



بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران  
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران  
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی



## انتشار پرتوهای کارتزین در محیط عدسی گرمایی به روش ماتریس ABCD

زهرآ فرمانی، غلامرضا هنرآسا و علیرضا کشاوری

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

چکیده - در این مقاله انتشار پرتوهای کارتزین در محیط‌های عدسی گرمایی با استفاده از روش ماتریس ABCD بررسی می‌شود و بر مبنای آن، انتشار پرتو کارتزین در این محیط‌ها شبیه سازی می‌شود. سپس پهنای پرتو و شعاع انحنای پرتو در حین انتشار مورد بحث قرار می‌گیرد.

کلیدواژه- پرتو کارتزین، روش ماتریس ABCD، محیط عدسی گرمایی.

## Propagation of Cartesian Beams in a Thermal Lens Medium by ABCD Matrix Method

Zahra Farmani, Gholamreza Honarasa, Alireza Keshavarz

Department of Physics, Faculty of Science, Shiraz University of Technology, Shiraz

Abstract- In this paper propagation of Cartesian beams in thermal lens medium is investigated by ABCD matrix method and based on it, the propagation of Cartesian beams in a thermal lens medium are analyzed. Then beam width and curvature radius during propagation are discussed.

Keywords: Cartesian Beams, ABCD matrix method, Thermal lens medium.

۱- مقدمه

$$P = P(p, q) \equiv \frac{ik}{2} \left( \frac{1}{p} - \frac{1}{q} \right) \quad (2)$$

است. در این جا پارامترهای مختلط  $p, q$  از صفحه ورودی  $z=0$  به صفحه خروجی  $z$  از طریق سیستم اپتیکی ABCD مختلط یا حقیقی دلخواه با استفاده از قانون تبدیل زیر انتشار می یابند:

$$p = \frac{Ap_0 + B}{Cp_0 + D}, \quad q = \frac{Aq_0 + B}{Cq_0 + D} \quad (3)$$

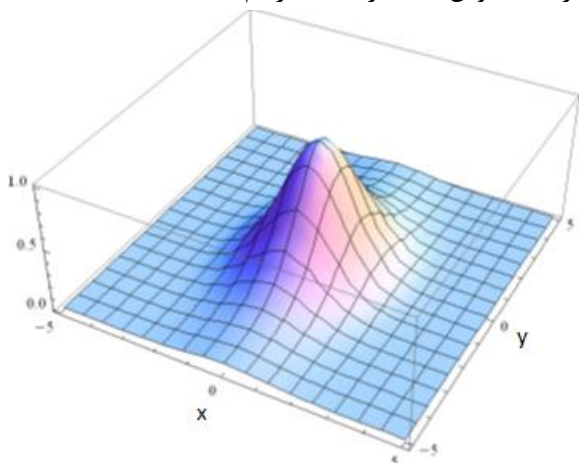
در رابطه (۱) فاکتور مقیاس  $\zeta_\beta$  از انتشار باریکه می آید و برابر است با:

$$\zeta_\beta = \frac{(A+B/q_0)^{\beta-(t+1/2)/2}}{(A+B/p_0)^{\beta-(t-1/2)/2}} \quad (4)$$

معادله (۱) همراه با معادلات (۲) تا (۴)، انتشار پرتوهای کارتیزین را در هر سیستم اپتیکی با ماتریس ABCD مشخص می کند.

پرتوهای کارتیزین امکان یافتن ترکیب های پرتو جالب و جدید را پیشنهاد می کند. به عنوان نمونه پرتوهای لورنتس با جایگذاری پارامترهای پرتوهای کارتیزین در صفحه  $z=0$  به ازای  $p = -iz_R, q = \infty, \beta_x = 0.5$  و  $\beta_y = 0.3$  و پرتوهای هرمیت-گوس استاندارد با جایگذاری پارامترهای پرتوهای کارتیزین در صفحه  $z=0$  به ازای  $p = iz_R, q = -iz_R, \beta_x = -1$  و  $\beta_y = -1$  که  $z_R = 4\pi/\lambda$  به دست می آیند.

در شکل ۱ نمودار شدت پرتوهای کارتیزین (که با توجه به پارامترهای پرتو کارتیزین، یک پرتو لورنتس و یک پرتو هرمیت-گوس استاندارد است) رسم شده است.



پرتوهای کارتیزین به عنوان یک حل عمومی و جدید پرتوهای اپتیکی معرفی می شود. دامنه مختلط پرتوهای کارتیزین به عنوان توابع استوانه سهموی یا توابع فوق هندسی همشار توصیف می شود و پرتوها به وسیله سه پارامتر مختلط مشخص می شوند. برای مقادیر خاص پارامترهای پرتو، پرتوهای کارتیزین به بسیاری از حل های شناخته شده از قبیل پرتوهای هرمیت-گوس، کسینوس گوس، کسینوس هایپرپولیک گوس، پرتوهای لورنتس و ... تبدیل می شود [۱ و ۲].

در لیزرها مقداری از انرژی ورودی به پرتو لیزری تبدیل نمی شود بلکه به انرژی گرمایی غیر قابل استفاده تبدیل می شود. در هنگام دمش ماده فعال لیزری گرم می شود و گرما تغییراتی در ضریب شکست بلور ایجاد می کند، و ضریب شکست نقاط مختلف بلور متفاوت می گردد. بنابراین این گرما باعث پایین آمدن کیفیت پرتو خروجی و اعوجاج در پرتو خروجی می شود [۳]. از این رو تلاش برای بهبود کیفیت توان خروجی لیزری بسیار مهم است. بنابراین است که انتشار پرتوهای مختلف از جمله پرتو کارتیزین در محیط های عدسی گرمایی مورد مطالعه قرار گیرد. در این مقاله، با استفاده از ماتریس انتقال برای محیط عدسی گرمایی، انتشار پرتو کارتیزین در این گونه محیط ها شبیه سازی می شود.

۲- پرتوهای کارتیزین

پرتوهای کارتیزین بر حسب تابع فوق هندسی همشار به صورت زیر توصیف می شود [۴]:

$$U_\beta(x; p, q) = \zeta_\beta (Px^2)^{(t-1/2)/2} \times F_1(\beta, t; Px^2) \exp\left(\frac{ikx^2}{2q}\right) \quad (1)$$

که این پرتو با سه پارامتر  $(p, q, \beta)$  که در حالت کلی مختلط هستند، مشخص می شود. مقدار فاکتور پارامتر  $t$  برای پرتوهای زوج برابر  $1/2$  و برای پرتوهای فرد  $3/2$  است. در رابطه (۱)،  $K$  عدد موج و

می‌کند که این امر باعث متفاوت شدن ضریب شکست نقاط مختلف محیط می‌شود. محیط تحت این شرایط مانند یک عدسی کانونی کننده عمل می‌کند و باعث تغییر مسیر پرتوهایی عبوری می‌شود، به این پدیده عدسی گرمایی می‌گویند.

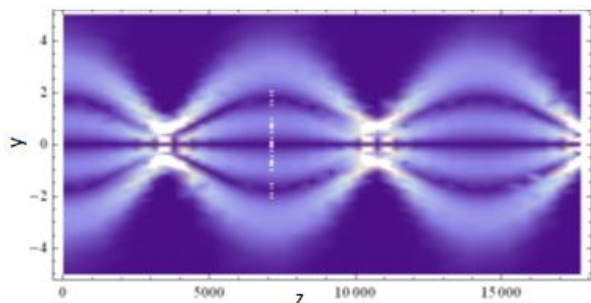
ماتریس عدسی گرمایی به صورت زیر بیان می‌گردد [۷]:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta z) & \sin(\beta z)/(\beta n_0) \\ -\beta n_0 \sin(\beta z) & \cos(\beta z) \end{pmatrix} \quad (9)$$

که در این رابطه کمیت  $\beta$  ضریب محیط و  $n_0$  ضریب شکست ثابت محیط است.

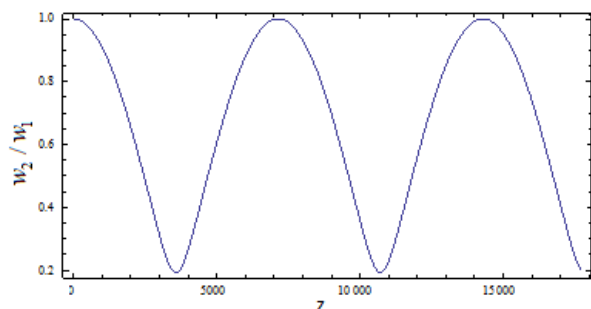
#### ۴- انتشار پرتو کارتیزین در محیط عدسی گرمایی

در شکل ۲ انتشار پرتو کارتیزین در محیط عدسی گرمایی (در جهت  $z$ ) رسم شده است. در این شکل تغییرات انتشار پرتو در محیط به خوبی نشان داده شده است.

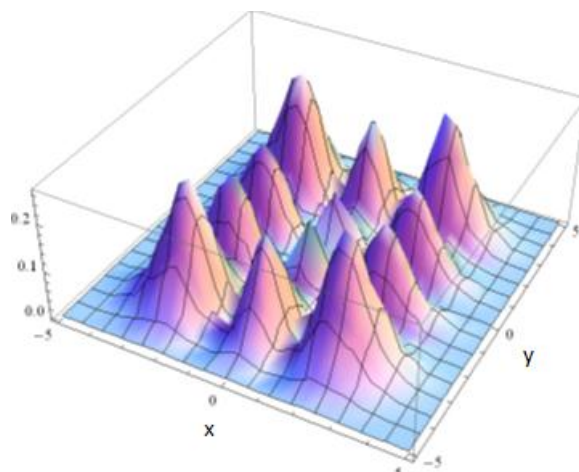


شکل ۲: شبیه سازی انتشار پرتو کارتیزین به  $q = -iz_R$  ،  $p = iz_R$  ،  $\beta_x = -1$  و  $\beta_y = -1$

شکل ۳ پهنای یک پرتو کارتیزین در حین انتشار درون یک محیط عدسی گرمایی رسم شده است. این شکل تغییرات پهنای پرتو به صورت تناوبی را نشان می‌دهد به طوری که دوره تناوب آن با افزایش توان ورودی کاهش می‌یابد.



شکل ۳: نسبت پهنای پرتو کارتیزین به ازای  $q = -iz_R$  ،  $p = iz_R$



شکل ۱: شدت پرتو کارتیزین در  $z=0$  به ازای الف) برای  $p = -iz_R$  ،  $q = \infty$  ،  $\beta_x = 0.5$  و  $\beta_y = 0.3$  ب) برای  $p = iz_R$  ،  $q = -iz_R$  ،  $\beta_x = -1$  و  $\beta_y = -1$

بر اساس تعریف ممان مرتبه دو، برای پهنای پرتو کارتیزین در محل کمر پرتو ( $z=0$ ) داریم [۵]:

$$w_1^2 = 4 \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x^2 |U_\beta(x, p, q)|^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} |U_\beta(x, p, q)|^2 dx} \quad (5)$$

و با استفاده از قانون ABCD، پهنای پرتو پس از انتشار درون محیط ( $w_2$ ) به صورت زیر دست می‌آید [۶]:

$$w_2^2 = A^2 w_1^2 + B^2 U_1 \quad (6)$$

که در آن

$$U_1 = \frac{\lambda^2 \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\partial}{\partial x} U_\beta(x, p, q) \right|^2 dx}{\pi^2 \int_{-\infty}^{\infty} |U_\beta(x, p, q)|^2 dx} \quad (7)$$

در این حالت شعاع انحنای پرتو کارتیزین از رابطه زیر به دست می‌آید:

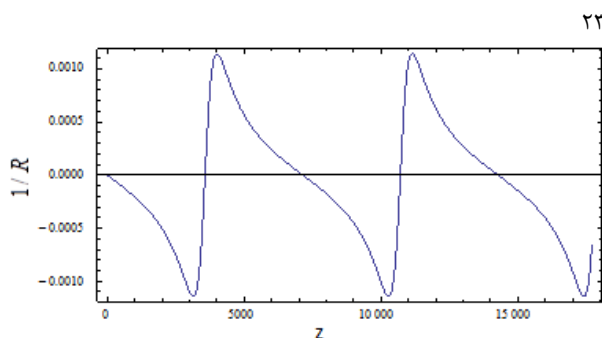
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2w_2^2} \frac{\partial w_2^2}{\partial z} \quad (8)$$

#### ۳- محیط عدسی گرمایی

وقتی نور به محیطی برخورد می‌کند آن محیط را گرم

$\beta_x = -1$  و  $\beta_y = -1$  در حین انتشار به پهنای پرتو اولیه.

شکل ۴ تحول شعاع پرتو کارتیزین در حین انتشار درون یک محیط عدسی گرمایی نشان می‌دهد. شعاع انحنای در صفحه ورودی بی‌نهایت است و با انتشار درون محیط به صورت تناوبی تغییر می‌کند.



شکل ۴: شعاع انحنای پرتو کارتیزین به ازای برای  $p = iz_R$ ،  $q = -iz_R$  و  $\beta_x = -1$  و  $\beta_y = -1$  در حین انتشار بر حسب  $z/z_0$

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله انتشار پرتوهای کارتیزین در حین انتشار درون یک محیط عدسی گرمایی بررسی و شبیه‌سازی شد. نتایج نشان می‌دهد که تابع توزیع شدت، پهنای پرتو و شعاع انحنای این پرتوها به صورت تناوبی در حین انتشار تغییر می‌کند و دوره تحول آن‌ها بستگی به توان ورودی دارد، به نحوی که هر چه توان ورودی بزرگتر باشد دوره تحول آن‌ها کاهش می‌یابد.

## مراجع

- [1] Bandres M. A., Lopez-Mago D., Gutierrez-Vega J. C., J. *Opt.* 12 (2010) 065702
- [۲] هنرآسا، غ، کشاورز، ع، فرمانی، ز. انتشار پرتو سهموی-گوسی کارتیزین در محیط‌های غیرخطی غیرموضعی قوی، بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران. ۸-۱۰ بهمن (۱۳۹۲). شیراز.
- [۳] آل سعدی، الهام، کشاورز، علیرضا، کریمی، محمد جواد. انتشار پرتوی گوسی تخت شده همدوس جزئی در محیط عدسی گرمایی، سومین همایش ملی مهندسی اپتیک و لیزر ایران. ۱۷ و ۱۸ مهر (۱۳۹۲)، دانشگاه صنعتی مالک اشتر شاهین شهر.
- [4] Bandres M. A., Lopez-Mago D., Gutierrez-Vega J. C., J. *Opt.* 12 (2010) 065702.
- [5] Belanger P. A., *Opt. Lett.* 16 (1991) 196.
- [۶] هنرآسا، غ، کشاورز، ع، ویژگی‌های انتشار پرتوهای لورنتس-گوس در محیط‌های غیرخطی غیرموضعی قوی، نوزدهمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران. ۳-۵ بهمن (۱۳۹۱). زاهدان.
- [7] Xu T., Wang S., *Propagation of Ince-Gaussian beams in a thermal lens medium*, *Opt. Commun.*, Vol. 265, pp. 1-5, 2006.