال ۱۸۵۲ مطرح شد[۱]. به طور تقریبی می‌توان میدان‌های الکترومغناطیسی را در فاصله‌های دور از منبع توسط امواج تخت نمایش داد. یک موج تخت تک‌فام را قطبیده می‌نامیم، چنانچه نوک بردار میدان الکتریکی آن در صفحه عمود بر راستای انتشار موج در مکان ثابت، با گذشت زمان مسیر مشخصی را طی کند. به عنوان برخی از کاربردهای مهم قطبش در پدیده‌های اپتیکی کلاسیکی می‌توان به دریافت از راه دور[۲]، پراکندگی نور[۳] و میکروسکوپ میدان نزدیک[۴] اشاره کرد. علاوه بر این، به عنوان یک حامل مناسب اطلاعات نیز می‌توان از نور قطبیده استفاده کرد.

در سال‌های اخیر، همراه با پیشرفت چشم‌گیری که در دانش اطلاعات کوانتومی حاصل شده است، مفهوم قطبش میدان‌های کوانتومی پس از قطبش کلاسیکی مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرارگرفته است. قطبش میدان‌های کوانتومی در برخی از پدیده‌های اپتیک کوانتومی مانند رمزگذاری متراکم کوانتومی[۵]، درهم‌تنیدگی قطبش[۶]، انتقال کوانتومی[۷]، پرتونگاری کوانتومی[۸] و شفافیت بالای فازی[۹] نقش مهمی بر عهده دارد.

در ادامه، با مروری بر پارامترهای استوکس در اپتیک کلاسیک به عنوان ساده‌ترین مفهوم توصیفی از قطبش به معرفی عملگرهای استوکس در اپتیک کوانتومی می‌پردازیم.

۲. پارامترها و عملگرهای استوکس

در ابتدا یک موج تخت تک‌فام را که میدان الکتریکی آن عمود بر جهت انتشار است، در نظر می‌گیریم. سپس، با در نظر گرفتن محور z به عنوان راستای انتشار موج تخت و تجزیه میدان الکتریکی به دو مؤلفه افقی و عمودی در راستای دو محور x و y، میدان الکتریکی موج تخت را با دو دامنه افقی و عمودی مختلط E_H و E_V نمایش می‌دهیم. بدین‌ترتیب، پارامترهای استوکس به شکل زیر تعریف می‌شوند [۱۰]:

$$\begin{aligned} &S_0 = E_H^* E_H + E_V^* E_V , \quad S_x = E_H E_V^* + E_H^* E_V \\ &S_y = i(E_H E_V^* - E_H^* E_V), \quad S_z = E_H^* E_H - E_V^* E_V \end{aligned} \qquad (۱)$$

در مورد میدان‌های غیرقطبیده، می‌توان از مقادیر چشم‌داشتی پارامترهای استوکس روی برهم‌نهی آماری از امواج استفاده کرد. به منظور یافتن کمیتی مناسب برای مطالعه قطبش میدان‌های کوانتومی، دامنه‌های E_H و E_V به ترتیب با عملگرهای دامنه $\hat{a}_H$ و $\hat{a}_V$ جایگزین می‌شوند [۱۰]. این عملگرها در روابط جابجایی عملگرهای بوزونی صدق می‌کنند:

$$[\hat{a}_j , \hat{a}_k^\dagger] = \delta_{jk} \quad j,k = H,V \qquad (۲)$$

حال عملگرهای استوکس به طور متناظر با پارامترهای کلاسیکی آن در رابطه (۱) با استفاده از عملگرهای دامنه، به شکل زیر معرفی می‌شوند:

$$\begin{aligned} &\hat{S}_0 = \hat{a}_H^\dagger \hat{a}_H + \hat{a}_V^\dagger \hat{a}_V , \quad \hat{S}_x = \hat{a}_H \hat{a}_V^\dagger + \hat{a}_H^\dagger \hat{a}_V \\ &\hat{S}_y = i(\hat{a}_H \hat{a}_V^\dagger - \hat{a}_H^\dagger \hat{a}_V), \quad \hat{S}_z = \hat{a}_H^\dagger \hat{a}_H - \hat{a}_V^\dagger \hat{a}_V \end{aligned} \qquad (۳)$$

که در روابط جابجایی جبرلی گروه SU(2) صدق می‌کنند:

$$[\hat{S}_j , \hat{S}_k] = 2i\varepsilon_{jkl}\hat{S}_l , \quad j,k,l = x,y,z \qquad (۴)$$

با استفاده از عملگرهای استوکس، قطبیدگی‌کوانتومی میدان‌های کوانتومی به شکل زیر تعریف می‌شود[۱۱]:

$$\mathbb{P} = \frac{|\langle \hat{S} \rangle|}{\langle \hat{S}_0 \rangle} = \frac{\sqrt{\langle \hat{S}_x \rangle^2 + \langle \hat{S}_y \rangle^2 + \langle \hat{S}_z \rangle^2}}{\langle \hat{S}_0 \rangle} \qquad (۵)$$

که مقدار $\mathbb{P}$ بین دو مقدار کمینه صفر و بیشینه یک به ترتیب برای حالت‌های کاملاً قطبیده وکاملاً غیرقطبیده متغیر است. در ادامه، میزان قطبیدگی حالت‌های چلانده درهم‌تنیده برانگیخته و کاهیده تک‌مد را به‌ازای تعداد فوتون‌های برانگیخته و کاهیده متفاوت به‌طور جداگانه مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۳. بررسی میزان قطبش حالت‌های چلانده درهم‌تنیده برانگیخته تک‌مد

ابتدا حالت‌های چلانده درهم‌تنیده را به شکل زیر در نظر می‌گیریم:

$$|\psi(\xi)\rangle_i = N_i(\xi)\left(|\xi\rangle_{i,H}|-\xi\rangle_{i,V} + |-\xi\rangle_{i,H}|+\xi\rangle_{i,V}\right) \qquad (۶)$$

که اندیس‌های $i = e,o$ به حالت‌های چلانده زوج و فرد و اندیس‌های H و V به مؤلفه‌های افقی و عمودی میدان اشاره دارند. حالت‌های چلانده زوج و فرد $|\pm\xi\rangle_{e/o}$ که توسط کنش عملگر چلاندگی $\hat{S}(\xi) = \exp\left(\frac{\xi^*}{2}\hat{a}^2 - \frac{\xi}{2}\hat{a}^{\dagger 2}\right)$ روی حالت خلاء $|0\rangle$ تعریف می‌شوند، با حل معادله $(\mu\hat{a} + \upsilon\hat{a}^\dagger)|\xi\rangle = 0$ نیز، به شکل زیر به‌دست می‌آیند [۱۲]:

$$|x\xi\rangle_e = C_e(\xi)\sum_{p=0}^{\infty}(-x)^p \frac{\sqrt{(2p)!}}{2^p\, p!} e^{ip\theta}(\tanh r)^p |2p\rangle \qquad (۷)$$

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]

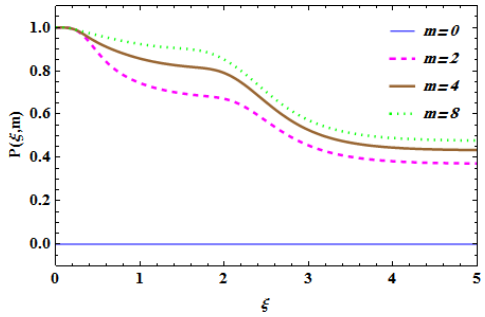
$$|x\xi\rangle_o = C_o(\xi)\sum_{p=0}^{\infty}(-x)^p\frac{2^p\,p!}{\sqrt{(2p+1)!}}e^{ip\theta}(\tanh r)^p|2p+1\rangle \quad (۸)$$

که در آن $\hat{a}$ و $\hat{a}^\dagger$ به ترتیب عملگرهای نابودی و آفرینش بوزونی، $C_e(\xi)$ و $C_o(\xi)$ ضرایب بهنجارش و $\xi = re^{i\theta}$ $(r\in\mathbb{R})$ هستند. حالت‌های چلانده زوج و فرد درهم‌تنیده برانگیخته تک‌مد را توسط کنش مکرر عملگر آفرینش روی یک از دو مد میدان حالت‌های چلانده زوج و فرد درهم‌تنیده (۶) (که در اینجا مد اول فرض شده است)، به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

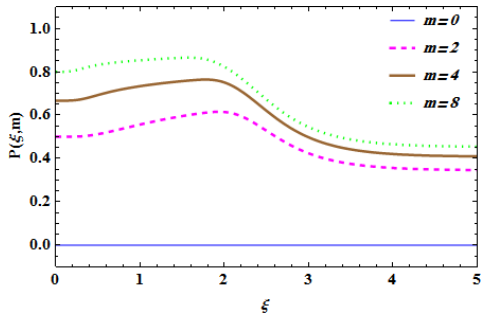
$$|\psi(\xi,m)\rangle_i = N_i(\xi,m) \times(\hat{a}^\dagger)^m\left(|\xi\rangle_{i,H}|-\xi\rangle_{i,V}+|-\xi\rangle_{i,H}|+\xi\rangle_{i,V}\right) \quad (۹)$$

که ثابت‌های $N_e(\xi,m)$ و $N_o(\xi,m)$ از شرط بهنجارش به‌دست می‌آیند. اکنون، پس از محاسبه مقادیر چشم‌داشتی لازم در رابطه (۳) نسبت به حالت‌های چلانده زوج و فرد درهم‌تنیده برانگیخته تک‌مد (۹) با استفاده از روابط (۷) و (۸) و رسم قطبیدگی $\mathbb{P}$ برحسب r، به مطالعه میزان قطبش این حالت‌ها به ازای تعداد فوتون‌های برانگیخته متفاوت می‌پردازیم (در محاسبات $\theta=0$ فرض شده است).

از آنجایی که حالت‌های چلانده زوج و فرد درهم‌تنیده برانگیخته تک‌مد و همچنین حالت‌های چلانده زوج و فرد درهم‌تنیده کاهیده تک‌مد در روابط (۹) و (۱۰) به ازای $m=0$ به حالت‌های چلانده زوج و فرد درهم‌تنیده در رابطه (۶) کاهش می‌یابند، منحنی‌های یکسانی برای $m=0$ در هر چهار حالت (چهار شکل) به‌دست می‌آیند که نشان‌دهنده غیرقطبیدگی کامل $(\mathbb{P}=0)$ حالت‌های چلانده زوج و فرد درهم‌تنیده $(m=0)$ روی کل ناحیه میدان (ξ) هستند. همچنین با بررسی شکل ۱ مشاهده می‌کنیم که میزان قطبش حالت‌های چلانده زوج درهم‌تنیده برانگیخته تک‌مد به ازای تعداد فوتون‌های برانگیخته متفاوت ذکرشده در ناحیه میدان‌های با شدت بسیار کم $(|\xi|<<1)$ بیشینه و برابر با یک است که با افزایش ξ از میزان قطبش این حالت‌ها کاسته شده و در نهایت به سمت مقادیر میانی $(0.25<\mathbb{P}<0.5)$ میل می‌کند. علاوه بر این از آهنگ کاهش قطبش این حالت‌ها با افزایش تعداد برانگیختگی فوتون‌ها کاسته می‌شود. در مورد حالت‌های چلانده فرد درهم‌تنیده برانگیخته تک‌مد در شکل۲، میزان قطبش اولیه این حالت‌ها با افزایش تعداد فوتون‌های برانگیخته افزایش یافته و به یک نزدیک می‌شوند. همچنین میزان قطبیدگی آنها با افزایش ξ مقداری افزایش و سپس کاهش یافته و به سمت مقادیر میانی $(0.25<\mathbb{P}<0.5)$ میل می‌کند. به نظر می‌رسد که بیشینه قطبش در حوالی $\xi=2$ رخ می‌دهد.



شکل۱- میزان قطبش حالت‌های چلانده زوج درهم‌تنیده برانگیخته تک‌مد به ازای تعداد فوتون‌های برانگیخته متفاوت $m=0,2,4,8$.



شکل۲- میزان قطبش حالت‌های چلانده فرد درهم‌تنیده برانگیخته تک‌مد به ازای تعداد فوتون‌های برانگیخته متفاوت $m=0,2,4,8$.

۴. بررسی میزان قطبش حالت‌های چلانده درهم‌تنیده فوتون کاهیده تک‌مد

در این قسمت، حالت‌های چلانده زوج و فرد درهم‌تنیده فوتون کاهیده تک‌مد را با جایگزینی عملگر آفرینش توسط عملگر نابودی در رابطه (۹) و کنش مکرر عملگر نابودی (به‌جای عملگر آفرینش) روی مد اول حالت‌های چلانده زوج و فرد درهم‌تنیده رابطه (۶) به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$|\psi(\xi,-m)\rangle_i = N_i(\xi,-m) \times(\hat{a})^m\left(|\xi\rangle_{i,H}|-\xi\rangle_{i,V}+|-\xi\rangle_{i,H}|+\xi\rangle_{i,V}\right) \quad (۱۰)$$

که $N_e(\xi,-m)$ و $N_o(\xi,-m)$ به‌ترتیب ضرایب بهنجارش حالت‌های زوج و فرد هستند. البته ذکر این نکته ضروری است که m کمیتی مثبت و نشان‌دهنده تعداد فوتون‌های کاهیده مد اول میدان است و علامت منفی در $(-m)$ تنها متمایزکننده حالت‌های برانگیخته و کاهیده (روابط (۹) و (۱۰)) از یکدیگر است. به‌طور مشابه با قسمت قبل، ابتدا مقادیر چشم‌داشتی لازم را نسبت به حالت‌های چلانده زوج و فرد درهم‌تنیده کاهیده تک‌مد (۱۰) با استفاده از روابط (۷) و (۸) محاسبه می‌کنیم. سپس به منظور

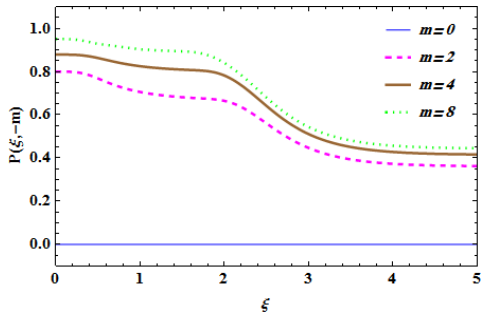
[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]

بررسی میزان قطبیدگی این حالت‌ها به‌ازای تعداد فوتون-های کاهیده متفاوت نمودار قطبیدگی $\mathbb{P}$ برحسب r را با فرض $\theta=0$ رسم می‌کنیم.

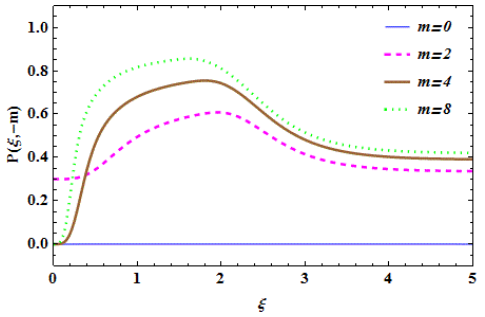
همان‌طور که شکل۳ نشان می‌دهد میزان قطبش حالت-های چلانده زوج درهم‌تنیده کاهیده تک‌مد در ناحیه میدان‌های بسیار کوچک $|\xi|<<1$ با افزایش تعداد فوتون‌های کاهیده افزایش یافته و به یک نزدیک می‌شود. همچنین میزان قطبش این حالت‌ها با افزایش ξ کاهش یافته و به سمت حوالی ۰/۴ میل می‌کند. با افزایش تعداد فوتون‌های کاهیده نیز قطبش این حالت‌ها با سرعت کمتری کاهش می‌یابد. اما در قطبش اولیه حالت‌های چلانده فرد درهم‌تنیده کاهیده تک‌مد (شکل۴) در ناحیه میدان‌های کوچک $|\xi|<1$ رفتاری تصادفی ظاهر می‌شود. قطبش این حالت‌ها پس از شروع از مقدار اولیه (صفر و یا غیرصفر) با افزایش ξ، افزایش و سپس کاهش می‌یابد و به سمت حوالی ۰/۴ میل می‌کند. در این حالت نیز مقدار بیشینه قطبش تقریباً در حوالی $\xi=2$ مشاهده می‌شود. آهنگ افزایش و همچنین کاهش قطبش با افزایش تعداد فوتون‌های کاهیده m افزایش می‌یابد.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله پس از مروری کوتاه بر مفهوم قطبش، با تعمیم پارامترهای استوکس (به‌عنوان ساده‌ترین پارامترهای توصیفی از قطبش در اپتیک کلاسیک) به عملگرهای استوکس در اپتیک کوانتومی، به بررسی میزان قطبش کوانتومی حالت‌های چلانده زوج و فرد درهم‌تنیده برانگیخته و فوتون کاهیده تک‌مد به‌ازای تعداد فوتون‌های برانگیخته و کاهیده متفاوت پرداختیم. مشاهده کردیم که حالت‌های چلانده زوج و فرد درهم‌تنیده حالت‌هایی کاملاً غیرقطبیده هستند. اما با ایجاد برانگیختگی در مد اول حالت‌های چلانده زوج درهم‌تنیده به‌ازای تعداد فوتون‌های برانگیخته متفاوت (شکل۱)، حالت‌های چلانده فرد درهم‌تنیده با افزایش تعداد فوتون‌های برانگیخته متفاوت (شکل۲) و همچنین کاهیدگی مد اول حالت‌های چلانده زوج درهم‌تنیده با افزایش تعداد فوتون‌های کاهیدهٔ متفاوت (شکل۳)، قطبیدگی بیشینه ($\mathbb{P}=1$) به‌دست می‌آید که میزان قطبش آنها با افزایش ξ کاهش یافته و به سمت مقادیری حوالی ۰/۴ میل می‌کند. به‌طورکلی در هر چهار حالت در حد ξهای نسبتاً بزرگ ($\xi\approx 5$) به مقادیر متوسط قطبش (حدود ۰/۴ تا ۰/۵) دست می‌یابیم.



شکل۳- میزان قطبش حالت‌های چلانده زوج درهم‌تنیده فوتون کاهیده تک‌مد به ازای تعداد فوتون‌های کاهیده متفاوت $m=0,2,4,8$.



شکل۴- میزان قطبش حالت‌های چلانده فرد درهم‌تنیده فوتون کاهیده تک‌مد به ازای تعداد فوتون‌های کاهیده متفاوت $m=0,2,4,8$.

مراجع

[1] Stokes G G, 1852 Trans. Cambridge Philos. Soc. 9 **399**.

[2] Schott J R, *Fundamentals of Polarimetric Remote Sensing*, SPIE, Bellingham (2009).

[3] Barron L D, *Molecular Light Scattering and Optical Activity*, Cambridge University Press, Cambridge, UK(2004).

[4] Werner S, Rudow O, Mihalcea C, Oesterschulze E, 1998 Appl. Phys. A **66** S367.

[5] Mattle K, Weinfurter H, Kwait P G, Zeilinger A, 1996 Phys. Rev. Lett.**76** 4656.

[6] Kwait P G, Mattle K, Weinfurter H, Zeilinger A, Sergienko A V, Shih Y, 1995 Phys. Rev. Lett.**75** 4337.

[7] Bouwmeester D, Pan J W, Mattle K, Eible M, Weinfurter H, Zeilinger A, 1997 Nature **390** 575.

[8] Barbieri, M, De Martini F, Di Nepi G, Mataloni P, D'Ariano G M, Macchiavello C, 2003 Phys. Rev. Lett.**91** 227901.

[9] Resch K J, Pregnell K L, Prevedel R, Gilchrist A, Pryde G J, O'Brien J L, White A G, 2007 Phys. Rev. Lett. **98** 223601.

[10] Collett E, 1970 Am. J. Phys.**38** 563.

[11] Brosseau C, *Fundamentals of Polarized Light: A Statistical Optics Approach*, Wiley, New York, (1998).

[12] Gerry C C and Knight P L, *Introductory Quantum Optics*, Cambridge University Press, (2005).

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]