بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

تعیین علامت بار توپولوژیکی پرتو چرخان و واکاوی تغییر علامت آن در اثر انعکاس با استفاده از حسگر ماره‌ای دوکاناله‌ی جبهه‌ی موج

سیف‌اله رسولی[۱و۲] و محمد یگانه[۱]

[۱] دانشکدهٔ فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه، زنجان

[۲] مرکز پژوهشی اپتیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه، زنجان

چکیده – یکی از جواب‌های ریاضی معادله هلمهولتز، پرتو چرخان است که در دههٔ اخیر تولید و کاربرد آن بطور روزافزون گسترش یافته است. در هر بار انعکاس پرتو چرخان از سطوح آینه‌ای جهت چرخش آن عوض می‌شود. تعیین علامت بار توپولوژیکی پرتو چرخان در بازسازی جبههٔ موج حائز اهمیت زیادی است. در این کار، با استفاده از یک *q-plate*، جبههٔ موج تخت گسیلی از یک لیزر *He-Ne* به موج چرخان تبدیل می‌شود و با استفاده از حسگر ماره‌ای دوکاناله‌ی جبهه موج، شیب عرضی جبهه موج، مقدار و علامت بار توپولوژیکی موج چرخان تعیین می‌شود. همچنین با اعمال انعکاس‌های نابرابر بر پرتو چرخان مشخصی، مقدار و علامت بار توپولوژیکی آن از روی تغییر الگوی کلی فریزهای ماره در دو کانال حسگر جبهه موج تعیین می‌شود.

کلید واژه- انحراف‌سنجی ماره‌ای، بار توپولوژیکی، پرتو چرخان، اثر انعکاس روی بار توپولوژیکی.

Measurement of the vortex beam topological charge and investigation of its sign change due to an odd number of reflections using two-channel moiré based wave-front sensor

Saifollah Rasouli[1, 2] and Mohammad Yeganeh[1]

[1] Department of Physics, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan 45137-66731, Iran,
[2] Optics Research Center, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan 45137-66731, Iran.

Abstract- One of the solutions of the Helmholtz Equation is the vortex beam. In the recent decades, production and applications of this type of beams have found serious attentions. Determination of the vortex beam topological charge and its sign are very important issue. Odd number of reflections of the vortex beam changes its vorticity. In this paper, we used a q-plate (QP) to generate a vortex beam from a plane wave of a He-Ne laser beam. A two-channel moiré based wave-front sensor is used to measure wave-front gradient of the vortex beam. In two different arrangements the vortex beam posses odd and even number of reflections, respectively, and from the moiré patterns deformation, value and sign of the topological charge were determined.

Keywords: moiré deflectometry, topological charge, vortex beam, reflection effect on the topological charge.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

۱- مقدمه

انحراف‌سنجی مارپه‌ای روشی متداول برای اندازه‌گیری انحراف‌های کوچک نوری است، هنگامی‌که نور از میان محیط‌های فازی عبور می‌کند[۱]. در سال‌های اخیر از این روش برای مطالعه محیط‌های فازی مختلفی استفاده شده است. اخیراً با استفاده از انحراف‌سنجی مارپه‌ای، حسگر جبهه موج مارپه‌ای ابداع و برای مطالعهٔ پارامترهای تلاطم جوی و اندازه‌گیری ابیراهی‌های جبههٔ موج نور عبوری از آن مورد استفاده قرارگرفته است [۲و۳]. بازسازی جبهه موج پرتو چرخان توسط حسگر جبههٔ موج مارپه‌ای نیز انجام شده است[۴]. در این کار از این حسگر جبهه موج برای تعیین علامت بار توپولوژیکی پرتو چرخان و واکاوی تغییر علامت آن در اثر انعکاس استفاده می‌شود.

چنانچه موج تختی از یک صفحهٔ فازی که ضخامت اپتیکی آن به‌طور پیوسته در امتداد زاویهٔ سمتی زیاد می‌شود عبور کند، سطح جبههٔ موج دچار تغییرات آرام سمتی خواهد شد و اصطلاحاً به جبههٔ موج عبوری، جبههٔ موج چرخان گویند. در انتشار موج تخت از یک محیط همسانگرد اپتیکی، بردار انتشار موج بر سطح جبههٔ موج عمود است. در موج چرخان، بردار انتشار موج در هر نقطه روی سطح جبههٔ موج یک مؤلفهٔ سمتی علاوه بر راستای کلی انتشار موج دارد که به جبههٔ موج، شکل مارپیچی می‌دهد. مدهای لاگر-گوسی از جمله مواردی‌اند که چنین ساختاری را در جبههٔ موج خود دارند. از کاربردهای چنین مدهایی می‌توان در تله‌اندازی نوری[۵]، رمزنگاری در ارتباطات کوانتومی[۶] و کروناگرافی[۷] اشاره کرد.

توری چنگالی، صفحهٔ فازی با فاز متغیر سمتی، و مدولاتورهای فضایی نوری[۶] از ابزارهای تولید پرتوهای چرخان می‌باشد. یک ابزار مهم دیگر برای تولید این پرتوها q-plate (QP) است که از یک محیط دوشکستی مثل بلور مایع پلیمری تشکیل می‌شود که عملاً تیغهٔ نیم‌موجی را تشکیل می‌دهد که راستای محور نوری آن حول یک نقطهٔ مشخص دوران می‌کند[۷]. تعیین بار توپولوژیکی در بازسازی جبههٔ موجی که در اثر عبور از جو متلاطم شدید، نقاطی با تکینگی فازی در سطح‌اش ایجاد شده است، همچنین در استفاده از این نوع پرتو در ارتباطات کوانتومی، اهمیت پیدا می‌کند[۸ و۶].

۲- تئوری

برای موج لاگر-گوسی که در راستای z انتشار می‌یابد شکل جبهه موج در دستگاه مختصات استوانه‌ای با رابطهٔ زیر تعیین می‌شود[۶]

$$\phi(r,\theta,z)=kz+\frac{kr^2}{2R(z)}+l\varphi-\Psi(z)=const., \quad (۲)$$

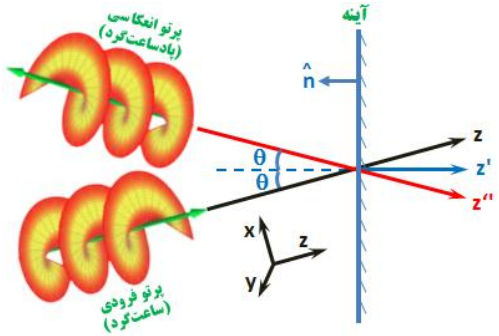
که در آن k عدد موج است و l بار توپولوژیکی نامیده می‌شود و باعث می‌شود شکل جبههٔ موج ساختار مارپیچی به‌خود بگیرد. $\Psi(z)$ فاز گوی (Gouy) و $R(z)$ شعاع انحنای جبههٔ موج است. برای $l>0$، با حرکت در جهت انتشار موج، جهت پیچش آن ساعتگرد خواهد بود. گردیان جبههٔ موج برای فواصل دور از چشمه یا ابزار تولید پرتو چرخان که بتوان از جملات دوم و چهارم رابطهٔ فوق صرف‌نظر کرد، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\overrightarrow{\nabla\phi}\approx\frac{l}{r}\hat{\varphi}_0+k\ \hat{z}_0=\frac{l}{r}(-\sin\varphi\,\hat{x}_0+\cos\varphi\,\hat{y}_0)+k\,\hat{z}_0, \quad (۳)$$

که در آن $\hat{x}_0,\hat{y}_0,\hat{z}_0$ بردارهای یکه در راستای محورهای x,y,z هستند و $\hat{\varphi}_0$ بردار یکه در راستای زاویهٔ سمتی φ است. r فاصلهٔ هر نقطه از سطح جبههٔ موج نسبت به محور آن که منطبق بر محور zها فرض شده است، می‌باشد. اگر چنین موجی تحت زاویهٔ θ به آینه‌ای که مطابق شکل ۱ دارای بردار نرمال $\hat{n}=\sin\theta\hat{i}-\cos\theta\hat{k}$ است بتابد، ابتدا شیب موج انعکاس‌یافته که از تأثیر عملگر دوران حول محور yها به‌اندازهٔ $-\theta$ روی بردار شیب جبههٔ موج به‌صورت $\mathrm{R}(-\theta,y).(\overrightarrow{\nabla\varphi})_{xyz}$ به‌دست می‌آید را به‌دست می‌آوریم تا مؤلفهٔ z' آنرا در دستگاه مختصات دوران‌یافتهٔ $x'y'z'$ بدانیم. از ضرب عملگر انعکاس $\mathrm{P}_{z'}$ روی بردار حاصله، بردار شیب جبههٔ موج انعکاس‌یافته در دستگاه $x'y'z'$ به‌دست می‌آید. اگر عملگر دوران حول محور y به‌اندازهٔ زاویهٔ $+\theta$ را روی این بردار اثر دهیم، بردار شیب موج انعکاس‌یافته در دستگاه مختصات اولیهٔ xyz به‌صورت زیر به‌دست خواهد آمد

$$\overrightarrow{\nabla\phi}^{\mathrm{Re}}_{\mathrm{xyz}}=(-\frac{l}{r}\sin\varphi\cos2\theta+k\sin2\theta)\,\hat{x}_0 +\frac{l}{r}\cos\varphi\,\hat{y}_0-(\frac{l}{r}\sin\varphi\sin2\theta+k\cos2\theta)\,\hat{z}_0. \quad (۴)$$

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]



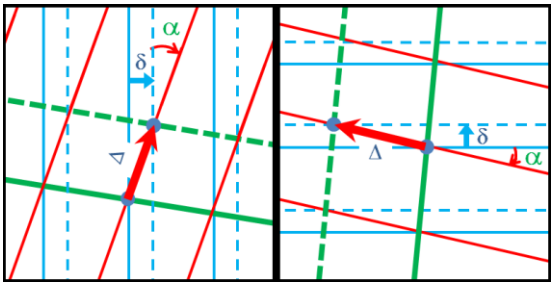
شکل ۱: نمایش جبههٔ موج لاگر-گوسی، قبل و بعد از انعکاس از آینه.

مجدداً برای بررسی تأثیر انعکاس روی مؤلفه‌های عرضی شیب، موج را در دستگاه مختصاتی که به‌اندازهٔ (-2θ) نسبت به راستای اولیه حول محور yها دوران یافته است، به‌وسیلهٔ ضرب عملگر دوران حول محور y به‌زاویهٔ (-2θ) بررسی می‌کنیم.

$$\overrightarrow{\nabla\phi}^{\mathrm{Re}}_{x''y''z''} = -\frac{l}{r}\sin\varphi\,\hat{x}_0'' + \frac{l}{r}\cos\varphi\,\hat{y}_0'' - k\,\hat{z}_0'' = -\left(-\frac{l}{r}\hat{\varphi}_0'' + k\,\hat{z}_0''\right) \qquad (۵)$$

$\hat{x}_0'', \hat{y}_0'', \hat{z}_0''$ بردارهای یکه در دستگاه مختصات دکارتی دوران یافته و $\hat{\varphi}_0''$ بردار یکه در راستای زاویهٔ سمتی در مختصات استوانه‌ای همین دستگاه است. از آنجا که راستای انتشار موج در خلاف جهت راستای مثبت محور z'' است، انتظار ظاهر شدن علامت منفی در این مؤلفه را داشتیم. با این حال، دو مؤلفهٔ دیگر هیچ تغییری نکرده است. از مقایسه با رابطهٔ ۲، غیر هم علامت بودن ضرایب z و φ نشان‌گر تغییر جهت پیچش جبههٔ موج چرخان است. این معادل همان اثری است که تغییر علامت l موجب آن می‌گردد؛ چنانچه تغییر علامت کل عبارت فاز، تغییری در شکل جبههٔ موج ایجاد نمی‌کند، لذا می‌توان در رابطهٔ ۵ با ضرب یک علامت منفی در شیب، تغییر علامت کمیت l را اثبات کرد.

در این کار برای بررسی اثر انعکاس روی علامت بار توپولوژیکی، از روش انحراف‌سنجی ماره‌ای استفاده می‌کنیم. تولید و بازسازی جبههٔ موج چرخان در مرجع ۲ آمده است. نکته‌ای که باید در این کار به آن توجه شود، این است که جهت انحراف فریزهای ماره، به شیب جبههٔ موج و زاویهٔ نسبی خطوط دو توری بستگی دارد. در حالتی‌که خطوط دو توری به‌صورت تقریباً افقی (عمودی) قرار گیرند، انحراف جبههٔ موج به‌سمت بالا(راست)، موجب جابه‌جایی تصویر تالبوت توری اول به سمت بالا (راست) در محل توری دوم می‌گردد. اگر توری دوم به‌صورت ساعت‌گرد نسبت به توری اول کمی چرخیده باشد، طرح ماره مطابق شکل ۲ به‌طرف چپ (بالا) جابه‌جا خواهد شد.



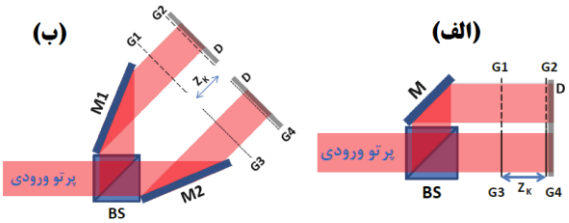
شکل ۲: نمایش نحوهٔ جابه‌جایی الگوی ماره دراثر جابه‌جایی توری: توری جلویی با رنگ قرمز و توری عقبی با رنگ آبی مشخص شده است، اگر خطوط توری جلویی به‌اندازهٔ αو به‌صورت ساعت‌گرد نسبت به توری عقبی چرخیده باشد، با جابه‌جایی توری عقبی در راستای مثبت محور xها (yها) به‌اندازهٔ δ، الگوی ماره به سمت بالا (چپ) به‌اندازهٔ Δ جابه‌جا خواهد شد.

۳- کارهای تجربی

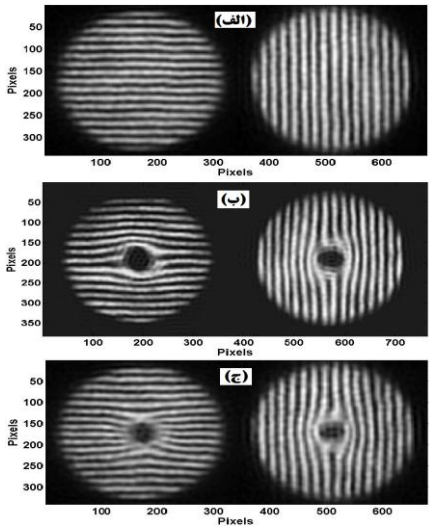
در این کار برای ایجاد موج چرخشی از یک QP استفاده شد که برای تولید مد LG_0^{20} با بار توپولوژیکی $l=\pm 20$ طراحی شده بود. قطعهٔ QP مورد استفاده از دانشگاه Naples Federico II تهیه شد. نور قطبیدهٔ تخت دایروی که توسط یک قطبشگر خطی و تیغهٔ ربع موج ایجاد می‌شود، پس از عبور از این قطعه به مد لاگر-گوسی تبدیل می‌گردد؛ برای این منظور پرتو لیزر He-Ne با طول‌موج $632.8nm$ پس از پالایش فضایی و پهن شدن از QP عبور داده می‌شود. دوشکستی مناسب برای این قطعه، با اعمال ولتاژ مربعی با فرکانس $4\,KHz$ و تنظیم این ولتاژ حوالی $V_{p-p}=4V$ با شکل‌گیری الگوی حلقوی متقارن روی پرده ایجاد می‌شود. اگر قطبش نور ورودی به QP دایروی چپگرد باشد، علامت بار توپولوژیکی موج چرخشی مثبت خواهد بود. به‌منظور ارزیابی علامت بار توپولوژیکی و تأثیر انعکاس آینه‌ها روی شیب جبههٔ موج، از دو آرایش شکل ۳ استفاده شد. در آرایش ۳- الف پرتو نور اولیه در یکی از بازوها بدون انعکاس و در بازوی دیگر با دو بار انعکاس (در BS و آینه) وارد انحراف‌سنج‌ها

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

می‌شود، ولی در آرایش شکل ۳- ب، پرتو در یکی از کانال‌ها یک، و کانال دیگر دو انعکاس را تجربه می‌کند.



شکل ۳: دو آرایش به‌کار رفته در مطالعهٔ اثر انعکاس: M آینه، G توری، BS پرتوشکن، D صفحهٔ مات.

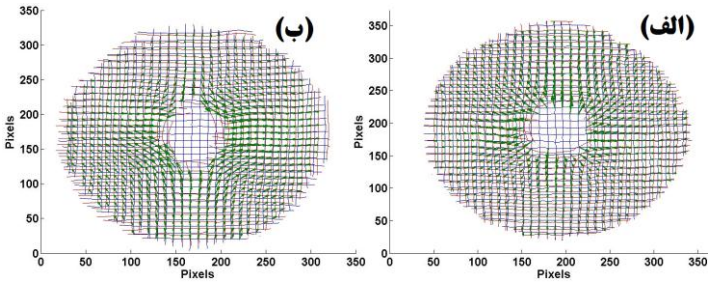


شکل ۴: الف: الگوهای اولیهٔ ماره، ب: تغییر الگوهای ماره در آرایش شکل ۳- الف، ج: تغییر الگوی ماره در آرایش شکل ۳- ب

تصاویر به‌دست آمده از الگوهای ماره در شکل ۴ و بردارهای جابه‌جایی الگوی ماره در شکل ۵ نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود انحراف کلی الگوی ماره در شکل ۴- ب در هر دو کانال به سمت خارج است. این الگوها، شیب عرضی جبههٔ موج را در جهت ساعت‌گرد توصیف می‌کنند و معادل بار توپولوژیکی مثبت است. در شکل۴- ج، در کانالی که دو انعکاس را تجربه می‌کند، این انحراف به سمت خارج، و در کانالی که پرتو یک‌بار انعکاس‌یافته، انحراف به‌سمت داخل است. انحراف به سمت داخل، معادل بار توپولوژیکی منفی می‌باشد.

۴- بحث و نتیجه‌گیری

در این کار از QP به‌منظور تولید پرتو چرخان از نوع لاگر-گوسی $LG_0^{\pm 20}$ استفاده شد و تأثیر انعکاس بر بردارهای جابه‌جایی الگوی ماره بررسی شد. همانطور که به‌صورت تئوری نشان داده شد، اثر یک انعکاس در شیب جبههٔ موج، مشابه تغییر علامت بار توپولوژیکی است و تحمیل تعداد زوجی از انعکاس‌ها باعث عدم تغییر علامت بار توپولوژیکی پرتو می‌شود. از آنجا که در اثر تغییر علامت هریک از مؤلفه‌های شیب جبههٔ موج، جهت جابه‌جایی الگوی ماره در کانال مربوطه نیز تغییر می‌کند، ما این تغییر را در کانالی که تعداد فردی انعکاس را بر پرتو تحمیل می‌کرد مشاهده کردیم. چنین ملاحظه‌ای باید در بازسازی جبههٔ موج لحاظ شود.



شکل ۵: الف: بردارهای جابه‌جایی الگوی ماره در آرایش شکل ۳- الف و ب: در آرایش شکل ۳- ب

سپاسگزاری

از آقای دکتر ابراهیم کریمی، به‌خاطر ساخت و دراختیار قرار دادن QP مورد استفاده در این کار صمیمانه تشکر می‌نماییم.

مراجع

[1] K. Patorski, "*Handbook of the moiré fringe technique*", Elsevier, Amsterdam, 1993.
[2] S. Rasouli, M. Dashti, and A. N. Ramaprakash, "*An adjustable, high sensitivity, wide dynamic range two channel wave-front sensor based on moir´e deflectometry*", Opt. Express, 18 (2010) 23906.
[3] S. Rasouli, A. N. Ramaprakash, H. K. Das, C. V. Rajarshi, Y. Rajabi and M. Dashti, "*Two channel wavefront sensor arrangement employing moiré deflectometry*", Proc. SPIE, 7476 (2009) 7476K(1-9).
[4] M. Yeganeh, S. Rasouli, M. Dashti, S. Slussarenko, E. Santamato, and E. Karimi, "Reconstructing the Poynting vector skew angle and wavefront of optical vortex beams via two-channel moiré deflectometery", Optics Letters, 38 (2013) 887-889.
[5] D. Mawet, E. Serabyn, K. Liewer1, Ch. Hanot, S. McEldowney, D. Shemo, and N. O'Brien, "*Optical Vectorial Vortex Coronagraphs using Liquid Crystal Polymers: theory, manufacturing and laboratory demonstration*", Opt. Express 17 (2009) 1902.
[6] D. L. ANDREWS, "*Structured Light and Its Applications*", Elsevier Inc., 2008.
[7] L. Marrucci, C. Manzo, D. Paparo, "*Optical spin-to-orbital angular momentum conversion in inhomogeneous anisotropic media*", Phys. Rev. Lett., 96 (2006) 16.
[8] C. Gao, X. Qi, Y. Liu, J. Xin, L. Wang, "*Sorting and detecting orbital angular momentum states by using a Dove prism embedded Mach–Zehnder interferometer and amplitude gratings*", Opt. Commun., 284 (2011) 48.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]