

انباشتگی بازده تابش هارمونیک سوم در لیزر الکترون آزاد با ویگلر تعمیم یافته

فاطمه بازوبند^۱، بهروز مراغه‌چی^۲

۱- گروه فیزیک- دانشگاه فسا- فسا

۲- دانشکده فیزیک- دانشگاه صنعتی امیرکبیر- تهران

چکیده- در این مقاله شبیه‌سازی لیزر الکترون آزاد با ویگلر تعمیم یافته که ویگلر تختی با مولفه میدان هارمونیک است انجام گرفته است. یک مجموعه معادلات دیفرانسیلی مرتبه اول غیرخطی که تحول سیستم موردنظر را توصیف می‌کند، استنتاج شده و به روش رانگ-کوتا حل عددی شده است. مقادیر بهینه اندازه میدان اصلی ویگلر و میدان هارمونیک برای افزایش تابش هارمونیک سوم در مقایسه با ویگلر معمولی و همچنین با مصرف انرژی کمتر پرتو الکترونی به دست آورده شده است. در نهایت با باریک‌شدگی بهینه میدان هارمونیک ویگلر به انباشتگی بازده تابش هارمونیک سوم پرداخته شده است.

کلید واژه- انباشتگی بازده، لیزر الکترون آزاد، ویگلر تعمیم یافته، تابش هارمونیک سوم

Efficiency Enhancement of Third Harmonic Radiation in Free Electron Laser with Modified Wiggler

Fateme Bazouband¹, Behrouz Maraghechi²

1- Department of physics, Fasa university, Fasa

2- Department of physics, Amirkabir University of Technology, Tehran

Abstract- In this paper simulation of free electron laser with modified wiggler consisting of a conventional planar wiggler with third harmonic field component is done. A set of self consistent nonlinear differential equations is derived and solved numerically by Runge-Kutta method. The optimum amplitudes of fundamental and third harmonic wiggler field are obtained to increase the third harmonic radiation in comparison with conventional wiggler and also to have lower electron beam energy. Finally efficiency enhancement of third harmonic radiation is done by optimum tapering of harmonic wiggler field.

Keywords: efficiency enhancement, free electron laser, modified wiggler, third harmonic radiation.

۱- مقدمه

انرژی مورد نیاز پرتو الکترون در یک فرکانس معین به طور معکوس با عدد هارمونیک تغییر می کند. بر این اساس تابش هارمونیک ها در لیزرهای الکترون آزاد^۱ (FEL) مورد توجه زیادی بوده اند [۱-۶]. اگرچه بهره هارمونیک به مراتب از تابش طول موج اصلی کمتر است اما روش های زیادی برای افزایش این بهره به کار گرفته شده است [۱-۵]. افزودن میدان هارمونیک با اندازه و فاز مناسب به میدان اصلی ویگلر باعث تقویت تابش هارمونیک می شود که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است. به خاطر سادگی و مقرون به صرفه بودن این نوع ویگلر هارمونیک دار مطالعات زیادی در مورد انواع مختلف ویگلر تعمیم یافته انجام گرفته است [۴-۵]. انباشتگی بازده در FEL با به کارگیری میدان مغناطیسی متغیر ویگلر بسیار متداول است [۲، ۶]. تغییر اندازه یا دوره تناوب میدان ویگلر در نزدیکی منطقه اشباع، با بازگرداندن پرتو الکترون به شرط تشدید باعث افزایش بازدهی می شود. در این مقاله نیز با باریک شدگی بهینه میدان هارمونیک ویگلر، افزایش تابش هارمونیک سوم در ویگلر تعمیم یافته مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش ۲ معادلات مربوط به میدان ها و دینامیک الکترون ها برای بررسی رفتار سیستم بیان شده است و در بخش ۴ نتایج شبیه سازی این دسته معادلات خودسازگار غیر خطی مورد بررسی قرار گرفته است. بخش ۵ به نتیجه گیری پرداخته است.

۲- مدل فیزیکی و معادلات پایه

فرض کنید پرتو الکترونی در طول محور یک ویگلر تعمیم یافته که به شکل زیر داده شده حرکت می کند:

$$\mathbf{B}(z) = (B_{w1}(z) \sin(k_{w1}z) + B_{w3}(z) \sin(k_{w3}z)) \hat{e}_y$$

$$B_{wi(i=1,3)}(z) = \begin{cases} B_{wi} \sin^2(k_{wi}z/4N_w) & 0 \leq z \leq N_w \lambda_w \\ B_{wi} & N_w \lambda_w \leq z \leq z_{Ti} \\ B_{wi} - m_i(z - z_{Ti}) & z_{Ti} \leq z \end{cases} \quad (1)$$

تغییرات سینوسی اولیه میدان بخاطر مدل سازی القاء الکترون به ویگلر است. در صورت انجام باریک شدگی^۲ میدان ویگلر اندازه آن در حوالی نقطه اشباع z_T با شیب m کاهش می یابد و منجر به انباشتگی بازده می شود. $k_{w3} = 3k_{w1}$ ، $k_{w1} = 2\pi/\lambda_w$ طول موج ویگلر و $B_{wi(i=1,3)}$ اندازه میدان اصلی و هارمونیک ویگلر است.

معادلات موج تابشی و موج بار-فضا به شکل زیر می باشد:

$$\delta \mathbf{A}(z, t) = \sum_{h=1,3} \delta A_h(z) \cos \alpha_{+h} \hat{e}_x \quad (2)$$

$$\delta \phi(z, t) = \sum_{h=1,3} \delta \phi_h(z) \cos \alpha_h$$

$$\alpha_{+h} = \int_0^z k_{+h}(z') dz' - h\omega t, \quad \alpha_h = \int_0^z k_h(z') dz' - h\omega t$$

که k_{+h} و k_h به ترتیب عددموج امواج تابش و بار-فضا می باشد. با جایگذاری معادلات میدان ها به همراه معادلات میدان های تابشی $\delta \vec{E} = -c^{-1} \partial \delta \vec{A} / \partial t - \hat{e}_z \partial \delta \phi / \partial z$ و $\delta \vec{B} = \hat{e}_y \partial \delta A_x / \partial z$ در معادله حرکت نسبیتی الکترون ها

$$\frac{d(m\gamma \vec{v})}{dt} = -e \left\{ \delta \vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times (\vec{B}_w + \delta \vec{B}) \right\} \quad (3)$$

معادلات دینامیک الکترون ها با انجام یک سری محاسبات ریاضی به شکل زیر ساده می شوند:

$$\frac{du_x}{dz} = \frac{e}{mc} \sum_h \left[\frac{d\delta A_h}{dz} \cos \alpha_{+h} - \delta A_h k_{+h} \sin \alpha_{+h} \right] + \frac{e}{mc} (B_{w1} \sin k_{w1}z + B_{w3} \sin k_{w3}z) + \frac{e}{mv_z} \sum_h \frac{h\omega}{c} \delta A_h \sin \alpha_{+h}$$

$$\frac{du_z}{dz} = -\frac{e}{mc} \frac{v_x}{v_z} (B_{w1} \sin k_{w1}z + B_{w3} \sin k_{w3}z)$$

$$-\frac{e}{mc} \frac{v_x}{v_z} \sum_h \left[\frac{d\delta A_h}{dz} \cos \alpha_{+h} - \delta A_h k_{+h} \sin \alpha_{+h} \right] \quad (4)$$

که یک $\mathbf{u} = \gamma \mathbf{v}$ متغیر شبیه سرعت است. حرکت عرضی الکترون به شکل زیر شرح داده می شود:

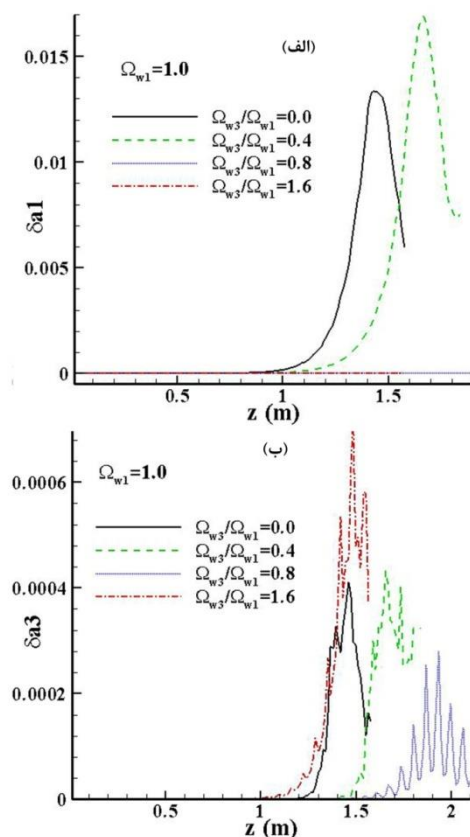
$$\frac{dx}{dz} = \frac{v_x}{v_z}, \quad \frac{dy}{dz} = \frac{v_y}{v_z} \quad (5)$$

و تحول فاز موج الکترومغناطیسی و موج بار-فضا نیز بر طبق معادلات زیر بیان می شوند:

^۲ Tapering

^۱ Free Electron Laser

با $\bar{\Omega}_{w1}=1.0$ برای چند مقدار $\bar{\Omega}_{w3}$ نشان می‌دهد (الف-۱) در شکل (۱-الف) $(\bar{\Omega}_{wi}=eB_{wi}/mc^2k_{wi} (i=1,3))$ دیده می‌شود که تابش اصلی δa_1 در ویگلر تعمیم‌یافته با $\bar{\Omega}_{w3}=0.4$ نسبت به ویگلر معمولی ($\bar{\Omega}_{w3}=0.0$) افزایش رشد داشته است اما در مقادیر بالاتر میدان هارمونیک ویگلر تعمیم‌یافته، δa_1 اصلاً رشدی ندارد. این در حالی است که در شکل (۱-ب) تابش هارمونیک سوم δa_3 در ویگلر تعمیم‌یافته رفتار متفاوتی دارد به‌طوری‌که خروجی FEL با ویگلر تعمیم‌یافته با $\bar{\Omega}_{w3}=1.6$ ، تابشی در فرکانس هارمونیک سوم شده که تابش اصلی آن صفر است.



شکل ۱. تغییرات تابش (الف) فرکانس اصلی و (ب) هارمونیک سوم بر حسب z در ویگلر تعمیم‌یافته برای مقادیر مختلف میدان هارمونیک

در شکل (۲-الف) تغییرات تابش اشباع شده هارمونیک سوم بر حسب اندازه بی‌بعد شده میدان اصلی برای نسبت‌های مختلف میدان هارمونیک ویگلر نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که مقدار تابش هارمونیک سوم با افزایش اندازه میدان‌های ویگلر افزایش می‌یابد. شکل (۲-ب) تغییرات طول‌موج تشدید اصلی (λ) بر حسب میدان اصلی ویگلر را برای انواع مختلف میدان هارمونیک ویگلر

$$\frac{d\alpha_{+h}}{dz} = k_{+h}(z) - \frac{h\omega}{v_z}, \quad \frac{d\alpha_h}{dz} = k_h(z) - \frac{h\omega}{v_z}. \quad (۶)$$

معادلات تابش نیز با جایگذاری معادله (۲) در معادلات ماکسول چنین می‌شوند [۱]:

(۷)

$$\begin{aligned} \frac{d\delta a_h}{dz} &= \Gamma_{+h}\delta a_h \\ \frac{d\Gamma_{+h}}{dz} &= -\Gamma_{+h}^2 + k_{+h}^2 - \left(\frac{h\omega}{c}\right)^2 + \frac{2\omega_b^2\beta_{z0}}{c^2\delta a_h} \left\langle \frac{v_x \cos \alpha_{+h}}{|v_z|} \right\rangle \\ \frac{dk_{+h}}{dz} &= -\frac{2\omega_b^2}{c^2\delta a_h} \beta_{z0} \left\langle \frac{v_x}{|v_z|} \sin \alpha_{+h} \right\rangle - 2k_{+h}\Gamma_{+h} \\ \frac{d\delta\phi_h}{dz} &= \frac{-2\omega_b^2}{h\omega c} \beta_{z0} \langle \sin \alpha_h \rangle \\ k_h &= \frac{-2\omega_b^2}{h\omega c \delta\phi_h} \beta_{z0} \langle \cos \alpha_h \rangle \end{aligned}$$

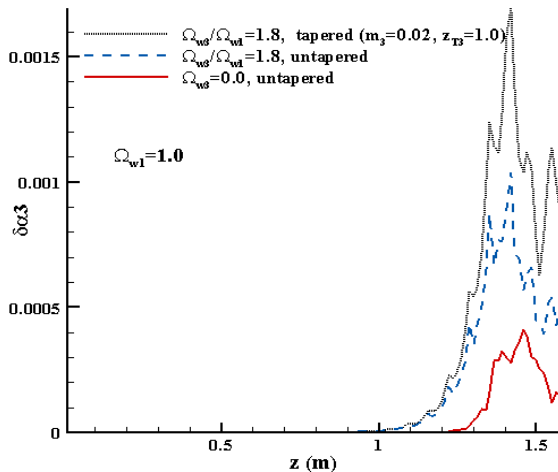
که $\omega_b^2 = 4\pi n_e e^2 / m_e$ و $\delta a_h = \delta A_h / m_0 c^2$ اندازه بی‌بعد شده بردار پتانسیل است که تحول میدان تابشی هارمونیک h ام را توصیف می‌کند. Γ_{+h} نیز نرخ رشد هارمونیک h ام می‌باشد ($\delta a_h(z) = \exp(\Gamma_{+h}z)$). معادلات (۴) تا (۷) مجموعه معادلات غیرخطی خودسازگار را تشکیل می‌دهند که برهمکنش FEL را شرح می‌دهند و به‌طور همزمان به‌روش رانگ-کوتای مرتبه ۴ با شرایط اولیه مناسب حل می‌شوند. N تعداد الکترون‌ها و Q تعداد هارمونیک‌هاست که در این مقاله فقط هارمونیک سوم در نظر گرفته شده یعنی $Q=2$ می‌باشد.

۳- نتایج عددی

در این بخش به دنبال یافتن بهترین اندازه میدان اصلی ویگلر و میدان هارمونیک برای داشتن تابش بالاتر هارمونیک سوم با صرف انرژی کمتر در مقایسه با ویگلر معمولی هستیم. یک پرتو الکترونی 3.5-MeV/43-A با سرعت اولیه محوری $\bar{u}_{z0} = \sqrt{\gamma_0^2 - 1}$ به سیستم القا شده است. $\lambda_w = 3.3\text{cm}$ و مقادیر اولیه k_+ و ω بر اساس روابط پاشندگی مربوطه حاصل می‌شوند [۱]. $\delta a_1(z=0) = 10^{-7}$ ، $\delta a_3(z=0) = 10^{-9}$ و نرخ رشد اولیه صفر است.

شکل (۱) تحول تابش در فرکانس اصلی و تابش هارمونیک سوم بر حسب موقعیت محوری را در یک ویگلر تعمیم‌یافته

شکل (۲)، اندازه میدان تابشی نسبت به ویگلر معمولی ۷۰٪ افزایش یافته است که باریک‌شدگی مناسب میدان هارمونیک ویگلر این را نیز افزایش داده است. به طوری که در ویگلر تعمیم‌یافته با باریک‌شدگی میدان هارمونیک ویگلر شاهد ۴/۵ برابر شدن تابش هارمونیک سوم نسبت به ویگلر معمولی با اندازه میدان ثابت هستیم.



شکل ۳. تغییرات تابش هارمونیک سوم بر حسب z در (نمودار نقطه‌چین) ویگلر تعمیم‌یافته باریک‌شده، (نمودار خط‌چین) ویگلر تعمیم‌یافته با اندازه ثابت، (نمودار خط‌پر) ویگلر معمولی با اندازه ثابت

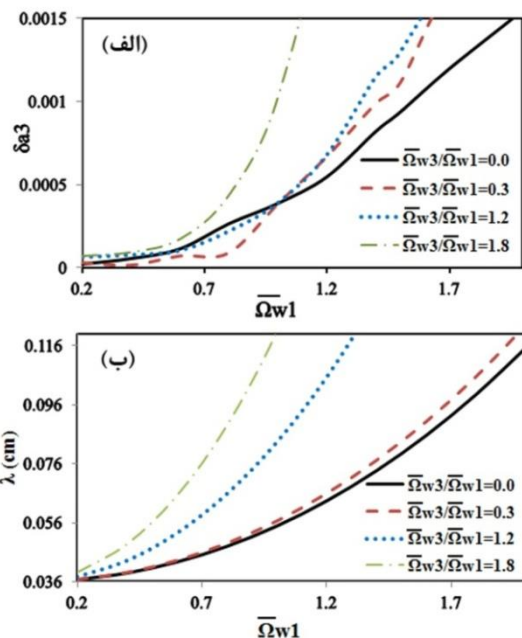
۴- نتیجه‌گیری

تابش هارمونیک سوم با اضافه کردن مناسب مولفه میدان هارمونیک ویگلر افزایش یافته است. پارامترهای بهینه برای داشتن بیشینه تابش هارمونیک سوم با صرف انرژی کمتر در مقایسه با ویگلر معمولی به دست آورده شده است. باریک‌شدگی بهینه میدان هارمونیک ویگلر انجام گرفته که منجر به انباشتگی بهره هارمونیک سوم شده است.

مراجع

- [۱] F. Bazouband and B. Maraghechi, Improvement of Nonlinear Harmonics in Free Electron Laser with Planar Wiggler *Phys. Plasmas* 19, (2012), 113106-1-8.
- [۲] F. Bazouband and B. Maraghechi, Efficiency enhancement of nonlinear odd harmonics in thermal free electron laser, *Journal of Applied Physics*, 113, (2013), 17310-8.
- [۳] G. Dattoli, *et al.*, Two harmonic undulators and harmonic generation in high gain free electron lasers, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A*, 495, (2002), 48-57.
- [۴] M. Asakawa, *et al.*, Higher harmonic generation in a modified wiggler magnetic field, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A*, 318, (1992), 538-545.
- [۵] N. Nakao, *et al.*, FEL experiment of the 5th harmonic generation with a modified wiggler, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A*, (1998), 379-407.
- [۶] H. P. Freund and S. H. Gold, Efficiency Enhancement in Free-Electron Lasers Using a Tapered Axial Guide Field, *Phys. Rev. Lett.*, 52, (1984), 926-929.

نشان می‌دهد. دیده می‌شود که λ با افزایش $\bar{\Omega}_{w1}$ و همچنین $\bar{\Omega}_{w3}$ افزایش می‌یابد. بنابراین $\bar{\Omega}_{w3}$ تا وقتی می‌تواند زیاد شود که طول موج هارمونیک سوم در ویگلر تعمیم‌یافته، یعنی $\lambda/3$ ، کمتر از طول موج تشدید اصلی ویگلر معمولی باشد. این موضوع را با بیان مقادیر عددی از نمودارها می‌توان بیشتر شرح داد. در حالت ویگلر معمولی با $\bar{\Omega}_{w1} = 1$ و $\bar{\Omega}_{w3} = 0$ طول موج تشدید اصلی مقدارش $\lambda = 0.055 \text{ cm}$ است و با افزایش نسبت میدان هارمونیک سوم به $\bar{\Omega}_{w3}/\bar{\Omega}_{w1} = 1.8$ ، طول موج تابش به $\lambda = 0.12 \text{ cm}$ یعنی $\lambda_3 = 0.04 \text{ cm}$ افزایش می‌یابد. انرژی لازم برای تنظیم ویگلر معمولی با طول موج تشدید 0.04 cm حدود $\gamma = 8.1$ است. بنابراین در ویگلر تعمیم‌یافته با $\gamma = 7$ ، با صرف ۱۳٪ انرژی کمتر به طول موج هارمونیک $\lambda_3 = 0.04 \text{ cm}$ رسیده‌ایم.



شکل ۲. تغییرات (الف) تابش هارمونیک سوم و (ب) طول موج تشدید اصلی بر حسب میدان اصلی ویگلر برای نسبت‌های مختلف میدان هارمونیک ویگلر

با کاهش میدان هارمونیک ویگلر با شیب m_3 در حدود نقطه اشباع Z_{T3} طبق معادله (۱)، قسمتی از انرژی عرضی الکترون به سرعت محوری منتقل شده و آن را به شرط تشدید بازمی‌گرداند. در شکل (۳) تغییرات تابش هارمونیک سوم بر حسب موقعیت محوری در ویگلر تعمیم‌یافته با حالتی که باریک‌شدگی میدان هارمونیک ویگلر انجام گرفته مقایسه شده است. در این شکل دیده می‌شود که با انتخاب مناسب میدان هارمونیک $\bar{\Omega}_{w3}/\bar{\Omega}_{w1} = 1.8$ بر اساس