

شبیه‌سازی میکروتشددگر فوتونیک با ضریب شکست ثابت و گرادانی (GRIN) و مطالعه کاربرد بیوحسگری آنها

زهره نجفی^۱، محمد واحدی^۲؛ عباس بهجت^۱

^۱ گروه اتمی مولکولی، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد

^۲ دانشکده فیزیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

چکیده - این مقاله به شبیه‌سازی دو بعدی میکروتشددگر فوتونیک با روش عددی *FDTD* می‌پردازد. با نشان دادن لایه‌هایی با ضخامت و ضریب شکست مختلف روی میکرو دیسک، کاربرد حسگری میکروتشددگر در حوزه اپتیک مورد مطالعه قرار گرفته‌است. از روی میزان جابجایی یک فرکانس تشدید مشخص (در اینجا 115 THz)، می‌توان به ضریب شکست لایه نشانده شده روی میکرو دیسک در ضخامت معلوم و یا به ضخامت لایه در ضریب شکست معلوم پی برد. در ادامه، میکروتشددگر با ضریب شکست گرادانی (*GRIN*) معرفی شده‌است. نتایج نشان می‌دهند، حساسیت این حسگر ۴۷ درصد بیشتر از میکروتشددگر با ضریب شکست ثابت خواهد بود.

کلید واژه- میکروتشددگر، حسگر، شبیه سازی عددی، *FDTD*، *GRIN*.

Simulation of Photonic Microresonator with Constant and Graded Refractive Index (GRIN) Regarding their biosensor Application

Zohreh Najafi¹, Mohammad Vahedi², and Abbas Behjat¹

¹ Atomic & molecular group, Faculty of physics, Yazd University

² Iran University of Science And Technology

Abstract- In this paper, biosensor behavior of photonic microdisk resonators is simulated by *FDTD* method. The shift in a resonance frequency at 115 THz for different layer thicknesses and refractive indices are calculated. Also, a microresonator made by Graded Index (*GRIN*) microdisk is proposed and was studied. The results show a 47 percent enhancement in biosensor sensitivity of proposed microdisk.

Keywords: Microresonator, Sensor, Numerical Simulation, *FDTD*, *GRIN*

۱- مقدمه

می‌گیرد. این مدها، دامنه میرایی در خارج از کاواک دارند که با ایجاد تغییراتی روی کاواک از جمله قرار گرفتن مواد مختلف بر دیواره آنها، جابجایی در فرکانس تشدید آنها رخ می‌دهد. این جابجایی، اساس کار حسگری میکروتشددگرها خواهد بود [۱].

میکروتشددگرهای فوتونیک ابزارهای نوینی هستند که اخیراً بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. در این تشددگرها موج با پدیده بازتابش کلی داخلی درون لایه دی الکتریک نزدیک به سطح، به دام می‌افتد و مدهایی به نام مدهای گالری نجوایی که بسیار نزدیک سطح هستند، شکل

(۵)

$$D_z(\omega) = \varepsilon_r^*(\omega) \cdot E_z(\omega)$$

(۶)

$$\frac{\partial H_x(t)}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial E_z(t)}{\partial y}$$

(۷)

$$\frac{\partial H_y(t)}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial E_z(t)}{\partial x}$$

با وارد کردن معادلات بالا در الگوی تفاضل محدود [۴]، معادلات تکرار شونده مورد نیاز به دست خواهند آمد:

$$\begin{aligned} \frac{D_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - D_z^{n-\frac{1}{2}}(i, j)}{\Delta t} = \\ \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{H_y^n(i + \frac{1}{2}, j) - H_y^n(i - \frac{1}{2}, j)}{\Delta x} \right) \\ - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{H_x^n(i, j + \frac{1}{2}) - H_x^n(i, j - \frac{1}{2})}{\Delta y} \right) \end{aligned}$$

(۸)

$$\begin{aligned} \frac{H_x^{n+1}(i, j + \frac{1}{2}) - H_x^n(i, j + \frac{1}{2})}{\Delta t} = \\ - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{E_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j+1) - E_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j)}{\Delta x} \right) \end{aligned}$$

(۹)

$$\begin{aligned} \frac{H_y^{n+1}(i + \frac{1}{2}, j) - H_y^n(i + \frac{1}{2}, j)}{\Delta t} = \\ \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{E_z^{n+\frac{1}{2}}(i+1, j) - E_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j)}{\Delta x} \right) \end{aligned}$$

(۱۰)

که در معادلات بالا i و j به ترتیب شمارنده المانهای x و y خواهند بود و Δx و Δy نیز اندازه تک گام فضای مش بندی را نشان خواهد داد. n شمارنده گامهای زمانی است.

به علت ضریب کیفیت بالای میکروتشددگرها و در نتیجه تقویت برهمکنش نور داخل تشددگر و ماده خارجی، می‌توان به حسگرهایی با دقت‌های بی سابقه دست یافت [۲]. همین مسأله باعث شده است که استفاده از این تشددگرها به عنوان حسگر بیولوژیک اهمیت روزافزون پیدا کند [۳].

این نوشتار با ارائه مدلی دو بعدی از میکرو دیسک و شبیه‌سازی میکروتشددگر دیسکی با روش عددی FDTD کاربرد حسگری میکروتشددگر در حوزه اپتیکی (تعیین ضخامت و ضریب شکست) را مورد مطالعه قرار می‌دهد. همچنین، میکروتشددگر با ضریب شکست متغیر (Graded Index (GRIN)) معرفی شده و مزیت آن نسبت به نوع ضریب شکست ثابت، مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- روش شبیه‌سازی FDTD

(Finite Difference Time Domain)

این روش، از تفاضل محدود در حوزه زمان استفاده می‌کند. با شروع از معادلات ماکسول نرمالیزه شده داریم [۴]:

(۱)

$$\frac{\partial \vec{D}(t)}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \nabla \times \vec{H}(t)$$

(۲)

$$\vec{D}(\omega) = \varepsilon_r^*(\omega) \cdot \vec{E}(\omega)$$

(۳)

$$\frac{\partial \vec{H}(t)}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \nabla \times \vec{E}(t)$$

در این شبیه‌سازی دو بعدی، مد عرضی مغناطیسی TM که شامل H_x ، $\tilde{E}_z$ و H_y می‌باشد، مد نظر قرار خواهد گرفت. برای سادگی علامت $\sim$ را حذف می‌کنیم ولی همواره می‌دانیم که از مقادیر نرمالیزه شده استفاده می‌کنیم. بنابراین معادلات برداری (۱)، (۲)، (۳) به معادلات (۴) تا (۷) تقلیل می‌یابند.

$$\frac{\partial D_z(t)}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{\partial H_y(t)}{\partial x} - \frac{\partial H_x(t)}{\partial y} \right) \quad (۴)$$

به منظور پایداری باید رابطه (۱۱)، رعایت شود.

(۱۱)

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{\sqrt{Dc_0}}$$

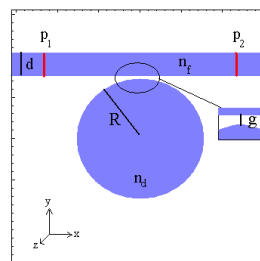
که در آن D بعد فضای شبیه‌سازی است. از اینرو گام زمانی بصورت رابطه (۱۲) انتخاب شده است [۴].

(۱۲)

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{2c_0}$$

۳- مدل شبیه‌سازی و روش کار

منطقه شبیه‌سازی، سطحی دو بعدی و مربعی با عنصر مش‌بندی ۲۷ نانومتر و دارای ابعاد ۳۰۰ سلول در ۳۰۰ سلول است، که در صفحه $X-Y$ واقع شده است. شکل ۱ پارامترها و شمای کلی محدوده شبیه‌سازی شده را نشان می‌دهد. ضریب شکست فیبر (n_f) همواره ۲/۷۵ انتخاب شده است. ضخامت فیبر ۳۰ و شعاع دیسک ۷۰ المان است. مرکز دیسک منطبق بر مرکز سطح شبیه‌سازی می‌باشد و دیسک تا فیبر، ۵ واحد فاصله دارد (g)، که با نشاندن لایه روی دیسک، این فاصله کاهش می‌یابد. اطراف دیسک و فیبر دارای ضریب شکست ۱ است.



شکل ۱: شمای کلی محدوده شبیه‌سازی شده را نشان می‌دهد.

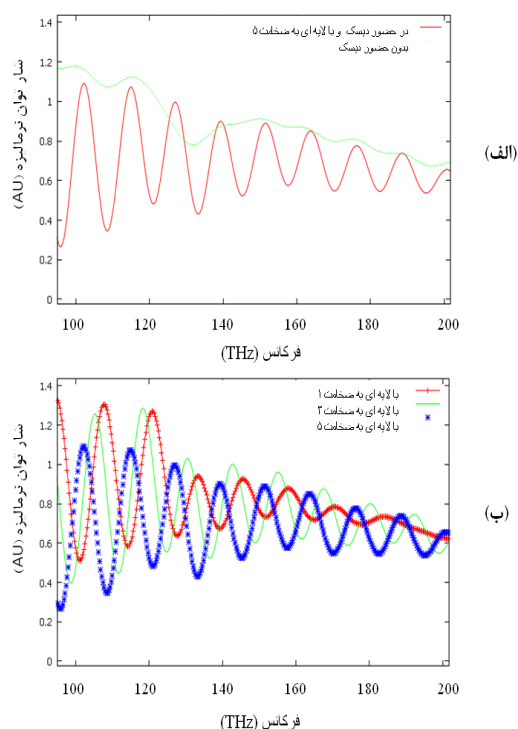
موج ورودی، موجی گوسی ۴/۵ فمتوثانیه است که با موج حامل ۲۰۰ THz مدوله شده است و به تک تک نقاط فیبر روی مقطعی قبل از P_1 اعمال می‌شود.

ابتدا با استفاده از روش یاد شده در بخش ۲، میدان E_z و H_y در زمانهای مختلف برای تک تک نقاط مش‌بندی روی دو سطح مقطع P_1 و P_2 (ورودی و خروجی) محاسبه می‌شود و سپس از آنها تبدیل فوریه گرفته می‌شود، پس از آن با استفاده از رابطه $S = \frac{1}{2} E \times H^*$ چگالی شار انرژی در هر فرکانس برای تمام نقاط روی دو مقطع ورودی و خروجی محاسبه می‌شود و با متوسط‌گیری روی آنها و تقسیم خروجی به ورودی می‌توان طیف انرژی

نرمالیزه‌شده را بر حسب فرکانس به‌دست آورد.

۳-۱- میکرو دیسک با ضریب شکست ثابت

در ابتدا ضریب شکست دیسک را برابر ضریب شکست فیبر یعنی ۲/۷۵ قرار می‌دهیم و طیف انرژی را برای لایه‌هایی به ضخامت ۲۷ nm، ۸۱ nm و ۱۳۵ nm و با ضریب شکست مشابه دیسک، به‌دست می‌آوریم. نمودار ۱ در بخش (الف) اثر حضور دیسک بر طیف انرژی را نشان می‌دهد. در بخش (ب) نیز جابجایی فرکانس تشدید به سمت فرکانس‌های پایین‌تر با افزایش ضخامت لایه، مشاهده می‌شود.



نمودار ۱: (الف) اثر حضور میکرو دیسک بر طیف انرژی (ب) جابجایی فرکانس‌های تشدید بر اثر افزایش ضخامت لایه نشانده شده روی میکرو دیسک (برای ضخامت‌های ۲۷ nm، ۸۱ nm و ۱۳۵ nm).

حال با تغییر ضریب شکست لایه از ۱/۲۵ تا ۲/۵ و به‌دست آوردن جابجایی فرکانس تشدید ۱۱۵ THz، نمودار ۲ را خواهیم داشت که با استفاده از آن و یک چشمه نوری که شامل فرکانس تشدید مذکور باشد، می‌توان به ضریب شکست ماده نامعلوم نشانده شده روی میکرو دیسک پی برد. براساس نمودار به دست آمده در شکل ۲ برای تغییرات کمینه 10^9 THz (قابل آشکارسازی با یک طیف سنج اپتیکی تجاری) می‌توان به کمینه آشکارسازی 10^{-6} در ضریب شکست دست

یافت.

به دست آورد. آنچه در اینجا حائز اهمیت است، مقایسه میزان جابجایی فرکانس ثابت ۱۱۵ THz در اثر افزایش ضخامت لایه در دو نوع میکروتشددگر، با ضریب شکست ثابت و با ضریب شکست متغیر (GRIN) می باشد، که نتایج آن در جدول ۱ آمده است که به وضوح مشاهده می شود جابجایی های بیشتر مربوط به نوع GRIN است. جدول ۱- مقایسه جابجایی فرکانسی برای دو نوع میکروتشددگر GRIN و ضریب شکست ثابت برای لایه ای با ضریب شکست ۲/۷۵

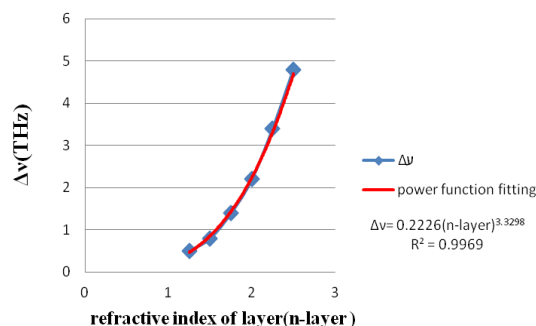
نوع تشدیدگر	جابجایی فرکانسی (THz)				
	لایه به ضخامت ۲۷ nm	لایه به ضخامت ۵۴ nm	لایه به ضخامت ۸۱ nm	لایه به ضخامت ۱۰۸ nm	لایه به ضخامت ۱۳۵ nm
GRIN	۱.۷	۳.۶	۵.۹	۷.۹	۹.۷
ضریب شکست ثابت	۱.۲	۲.۴	۳.۸	۵.۳	۷.۰

۴- جمع بندی و نتایج

میکروتشددگر فوتونیکی با روش عددی FDTD در دو بعد شبیه سازی شد. از روی میزان جابجایی فرکانس تشدید ۱۱۵ THz در طیف خروجی به دست آمده، دو نمودار ۳ و ۴ به دست آمد که در تعیین ضریب شکست لایه نشانه شده روی میکرو دیسک (با ضخامت معلوم) و یا ضخامت لایه (با ضریب شکست معلوم) قابل استفاده است. همچنین، میکروتشددگر با ضریب شکست گرادانی (GRIN) معرفی شد و مزیت حسگری آن نسبت به میکروتشددگر با ضریب شکست ثابت مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان می دهد که حساسیت حسگر با ضریب شکست متغیر ۴۷ درصد بیشتر از همان حسگر با ضریب شکست ثابت است.

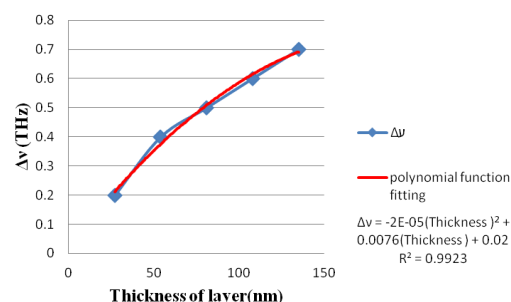
مراجع

- [1] Righini G. C. et al, *Whispering gallery mode microresonators: Fundamentals and applications*, *Rivista del Nuovo Cimento*, 34(2011), 435-488.
- [2] Boleininger A. et al, *Whispering Gallery Modes in Standard Optical Fibres for Fibre Profiling Measurements*, *Sensors*, 10(2010), 1765-1781.
- [3] Fan X. et al, *Sensitive optical biosensors for unlabeled targets: A review*, *Anal. Chimica Acta*, 620(2008), 8-26.
- [4] Sullivan D. S., *Electromagnetic Simulation using The FDTD Method*, IEEE Press, 2000.



نمودار ۲: اثر تغییر ضریب شکست لایه ای به ضخامت ۱۳۵ nm بر جابجایی فرکانس تشدید ۱۱۵ THz

کاربرد دیگر این جابجایی فرکانسی، تعیین ضخامت لایه نشانه شده با ضریب شکست معلوم است. در اینجا برای لایه DNA با ضریب شکست معلوم ۱.۴۶، در ضخامت های مختلف، میزان جابجایی فرکانس تشدید ۱۱۵ THz به دست آمده و نمودار ۳ نتیجه آن است. با استفاده از این نمودار می توان از روی جابجایی فرکانس تشدید ۱۱۵ THz به ضخامت نامعلوم از یک لایه DNA نشانه شده بر روی میکرو دیسک، پی برد.



نمودار ۳: اثر تغییر ضخامت لایه DNA (با ضریب شکست ۱.۴۶) بر جابجایی فرکانس تشدید ۱۱۵ THz

۳-۲- میکرو دیسک با ضریب شکست متغیر (GRIN)

در این بخش با استفاده از تابعی شعاعی به فرم معادله (۱۳) ضریب شکست میکرو دیسک را متغیر و وابسته به شعاع قرار می دهیم.

$$(13)$$

$$n_d(r) = 1.375 \times \left[1 + \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

که در آن r فاصله از مرکز میکرو دیسک و R شعاع میکرو دیسک است.

در اینجا نیز می توان همانند بخش قبل (نمودارهای ۱ و ۲) طیف انرژی را برای چند لایه با ضخامت های مختلف