بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

تطبیق حل عددی معادلات نرخ جفت شده در محاسبه مشخصات تَپ کلید زنی Q در لیزر Nd:YAG دمش دیودی با نتایج تجربی

عباس ملکی[۱]، مسعود کاوش تهرانی[۱]، امین حسینی[۲]، و سید علی یزدانی[۲]

دانشگاه صنعتی مالک اشتر –پژوهشکده علوم و فنآوری اپتیک و لیزر، شاهین‌شهر، اصفهان[۱]

شرکت صنایع الکترونیک شیراز[۲]

چکیده - در این مقاله با استفاده از روش حل عددی معادلات نرخ جفت شده لیزر، نحوه دستیابی به ویژگی‌های تپ کلید زنی Q شامل انرژی، پهنای زمانی و توان قله تپ ارائه‌شده است. در این روش از کمیتهای نوسانگر لیزری برپا شده در آزمایشگاه، از قبیل جمعیت وارون الکترونی در تراز بالایی محیط فعال، طول مشدد، ضریب اتلاف مشدد و سایر کمیت‌ها جهت محاسبه پهنای زمانی تپ لیزر استفاده‌شده است. با این مدل،تپ لیزری با انرژی ۴۵ میلی ژول، پهنای۶/۷ نانوثانیه و توان پیک۶/۷ مگاوات در طول‌موج ۱۰۶۴ نانومتر با اعمال توان پیک دمشی ۲۲۵۰ وات شبیه‌سازی گردید که با نتایج تجربی تطابق خوبی دارد.

کلیدواژه: چگالی فوتون، چگالی وارونی جمعیت، حل معادلات جفت شده، روش عددی

Matching numerical procedure in the solution of the coupled rate equations in calculation of Q-switched pulse specification in diode pumped Nd:YAG –Laser with experimental results

Abbas Maleki[1], Masoud Kavosh Tehrani[1], Amin Hosseini[2] and Seyed Ali Yazdani[2]

Optics & Laser Scince & Technology Research Center ,Malek-ashtar University of Technology, Shahin Shahr, Isfahan[1]

Shiraz Electronics Industries Corporation[2]

Abstract-In this paper, the numerical solution of coupled rate equation of laser is presented to specification of Q-switched pulse such as output energy , pulse width and peak power pulsed are obtained. In this method, some of important parameters of an exprimental setup of Nd:YAG laser include population inversion of electrons in the active medium, length of resonator , and loss of resonator and other parameters are used to obtain the laser pulse width . By this model, laser pulse with energy of 45 mJ, 6.7ns pulse width and 6.7 MW peak power at 1064 nm wavelength is simulated . The pumped peak power is 2250 W . Our simulation data is in good agreement with experimental results .

Keywords: photon density, population inversion density, coupled rate equations solving, numerical procedure

۱- مقدمه

روش فعال کلید زنیQ با بکارگیری سلول پاکلز برای ایجاد تپ لیزری با پهنای زمانی کوتاه از مرتبه نانوثانیه و با توان قله تپ چند ده مگاوات در لیزرهای تپی Nd:YAG مورداستفاده قرار می‌گیرد [۱,۲]. معادلات عمومی توصیف‌کننده عملکرد لیزرهای کلید زنی Q اولین بار توسط مک‌کلانگ[۱] و همکاران او در دهه ۷۰ استخراج شدند. آنچه در اغلب مقالات بیشتر به چشم می‌خورد استفاده از روش‌های تحلیلی و بعضاً پیچیده عددی برای توصیف اثرات عملکرد کلید زنی در لیزرهای حالت‌جامد دمش دیودی است.

[۱]-McClung

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]

استفاده از روش حل عددی ساده و بسیار نزدیک به تجربه که در این مقاله معرفی می‌شود جهت بهینه‌سازی عملکرد لیزر و تحلیل فرآیند دینامیکی کلید زنی Q مفید است[۵-۳].

۲- نظریه کلید زنی Q

توصیف لیزرهای کلید زنی Q با حل همزمان دو معادله دیفرانسیل جفت شده بر اساس تغییر زمانی چگالی جمعیت وارون الکترونی و چگالی فوتون‌های درون کاواک لیزر انجام می‌شود. معادلات نرخ لیزر عبارتند است از [۶و۲]:

$$\frac{dN}{dt} = -\gamma c\sigma_{eff} N\varphi$$
$$\frac{d\varphi}{dt} = \left[c\sigma_{eff} N\varphi\left(\frac{l_r}{l_c}\right)\right] - \omega_L\varphi \qquad (۱)$$

در این رابطه N چگالی جمعیت وارون الکترونی $(N_2\text{-}N_1)$، φ چگالی فوتون‌های درون نوسانگر، σ_{eff} سطح مقطع مؤثر گسیل برانگیختگی بلور Nd:YAG، l_r طول میله لیزر، l_c طول مشدد، c سرعت نور، ω_L نرخ اتلاف کل و γ عامل تبهگنی یا عامل کاهش وارونگی است. نرخ اتلاف کل درون مشدد نوری مطابق زیر است [۲]:

$$\omega_L = \omega_\circ + \omega(t) \qquad (۲)$$

$\omega(t)$وω_0 به ترتیب ضریب اتلاف نوسانگر و تلفات کلید زنی Q را شامل می‌شوند که آنها را معرفی می‌کنیم:

$$\omega_\circ = c(\alpha_L + \alpha_M) \qquad (۳)$$

در اینجا $\alpha_L=L/2l_c$ ضریب اتلاف پراکندگی و جذب محیط فعال و $\alpha_M=ln(1/R)/2l_c$ ضریب اتلاف آینه‌های مشدد را نشان می‌دهد. R ضریب بازتاب آینه خروجی و L مجموع تلفات پراکندگی شامل جذب و پراکندگی از آینه‌ها و سطوح کلید زنی Q را نشان می‌دهند. به‌طور مشابه

$$\omega(t) = c\alpha_Q(t) \qquad (۴)$$

در این رابطه $\alpha_Q(t)$تابعی برحسب زمان است که تلفات کلید زنی Q الکترواپتیکی را نشان می‌دهد و عبارت است از [۷و۶]:

$$\alpha_Q(t) = -\frac{\ln\left\{\frac{1}{2}\left[1+\cos\left(\pi\exp\left(\frac{-t}{\tau_Q}\right)\right)\right]\right\}}{2l_c} \qquad (۵)$$

کمیت τ_Q زمان افت مشخصه درکلید زنی Q است. در مدت‌زمانی که کلید زنی Q مسیر نوسانگر را مسدود نموده است، انرژی دمشی در تراز بالایی محیط بهره ذخیره می‌شود که درانتهای زمان کلید زنی به شکل یک تپ پرانرژی از لیزر خارج می‌شود. میزان انرژی ذخیره‌شده طبق رابطه(۶)محاسبه می‌شود:

$$E_{st} = (\eta_T\eta_A\eta_S\eta_Q)E_P \qquad (۶)$$

کمیت E_P انرژی دمشی دیود لیزر و برابر با PT_P است. P توان قله دمشی دیود لیزر و T_P پهنای زمانی تپ جریان لیزر دیود را نشان می‌دهد. در رابطه (۶) کمیت η_T بازده انتقال انرژی لیزر دیودها به محیط فعال و η_Aبازده جذب دمشی بلور Nd:YAG است. η_Sبازده استوکس که نسبت طول‌موج دمش به طول‌موج لیزر است. η_Qبازده کوانتومی است که برای لیزر چهار ترازه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\eta_Q = (1+\frac{\tau_{32}}{\tau_{31}}+\frac{\tau_{32}}{\tau_{30}})^{-1} \qquad (۷)$$

τ_{ij}ها نیز طول عمر گسیل بدون تابش از تراز i به تراز j را نشان می‌دهند.

۳- حل عددی معادلات نرخ لیزر

معادلات نرخی که برای چگالی جمعیت وارون و چگالی فوتون‌ها مطابق رابطه (۱) نوشته شد، معادلات جفت شده‌ای هستند که می‌توانند به بهترین نحو با استفاده از روش اویلر[۲] که برای حل همزمان دو معادله دیفرانسیل استفاده می‌شود، حل شوند. جهت پیاده‌سازی روش موردنظر، ابتدا برآورد اولیه و شناخت چگالی جمعیت و چگالی فوتون‌های اولیه سیستم موردنیاز هست. با فرض وجود گسیل خودبه‌خودی اولیه در یک زاویه فضایی برابر با یک میلی رادیان، انرژی اولیه در دسترس، برای لیز دادن مطابق رابطه (۸) قابل‌محاسبه است [۸ و۷]:

$$E_0 = E_P N_1(Al_r)\left(\frac{l_c}{c\tau_f}\right)\left(\frac{d\Omega}{4\pi}\right) \qquad (۸)$$

در رابطه (۸)کمیت E_P انرژی اولیه فوتون‌ها (hc/λ_l)، A سطح مقطع پرتو در بلور لیزر (πW_3^2) که W_3 اندازه لکه متوسط پرتو در بلور لیزر است، τ_fطول عمر فلورسانی بلور لیزر، $d\Omega$ زاویه فضایی مخروط گسیل خودبه‌خودی و N_1 وارونگی جمعیت اولیه است. اما چگالی وارونی جمعیت اولیه مطابق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$N_1 = \left(\frac{E_{st}}{E_P}\right)V \qquad (۹)$$

V حجم پرتو دمشی $(\pi W_P^2 l_r)$ است که W_P اندازه لکه متوسط مد دمشی در بلور لیزری است. جهت رسیدن به نتایج دقیق و

[۲]-Euler Method

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]

تطابق با نتایج تجربی نیاز است که مقدار دقیق این کمیت را بدانیم. این کار با وارد کردن مشخصات دقیق چیدمان لیزر دمش دیودی موجود در آزمایشگاه (مطابق جدول ۱ و شکل ۱) با استفاده از روش ردیابی پرتو در نرم‌افزار LASCAD انجام شده است[۹]. اما چگالی فوتون‌های اولیه را با کمک رابطه (۸) می‌توان به شکل رابطه زیر نوشت:

(۱۰)
$$\varphi_0 = \frac{E_0}{A l_c E_P}$$

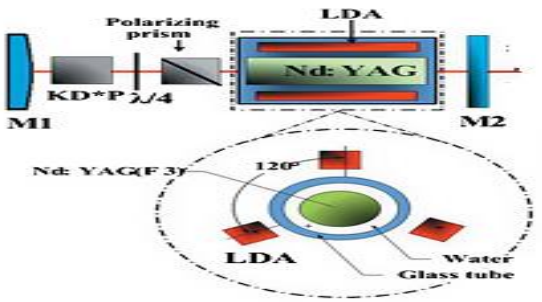
بادرنظرگرفتن شرایط اولیه و با پیش‌بینی جواب ثانویه معادلات دیفرانسیل رابطه (۱)، جواب معادلات جفت شده به شکل رابطه افزایشی (۱۱) تبدیل می‌شود:

$$N_{i+1} = N_i - (\gamma c \sigma_{eff} N_i \varphi_i)\delta t$$
$$\varphi_{i+1} = \varphi_i + \left[c\sigma_{eff} N_i \varphi_i \left(\frac{l_r}{l_c}\right) - \omega_{L(i)} \varphi_i \right] \delta t \qquad (۱۱)$$

i یک عدد صحیح و δt گام زمانی برای حل معادلات است که می‌توان آن را مقدار کوچک ۲۵۰ پیکوثانیه در نظر گرفت. حال معادلات رابطه (۱۱) با مقادیر اولیه چگالی فوتون و چگالی جمعیت وارون به‌طور تکراری قابل‌حل هستند.

جدول ۱: کمیت‌های استفاده‌شده در روش حل عددی معادلات نرخ لیزر

l_r	۸۰mm	W_3	۰/۶۲۵mm
l_c	۳٤۰ mm	T_P	۲۰۰μs
P	۲۲۵۰ w	λ_p	۸۰۸nm
W_P	۱/۵ mm	λ_l	۱۰۶۴nm
σ_{eff}	$2.8*10^{-17}mm^2$	γ	۰/۹
R	%۳۰	dΩ	۱mrad



شکل۱:چیدمان لیزر کلید زنیQ

انرژی خروجی تپ کلید زنی Q ، یکی از مشخصه‌های اصلی لیزر است که توسط رابطه (۱۲) که مجموع شار فوتون‌های خارج‌شده از آینه خروجی است قابل‌محاسبه می باشد:

$$E_Q = \int P(t)dt = \left(\frac{hc}{\lambda_l}\frac{Al_c}{t_r}\right)\ln\left(\frac{1}{R}\right)\int \varphi(t)dt$$
$$= \left(\frac{hc}{\lambda_l}\frac{Al_c c}{2l_c}\right)\ln\left(\frac{1}{R}\right)\sum \varphi_i \delta t \qquad (۱۲)$$

t_r زمان رفت برگشت فوتون درون کاواک است. اما برای محاسبه بیشینه چگالی توان خروجی، اگر معادلات رابطه (۱) بر هم تقسیم و انتگرال‌گیری شود، چگالی شار فوتونی بیشینه مطابق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\varphi_{\max} = \left(\frac{l_r \gamma}{l_c}\right)\left[N_i - N_{th} + N_{th}\ln\left(\frac{N_{th}}{N_i}\right)\right] \qquad (۱۳)$$

بنابراین در شرایط ویژه‌ای می‌توان به بیشینه توان قله دست‌یافت که مانند شکل(۲) ، جمعیت وارونگی به مقدار آستانه N_{th} رسیده باشد و چگالی شار فوتونی به مقدار بیشینه خود برسد، یعنی وقتی‌که ($N=N_{th}, \varphi=\varphi_{max}$). یکی دیگر از مشخصه‌های پرتو خروجی لیزر در حالت کلید زنی Q، محاسبه پهنای زمانی تپ لیزر (FWHM) است که از رابطه (۱۴) به‌راحتی قابل‌محاسبه است [۱۰]:

$$t_P = \frac{t_r}{\ln\left(\frac{1}{R}\right)+L}\left\{\frac{N_i - N_f}{N_i - N_{th}\left[1+\ln\left(\frac{N_i}{N_{th}}\right)\right]}\right\} \qquad (۱۴)$$

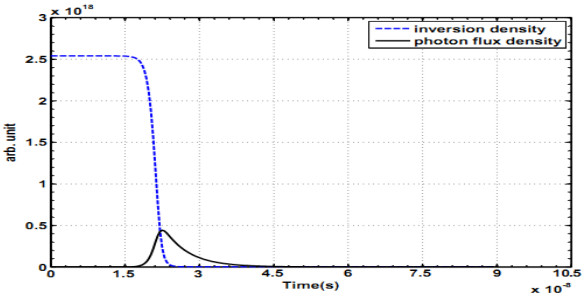
N_i و N_f به ترتیب جمعیت وارون اولیه و نهایی هستند.

توان قله تپ نیز از رابطه(۱۵) به دست می‌آید:

$$P_P = \frac{E_Q}{t_p} \qquad (۱۵)$$

۴-نتایج حاصله از حل عددی معادلات نرخ لیزر:

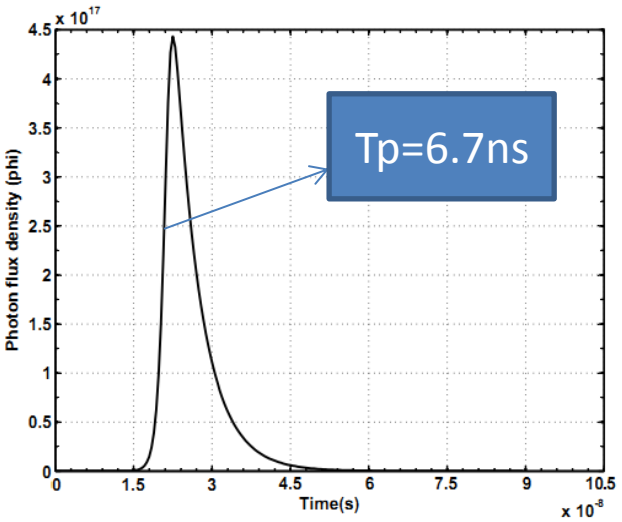
در حالت کلید زنیQ، اگر جمعیت وارون الکترونی با جمعیت آستانه که دارای مقدار $N_{th}=2.3\times10^{+17}$ است، برابر شود، آنگاه شار خروجی لیزر بیشینه شده و تپ نوری شکل می گیرد. این رفتار در شکل ۲ به خوبی مشاهده می‌گردد.



شکل۲: چگالی جمعیت وارون و چگالی شار فوتونی و شکل تپ خروجی در حالت کلید زنی Q

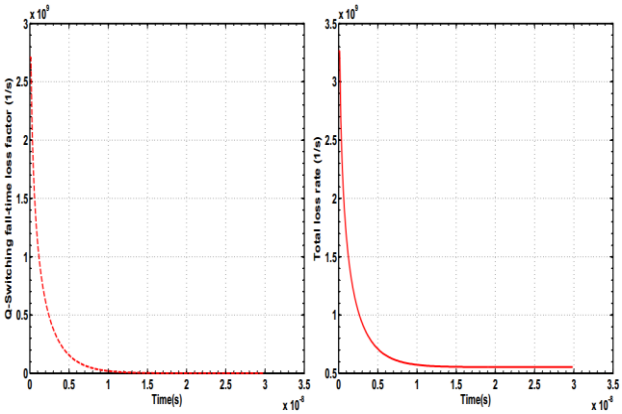
[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]

به طورجداگانه شکل زمانی تپ نوری لیزر که از نتایج مهم حل عددی است، در شکل ۳ نمایش داده‌شده است.



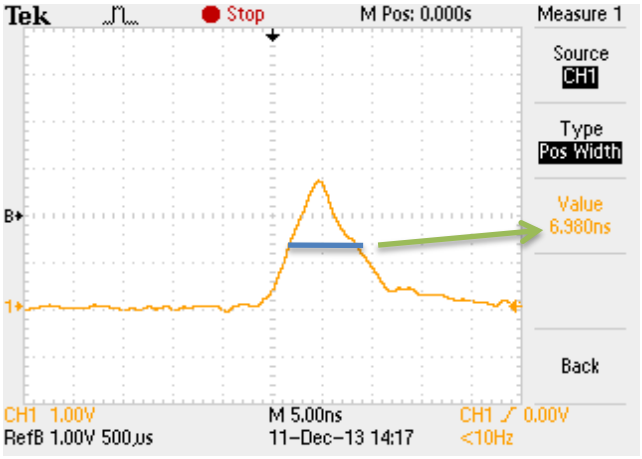
شکل۳: نمایه تپ خروجی در حالت کلید زنی Q

نرخ تلفات کل و تلفات کلید زنی Q که در روابط (۲)، (۴) و (۱۱) معرفی‌شده‌اند، در شکل‌گیری پهنای زمانی تپ خروجی لیزر نقش دارند و بایستی مقدار عددی این کمیت‌ها مشخص گردند. در شکل ۴ نرخ تغییرات تلفات محاسبه شده، آورده شده است. همان‌طور که در نمودار سمت راست شکل ۴ دیده می‌شود، پس از برداشته شدن اتلاف کلید زنی Q، تلفات لیزر به پایین‌ترین سطح که همان اتلاف ثابت درون کاواکی ناشی از جذب و پراکندگی مطابق با رابطه (۳) است، می‌رسد. تپ خروجی شبیه‌سازی‌شده به روش حل عددی، دارای انرژی ۴۵ میلی ژول، پهنای زمانی ۶/۷ نانوثانیه و توان قله ۶/۷ مگاوات است که به ترتیب با استفاده از روابط (۱۲)، (۱۴) و (۱۵) از طریق کد نویسی در نرم‌افزار MATLAB به‌دست آمده‌اند.



شکل۴: نمایش اتلاف کلید زنی Q و اتلاف کل کاواک

در چیدمان آزمایشگاهی برپا شده در پژوهشکده لیزر دانشگاه صنعتی مالک اشتر، پهنای زمانی تپ خروجی لیزر در حدود ۶/۹ نانوثانیه طبق شکل ۵ اندازه‌گیری گردید. اندازه‌گیری پهنای زمانی تپ لیزر نشان داد که حل عددی با دقت بالایی انجام‌شده است.



شکل ۵: اندازه‌گیری پهنای زمانی تپ لیزر ۶/۹ نانوثانیه

۵-نتیجه‌گیری

در این مقاله، روش حل عددی معادلات دیفرانسیل جفت شده در عملکرد کلید زنی Q لیزر ارائه گردید. با استفاده از این روش به‌راحتی می‌توان علاوه بر رسم شکل تپ خروجی لیزر، به مشخصات این تپ ازجمله انرژی، پهنا و توان قله بنا به نرخ اتلافی که در کاواک ایجاد می‌شود دست‌یافت. با کد نویسی معادلات نرخ لیزری در نرم‌افزار MATLAB تلفات درون کاواکی محاسبه و پارامترهای خروجی لیزر آزمایشگاهی بهینه شدند.

مراجع

[1] O. Svelto, *Principles of Lasers*, 5th Edition, Springer, New York, 2010.

[2] W. Koechner, "*Solid State Laser Engineering*", *Springer*, (2006).

[3] F.J. McClung and R.W. Hellwarth, *Giant optical pulsations from ruby*, p. 828-829, **J. Appl. Phys**, 1962.

[4] W.G. Wagner and B.A. Lengyel, *Evolution of the giant pulse in a laser*, p. 2040-2046, **J. Appl. Phys**, 1963.

[5] R.B. Kay and G.S. Wa1dman, *Complete solutions to the rate equations describing Q-spoiled and PTM laser operation*, p. 1319-1323, **J. Appl. Phys**, 1965.

[6] X. Zhang, S. Zhao, Q. Wang, B. Ozygus, and H. Weber, *Modeling of Diode-Pumped Actively Q-Switched Lasers*, p. 1912-1918, **IEEE J.ofQuantum Electronics**, 1999.

[7] K. Yang, S. Zhao, G. Li and H. Zhao, *Theoretical and experimental study of a laser-diode-pumped actively Q-switched Nd:YVO₄ laser with acoustic–optic modulator*, p. 381-386, **Opt & Laser Technol**, 2005.

[8] D.B. Coyle, D.V. Guerra and R.B. Kay, *An interactive numerical model of diode-pumped, Q-switched/cavity-dumped lasers*, p. 452-462, **J. Appl. Phys,** 1995.

[9] K. Altmann, LAS-CAD Software, Laser Cavity Analysis and Design**,** The Unique Combination of Simulation Tools, http://www.lascad.com, Munich, 2014.

[10] Y. F. Chen, Y. P. Lan, S. W. Tsai, *High-power diode-pumped actively Q-switched Nd:YAG laser at 1123 nm*, p. 309-313, **Opt Comm**, 2004.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]