



بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران  
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران  
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی



## اثرات خود میدان های الکتریکی و مغناطیسی باریکه الکترون نسبیتی عبوری از ویگنر پلاسمایی در یک لیزر الکترون آزاد

سارا انبیر ، ساعد جعفری، فرزاد جعفری نیا

دانشگاه گیلان، دانشکده علوم، گروه فیزیک

چکیده - در این تحقیق به بررسی برهمکنش باریکه ی الکترون نسبیتی با ویگنر پلاسمایی در یک لیزرالکترون آزاد خواهیم پرداخت. با اعمال یک میدان مغناطیسی راهنما بر محیط پلاسمایی می توان یک مد ویسلری پلاسمایی را در پلازما برانگیخت و سپس آن را به عنوان یک ویگنر موج پلاسمایی به کار بست. طول موج کوتاه ویگنر پلاسمایی این امکان را می دهد که بدون نیاز به باریکه های الکترون نسبیتی در حد گیگا الکترون ولت، قادر باشیم با باریکه هایی در محدوده ی انرژی چندمگا الکترون ولت، تابش هایی با طول موج بسیار کوتاه را تولید کنیم. مادر این تحقیق اثرات خود میدان های الکتریکی و مغناطیسی باریکه ی الکترونی را بر مسیر های الکترونی مورد ارزیابی قرار داده ایم و نیز رابطه پاشندگی باریکه ی عبوری از میان پلاسمای مغناطیسه را بدست آورده ایم. نتایج نشان می دهد که با تنظیم چگالی محیط پلاسمایی می توان نقاط رزونانس برهمکنش انرژی باریکه ی الکترونی و موج الکترو مغناطیسی را به دقت کنترل و تنظیم نمود و آن را در یافتن بهره ی موثر لیزر به کار بست. همچنین در اینجا اثرات پارامغناطیسی و دیامغناطیسی ناشی از ضربه ی ویگنر بر باریکه ی الکترونی، مورد تحلیل واقع شده اند.

کلید واژه- لیزر الکترون آزاد، ویگنر پلاسمایی، خود میدانهای الکتریکی و مغناطیسی، پلاسمای مغناطیسه

## Self-electric and self-magnetic fields effects on the relativistic electron beam propagating through a plasma wiggler in a free-electron laser

Sara Anbir, Saed Jafari, Farzad Jafarinia

Department of Physics, University of Guilan, Rasht

*Abstract-* In this paper we study the electron beam trajectories propagating through a plasma wiggler in a Free Electron Laser (FEL). Plasma whistler mode can be raised in the plasma medium by applying an axial magnetic field; then this mode can be employed as a plasma wave wiggler. The short wavelength of the plasma wiggler results in coherent radiations with very short wavelength by use of low energy beams (in the range of some MeV) and without using electron beams at the range of GeV. Besides, we survey self-effects of the magnetic and electric fields of electron beam on the electron trajectories, and we computed the dispersion relation of the system. Results show that plasma density adjustment can able to control the resonant points of the interaction between electron beam energy and electromagnetic wave, so it can be used in effective gain of the laser. Finally, paramagnetic and diamagnetic effects resulted from the wiggler strike on electron beam are analyzed.

۱- مقدمه

دیامغناطیسی ناشی از ضربه ی ویگلر بر باریکه ی الکترونی را مورد تحلیل قرار می دهیم.

۲- مسیره های باریکه الکترونی

یک باریکه الکترونی نسبیتی را که با سرعت در راستای محور Z در داخل یک پلاسما انتشار می یابد در نظر بگیرید. معادلات حرکت یک الکترون در این محیط با استفاده از روابط زیر قابل بررسی است:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{e}{\gamma m} \left[ E - \frac{1}{c^2} v (v \cdot E) + \frac{1}{c} v \times B \right]$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{e}{mc^2} v \cdot B$$

که V سرعت باریکه ی الکترونی،  $\gamma$  فاکتور نسبیتی و m جرم الکترون می باشد. میدان های الکتریکی و مغناطیسی موج پلاسمایی (مد ویسلری) در پلاسما عبارتند از:

$$B_w = B_w [x \wedge \cos(k_w z - \omega_w t) - y \wedge \sin(k_w z - \omega_w t)]$$

$$E_w = -\omega_w \left( \frac{B_w}{ck_w} \right) [x \wedge \sin(k_w z - \omega_w t) + y \wedge \cos(k_w z - \omega_w t)]$$

در اینجا  $B_w$  دامنه ی میدان مغناطیسی؛  $K_w$  عدد موج و  $\omega_w$  فرکانس پلاسمایی موج می باشند که به صورت یک مد ویگلری به کار رفته است. در واقع در موج ویسلر پلاسمایی فرکانس موج به صورت زیر بیان می شود:

$$\omega_w = \frac{ck_w}{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_w (\omega_w - \omega_c)}}}$$

فرکانس تابش در یک لیزر الکترون آزاد به سه پارامتر اساسی وابسته است؛ پریود ویگلر  $\lambda_w$ ، سرعت باریکه  $V_b$ ، و سرعت

فاز تابش  $n$   $V_{ph} = \frac{c}{n}$  که در آن n ضریب شکست سیستم است و داریم:

$$\omega_{las} = \frac{2\pi V_b \lambda_w}{1 - \frac{V_b}{V_{ph}}}$$

. اما با تزریق یک پلاسمای مغناطیده به ناحیه ی بر همکنش لیزر، سرعت فاز تابش پلازما به وسیله ی فاکتور n کاهش خواهد یافت:

$$n = \left( 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_l (\omega_c - \omega_l)} \right)^{\frac{1}{2}}$$

لیزر الکترون آزاد یک چشمه نور همدوس با قدرت تنظیم پذیری بالاست که تابش الکترومغناطیسی رابه کمک یک باریکه از الکترون های نسبیتی از طریق فرایند گسیل القایی تقویت می کند. در این لیزر ها تابش های همدوس بواسطه ی عبور باریکه ی الکترون نسبیتی از میان ساختار پریودیکی مغناطیسی به نام ویگلر رخ خواهد داد. در این تحقیق ما به جستجوی نوع جدیدی از ویگلر ها به نام ویگلر پلاسمایی رفته ایم که در آن بر خلاف ویگلر های رایج از یک موج پلاسمایی برانگیخته شده در یک محیط پلاسمای مغناطیده بهره می بریم. از اینرو یک مد پلاسمایی در حضور میدان مغناطیسی راهنما  $\vec{B} = B_0 \hat{z}$  به عنوان یک ویگلر معرفی می شود. این ویگلر که به صورت موازی با بیم الکترونی قرار می گیرد از طریق بر همکنش با بیم الکترونی موجب تابش همدوس خواهد شد. میدان مغناطیسی راهنما در واقع باعث ایجاد یک نیروی کانونی کننده برای الکترون های باریکه می شود، همچنین حضور این میدان باعث برانگیختگی مد ویسلری به عنوان مد ویگلری در پلاسما خواهد شد. خود میدان ها به وسیله ی بار و چگالی جریان باریکه ی الکترونی تولید می شوند که سهم موثری بر عملکرد لیزر الکترون آزاد دارند. با تزریق پلاسما به ناحیه ی بر همکنش، سرعت فاز تابش پلازما کاهش یافته و سیستم به صورت یک ساختار موج کند عمل می کند. همچنین پلاسما می تواند با ایجاد خنثاییت بار و جریان باریکه های تزریق شده به داخل ویگلر، امکان افزایش نرخ بهره و توان سیستم را به طور قابل ملاحظه ای بالا ببرد، چیزی که در لیزرهای الکترون آزاد رایج به واسطه ی یک حد ماکزیمم برای انتشار باریکه های الکترونی در خلا (بنام حد آلفن)، قادر نبودیم که توان عملکرد این لیزرها را با کنترل جریان باریکه افزایش دهیم. حضور پلاسما می تواند با بکارگیری مد های پلاسمایی (نظیر مد ویسلری و یا مد لانگمیری) به صورت یک ویگلر برای برانگیختگی طول موج های کوتاه (تا حد اشعه ی ایکس) رافراهم سازد. همچنین با تغییر چگالی پلاسما می توان فرکانس های بالای خروجی از چنین لیزر هایی رابه حد دلخواه تنظیم نمود. در این تحقیق ابتدا به بررسی اثرات این خودمیدان ها (خود میدان های الکتریکی و مغناطیسی) بر مسیر حرکت باریکه ی الکترونی عبوری از ویگلر ویسلری می پردازیم. سپس در این جا نشان خواهیم داد که با تنظیم چگالی پلاسما چگونه می توان مسیر های حرکت باریکه ی الکترونی و نقاط رزونانسی تبادل انرژی باریکه-موج را به دقت کنترل و تنظیم کرد تا بیشینه ی تبادل انرژی از باریکه به موج الکترو مغناطیسی صورت گرفته و تابش های همدوس پر قدرت تری را داشته باشیم. و سرانجام اثرات پارامغناطیسی و

که در آن  $\omega_p$  و  $\omega_c$  فرکانس های پلاسمایی و سیکلوترونی الکترون ها می باشند.

### ۳- خود میدان های الکتريکی و مغناطیسی

#### باریکه ی الکترونی نسبیتی

خود میدان الکتريکی القا شده بوسیله ی چگالی بار باریکه ی الکترونی را می توان از حل معادله ی پواسون

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_s = -4\pi en_b (\rho)$$

خواهیم داشت:  $E_{sf} = -2\pi en_b (x\hat{e}_x + y\hat{e}_y)$

که در آنجا همان چگالی باریکه ی الکترونی است. همچنین با کمک قانون آمپر  $\vec{\nabla} \times \vec{B}_s = \frac{4\pi}{c} \vec{j}$  می توان خود میدان مغناطیسی باریکه ی عبوری نسبیتی را یافت:

$$\vec{B}_{sf} = 2\pi en_b \beta_{||} (y\hat{x} - x\hat{y})$$

که در آن  $\beta_{||} = \frac{V_{||}}{c}$  سرعت محوری باریکه ی الکترونی در حالت بدون بعد می باشد. با جا گذاری روابط ناشی از خودمیدان های الکتريکی و مغناطیسی در روابط سرعت و انرژی

انتقال

داریم

$$\frac{d\beta_1}{d\tau} = \beta_2(\beta_3 - \beta_s) - \omega_c \beta_2 - \Omega_s \beta_1 \beta_2 \beta_3 - \beta_s^2 \omega_c^2 \chi_1 + \omega_c^2 \chi_1 - \beta_1 \beta_2 \omega_c^2 \chi_2 - \beta_1^2 \omega_c^2 \chi_1$$

$$\frac{d\beta_2}{d\tau} = \beta_1(\omega_c - \beta_s) + \Omega_s \beta_3 - \Omega_s \beta_3 - \Omega_s \beta_2^2 \beta_3$$

$$\frac{d\beta_3}{d\tau} = \Omega_s \beta_2 - \beta_3 \beta_2 \beta_3 \Omega_s$$

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = \gamma \Omega_s \beta_2 \beta_3 + \gamma \omega_c^2 (\beta_1 \chi_1 - \beta_2 \chi_2)$$

که در آن مولفه های سرعت باریکه

الکترونی،  $\omega_c = \frac{eB_0}{\gamma mc^2 k_w}$  فرکانس سیکلوترونی باریکه

،  $\beta_s = \frac{\omega_w}{ck_w}$  سرعت فاز موج ویسلر پلاسمایی،

جایی الکترون  $\chi_i = k_w x_i$  مولفه های جا به جایی الکترون

و  $\Omega_s = \frac{eB_w}{\gamma mc^2 k_w}$  قدرت مغناطیسی ویگلر است.

مدارات حالت پایا برای این ساختار وقتی بدست می آیند که برای سرعت عرضی باریکه ی الکترونی داشته باشیم؛

$$\beta_w = \frac{\Omega_s (\beta_{||} - \beta_s)^2}{\omega_b^2 (1 - \beta_{||}^2) + \omega_c (\beta_{||} - \beta_s) - (\beta_{||} - \beta_s)^2}$$

به واسطه ی این سرعت عرضی یک خودمیدان مغناطیسی بر باریکه ی الکترونی القا میشود ( $\vec{B}_{sw}$ )، داریم دیگر به باریکه وارد می کند که مقدارش به صورت عرضی جدید، یک خود میدان مغناطیسی جدیدتر تولید خواهد کرد یعنی:  $\vec{B}_{sw}^{(2)} = \lambda^{(2)} \vec{B}_{sw}$  والی آخر. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\lambda^{(n)} = \lambda^{(1)} [1 + \lambda^{(1)} + (\lambda^{(1)})^2 + \dots + (\lambda^{(1)})^{(n-1)}]$$

که در آن از قانون آمپر خواهیم یافت که

$$\lambda^{(1)} = \frac{-2\omega_b^2 (\beta_{||} - \beta_s)^2}{\omega_b^2 (1 - \beta_{||}^2) + \omega_c (\beta_{||} - \beta_s) - (\beta_{||} - \beta_s)^2}$$

سری فوق یک سری هندسی بوده و برای حالتیکه  $n \rightarrow \infty$  خواهیم داشت:

$$\vec{B}_{sw} = \lim_{n \rightarrow \infty} \lambda^{(n)} \vec{B}_s = \frac{\lambda^{(1)} \vec{B}_s}{1 - \lambda^{(1)}}$$

در نتیجه برای  $\vec{B}_{sw}$  داریم:

$$\vec{B}_{sw} = [-2\omega_b^2 (\beta_{||} - \beta_s)^2] [\omega_b^2 (1 - \beta_{||}^2) + \omega_c (\beta_{||} - \beta_s) - (1 - 2\omega_b^2) (\beta_{||} - \beta_s)^2]^{-1} \vec{B}_s$$

با استفاده از روابط آمپر- ماکسول می توان رابطه ی پاشندگی باریکه ی الکترونی عبوری از میان ویگلر ویسلری را به صورت زیر به دست آورد:

$$\beta_s^2 - 1 - \frac{\omega_b^2 (\beta_{||} - \beta_s)}{\omega_c - (\beta_{||} - \beta_s)} + \frac{\gamma \omega_p^2 \beta_s}{\gamma \omega_c + \beta_s} = 0$$

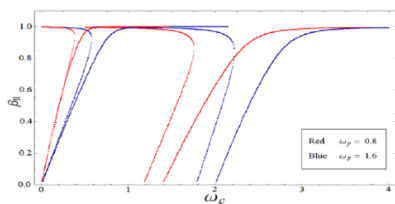
که در آن  $\omega_b = \left(\frac{4\pi e^2 n_b}{\gamma mc^2 k_s}\right)^{\frac{1}{2}}$  فرکانس پلاسمایی

محیط بر همکنش و  $\omega_b = \left(\frac{4\pi e^2 n_b}{\gamma mc^2 k_s}\right)^{\frac{1}{2}}$  فرکانس

باریکه ی الکترونی می باشد.

### ۴- نتایج عددی و نتیجه گیری

نمودار های حاصل از حل عددی معادلات مسیره های الکترونی به صورت زیر قابل ارائه می باشند. شکل ۱ نمودار سه بعدی مسیر حرکت الکترون از میان ویگلر ویسلر پلاسمایی را نشان می دهد بخش هایی از مسیر که دچار خمش شده اند می توانند ناشی از ضربه های ویگلری موج پلاسمایی بر باریکه ی



الکترونی باشد. شکل ۱.

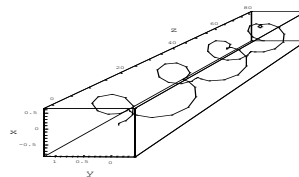


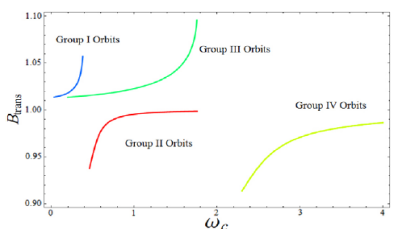
Figure ۲ نمودار ۳ بعدی مسیر حرکت الکترون از میان ویگنر ویسلر پلاسمایی

Figure ۳ نمودار مسیر های گروه به ازای دو فرکانس مختلف پلاسمایی

این تغییر نقطه های رزونانسی در مدارات گروه های الکترونی بواسطه ی تغییر چگالی پلاسمای، یک پارامتر کلیدی و تاثیرگذار در بررسی نقاط ماکزیمم بهره ی لیزری خواهد بود که مشابه آن قبلا در لیزر های الکترون آزاد رایج یافت نشده است. شکل ۴ منحنی میدان

مغناطیسی عرضی کل  $B_{tot} = \frac{\vec{B}_{sw} + \vec{B}_s}{B_s}$  را به صورت

تابعی از فرکانس سیکلوترونی نشان می دهد. پارامتر های انتخاب شده در این نمودار مشابه مقادیر شکل یک می باشد. مطابق شکل برای مدار گروه های یک و سه مقدار  $B_{tot}$  بزرگتر از یک است که نشان دهنده ی اثر پارامغناطیس ویگنر پلاسمایی برای این گروههاست. در حالیکه مدارات گروه های دو و چهار، مقدار  $B_{tot}$  کوچکتر از یک را نشان می دهد که می توان اثر دیامغناطیس ویگنر را برای این گروه ها



تخمینزد

Figure ۴ نمودار میدان مغناطیسی عرضی کل به صورت تابعی از فرکانس سیکلوترونی داخل ویگنر

شکل ۲ نمودار سرعت محوری باریکه الکترونی را بر حسب فرکانس سیکلوترونی نشان می دهد. پارامتر های مورد استفاده در این شکل به صورت

$$\omega_b = 0.08, \gamma = 20, \omega_p = 0.8, \Omega_s = 0.07$$

می باشد. همانطور که از شکل پیداست ۴ گروه از مدارات یافت می شوند. در گروه های یک سه با افزایش فرکانس سیکلوترونی یا افزایش  $B_0$  اعمالی بر پلاسمای، سرعت محوری الکترون های باریکه به تدریج کاهش می یابد در حالیکه برای گروه های دو و چهار مشاهده می شود که با افزایش  $\omega_c$  سرعت محوری الکترون ها رو به افزایش خواهد بود. همچنین در شکل ۳ ما این مسیر های گروه را به ازای چگالی های مختلف پلاسمایی رسم کرده ایم. مطابق شکل با افزایش فرکانس پلاسمایی و یا چگالی پلاسمای، نقاط رزونانسی مسیر های گروه به سمت راست منتقل می شوند که این نشان دهنده ی آن است که وقتی چگالی پلاسمای افزایش یابد دسترسی به نقاط رزونانسی به ازای فرکانس های سیکلوترونی بالاتری مقدور خواهد بود. شکل ۲.

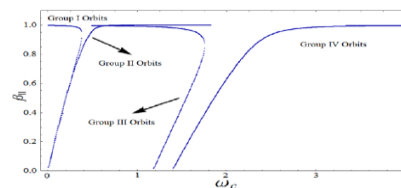


Figure ۲ نمودار سرعت محوری باریکه ی الکترونی بر حسب فرکانس سیکلوترونی

شکل ۳.

## مراجع

<sup>19</sup>C. Joshi, T. Katsoulens, J. M. Dawson, Y. T. Yan, and J. M. Slater, *IEEE J. Quantum Electron.* **23**, 1571 (1987).

[11] Raghavi A and Mehdian H 2011 *Plasma Phys. Control. Fusion* **53** 105010

[12] McNeil B W J and Thomson N R 2010 *Nature Photon.* **4** 814

[13] Wang Z Y, Tang C J and Peng X D 2010 *Phys. Plasmas* **17** 083114

<sup>20</sup>H. Mehdian, S. Jafari, and A. Hasanbeigi, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **52**, 055005 (2010).