بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

تحلیل رخ‌داد و احتمال حضور سیستم کاواک کوانتومی در ترازهای مختلف در رژیم‌های جفت‌شدگی متفاوت با شرایط اولیه فوک

مهدی حسنی‌کلشتری[۱]، علی میر[۱]
۱- دانشگاه لرستان- دانشکده فنی و مهندسی- گروه الکترونیک

چکیده – در این مقاله سعی کردیم تحلیل الگوهای رفتاری سیستم‌های پیچیده کوانتومی، سیستم‌های اپتیک کوانتومی پیچیده، متشکل از تعداد دل‌خواهی از نقاط کوانتومی و مدهای کوانتومی با برهم‌کنش دل‌خواه، مورد بررسی قرار گیرد. ابتدا لازم است فضای حالت مربوط به کلی‌ترین سیستم الکترودینامیک کوانتومی کاواک دارای تعداد دل‌خواه سیستم کوانتومی ساطع کننده نور کوانتومی و تعداد دل‌خواه مد کاواک تعیین شود و با استفاده از هامیلتونی، معادله شرودینگر و در فضای شرودینگر در رژیم‌های جفت‌شدگی مختلف حل شوند. سپس ضرایب کت حالت سیستم‌های متفاوت پیدا و با استفاده از آن احتمال حضور سیستم در حالت‌های مختلف، محاسبه و رفتار سیستم بررسی شود.

کلید واژه- اپتیک کوانتومی، الکترودینامیک کوانتومی، کاواک، فضای حالت، رژیم جفت‌شدگی.

Occurrence Analysis and Presence Probability of Quantum Cavity System in Different Energy Level States of Different Coupling Regimes with Fock Initial Condition

Mehdi Hassani Keleshtery[1], Ali Mir[1]

1- Lorestan University- Engineering Faculty Department- Electronic Group

Abstract- In this paper the behavior patterns of the cavity quantum electrodynamics of complex systems are analyzed. Such systems are quantum optics multi-partite systems and consist of an arbitrary number of quantum dots in interaction with arbitrary number of cavity modes. First, the coefficients matrix of the ket sate of the system was measured, in order to achieve it. Its related Hamiltonian was written, and finally the Schrodinger equation was measured in different coupling regimes. It was done in Schrodinger picture. The presence probabilities of the quantum dots of any arbitrary system in their different energy level states were measured.

Keywords: Quantum Optics, Quantum Electro-Dynamics, Cavity, State Space, Coupling Regimes.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03]

۱- مقدمه

اجزای تشکیل دهنده یک سیستم الکترودینامیک کوانتومی عبارت است از سیستم کوانتومی و مد کاواک که با یکدیگر دارای برهم‌کنش هستند. این سیستم کوانتومی شامل نقطه‌ی کوانتومی یا چاه کوانتومی می‌شود[۲]. در حالت کلی بهترین توصیف برای یک چاه پتانسیل، یک سیستم کوانتومی سه ترازه است. در ضمن باید مقادیر ترازهای انرژی و ممان‌های دوقطبی الکترون و حفره‌ها محاسبه شوند[۴-۱]. در این مقاله قصد داریم این سیستم کوانتومی را به‌عنوان اجزای تشکیل دهنده‌ی سیستم الکترودینامیک کوانتومی در نظر گرفته و مورد بررسی قرار دهیم. به‌این منظور مراحل زیر انجام خواهد شد:

۱) مشخصات سیستم مورد نظر تعیین خواهند شد و هامیلتونی مربوط به سیستم تعیین می‌شود.

۲) به‌منظور محاسبه‌ی ضرایب کت حالت سیستم، معادله‌ی شرودینگر با استفاده از نرم افزار نوشته شده حل خواهد شد و ضرایب کت حالت سیستم محاسبه می‌شوند.

۳) احتمال حضور سیستم در حالتی که سیستم کوانتومی در تراز خاصی باشد و تعداد دقیقی فوتون در مد کاواک قرار گیرد (شرایط اولیه فوک) محاسبه خواهد شد.

۴) به‌منظور بررسی معیارهای درهم‌تنیدگی سیستم، چشم داشتی جابجاگر عمل‌گرهای گذار اتمی و دوگان هرمیتی آن و پارامتر هم‌نوایی در مرحله‌ی بعد محاسبه و بر حسب زمان رسم خواهند شد.

۵) مراحل ۲ تا ۵، با ثابت‌های جفت‌شدگی متفاوت که ناشی از برهم‌کنش با سیستم کوانتومی با میدان‌های الکتریکی اعمالی متفاوت است، تکرار می‌شوند و پاسخ‌های به‌دست آمده مقایسه می‌گردند.

۲- تحلیل رخ‌داد سیستم کاواک و محاسبات

ساختار چاه پتانسیل در این مقاله به صورت $In_{0.52}(Al_xGa_{1-x})_{0.48}As/In_{0.52}Ga_{0.47}As/In_{0.52}(Al_xGa_{1-x})_{0.48}As$ ارائه شده است[۷]. همچنین فرض وجود یک نوار برای الکترون‌ها در نوار هدایت و وجود دو نوار برای حفره‌های سنگین و سبک در نوار ظرفیت، به‌عنوان تقریبی قابل قبول به‌کار رفته است. در طراحی این چاه پتانسیل با انتخاب x=0.9 و Z_0=0.9 nm (عرض چاه) مقدار انرژی گذار الکترون–حفره سنگین ۷۹۹ meV به دست آمده است و تفاوت انرژی مابین حفره‌های سنگین و سبک حدود ۳۰ meV به‌دست می‌آید. با توجه به نتایج به‌دست آمده و مدل سیستم کوانتومی سه ترازه، ترازهای انرژی این مدل را به‌ترتیب ۰، ۳۰ و ۸۲۹ میلی الکترون‌ولت در نظر می‌گیریم[۹-۷].

در این قسمت بسامد رابی محاسبه می‌شود، بسامد رابی شدت جفت‌شدگی یا برهم‌کنش مابین میدان الکتریکی با سیستم کوانتومی سه ترازه است[۱۰].

$$G_h = \frac{1}{h}(E_0 E).\langle \psi_e | e\Re | \varphi_{hh} \rangle \qquad (۱)$$

$$G_l = \frac{1}{h}(E_0 E).\langle \psi_e | e\Re | \varphi_{lh} \rangle \qquad (۲)$$

مقادیر ممان‌های دو قطبی فوق محاسبه و با اعمال میدان الکتریکی بسامد رابی مربوط به هر گذار مشخص می‌شود، که مقدار آن برابر است با:

$$\omega_\lambda = \frac{0.799}{h} eV = 1.2126\times10^{15}\,\frac{Rad}{s}$$

جدول ۱: مقادیر بسامد رابی

E_0 (MV/cm)	G_h (Rad/s)	G_l (Rad/s)	G_h/ω_λ	G_l/ω_λ
0.1	8.264×10^{12}	4.806×10^{12}	0.0068	0.004
1	8.264×10^{13}	4.806×10^{13}	0.0681	0.0396
10	8.264×10^{14}	4.806×10^{14}	0.6815	0.3964

با توجه به جدول بالا و به دلیل این‌که فرض شده سیستم کوانتومی دارای برهم‌کنش با فوتون‌های با طول موج ۱/۵۵ میکرومتر است، پس بسامد گذار و بسامد موج الکترومغناطیس (ω_0) تقریباً برابر خواهد بود[۶]. بنابراین در حالتی که $G_h = 0.006\omega_h$ و $G_l = 0.004\omega_l$ است جفت‌شدگی از نوع ضعیف بوده، در حالت $G_h = 0.0681\omega_h$ و $G_l = 0.039\omega_l$ جفت‌شدگی از نوع قوی و در حالت $G_h = 0.682\omega_h$ و $G_l = 0.3964\omega_l$ جفت‌شدگی از نوع بسیار قوی در نظر گرفته می شود.

هامیلتونی و کت حالت سیستم را به شکل رابطه زیر می‌توان نوشت:

$$|\varphi(t)\rangle = \sum_{A_1=lh,hh,e} \sum_{f=1}^{8} \phi(A_1,f)|A_1\rangle|f\rangle \qquad (۳)$$

$$H = H_0 + H_{r.r} + H_{r.E} \qquad (۴)$$

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03]

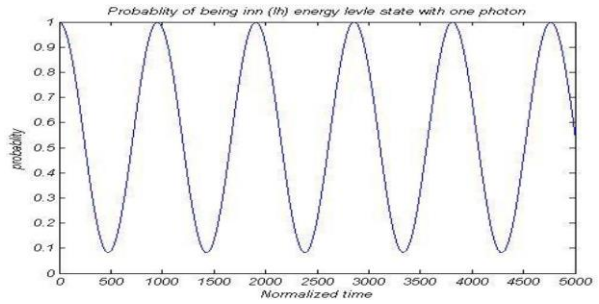
$$H_0 = \sum_{1,i} E_i^1 \sigma_i^1 + \hbar\Omega a^\dagger a = E_{lh}^1 \sigma_{lh}^1 + E_{hh}^1 \sigma_{hh}^1 + E_e^1 \sigma_e^1 + \hbar\Omega a^\dagger a \quad (۵)$$

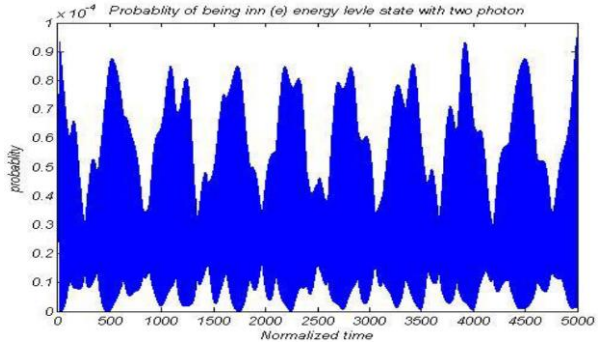
هامیلتونی $H_{r.r}$ صفر است زیرا تنها یک سیستم کوانتومی سه ترازه داریم و این هامیلتونی بیان‌گر برهم‌کنش بین دو، دو قطبی است که در این‌جا به‌وجود نمی‌آید[۵].

در این مرحله با توجه به مشخصات به‌دست آمده و G_l و G_h که در واقع بیان کننده‌ی رژیم جفت‌شدگی ضعیف، قوی و بسیار قوی هستند، ضرایب کت حالت سیستم و پارامترهای مورد نیاز را در اعمال میدان الکتریکی متفاوت محاسبه و تحلیل می‌کنیم. در هر مورد، محاسبات هر سه رژیم جفت‌شدگی، به دلیل ضرورت مقایسه، در کنار هم آورده می‌شوند.

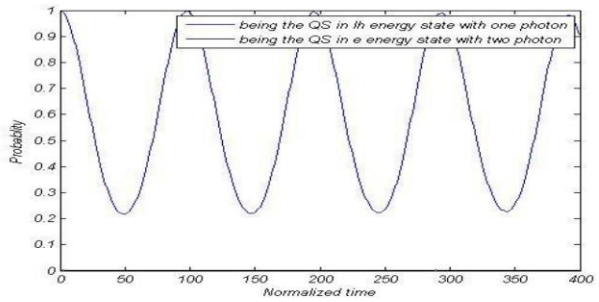
۳- تحلیل احتمال سیستم با شرایط اولیه فوک

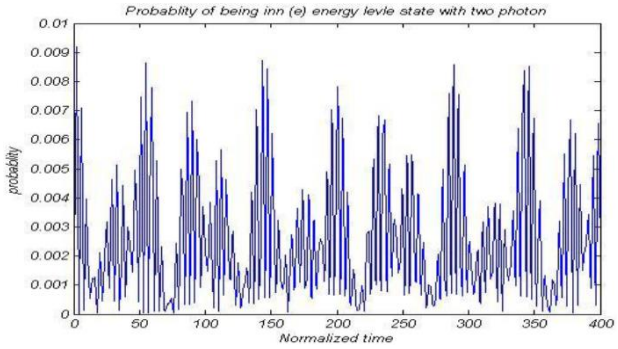
در این قسمت با محاسبه احتمال سیستم در حالت اولیه به‌صورت فوک در نظر می‌گیریم تا ابتدا تاثیر افزایش ضریب جفت‌شدگی در احتمال حضور سیستم متغیر با زمان را بررسی کنیم، و در مرحله‌ی بعد اثر این افزایش و تغییر از رژیم جفت‌شدگی‌ای به رژیم جفت‌شدگی دیگر را در عدم استفاده از تقریب موج چرخنده در یک سیستم کوانتومی سه ترازه مطالعه نماییم[۶]. در روش حل ضرایب کت حالت سیستم استفاده شده به صورت دستی هم حل شد. معادله شرودینگر در حالتی که کت حالات تابعی از زمان هستند حل می‌شود، و تاثیر جمله‌ی $\left(\sigma_{i,j}^l\right)^\dagger a^\dagger = \sigma_{j,i}^l a^\dagger$ نادیده گرفته نمی‌شود[۷]. با توجه به بسط رابطه‌ی (۴) جمله‌ی $\sigma_{j,i}^l a^\dagger$ موجب افزایش تعداد فوتون‌ها و گذار سیستم کوانتومی به یک تراز انرژی بالاتر می‌شود، ابتدا در بررسی تاثیر جمله مذکور در حالتی که گذار از تراز انرژی اول $|lh\rangle$ به تراز انرژی $|e\rangle$ رخ می‌دهد، حالتی را در نظر می‌گیریم که تحت تاثیر این جمله از هامیلتونی به حالتی دیگر تبدیل شود، و در حالت شرایط اولیه، حالت اولیه در نظر گرفته شده را مقدار یک در نظر گرفته و بقیه حالات را صفر می‌گیریم. در نهایت احتمال حالت به دست آمده را بررسی می‌کنیم. ممان الکترون–حفره در گذار ترازهای حفره های سنگین به حفره های سبک صفر است[۵].در نتیجه برای بررسی اثر جمله $\sigma_{j,i}^l a^\dagger$ با اعمال شرایط اولیه به فرم کت اولیه $|1,lh\rangle=1$ و باقی حالات صفر، احتمال حالت $|1,lh\rangle,|2,e\rangle$ را به‌دست می‌آوریم که نتایج آن در شکل‌های زیر نمایش داده شده است.





شکل ۱: احتمال حضور سیستم در حالات مختلف، جفت‌شدگی ضعیف

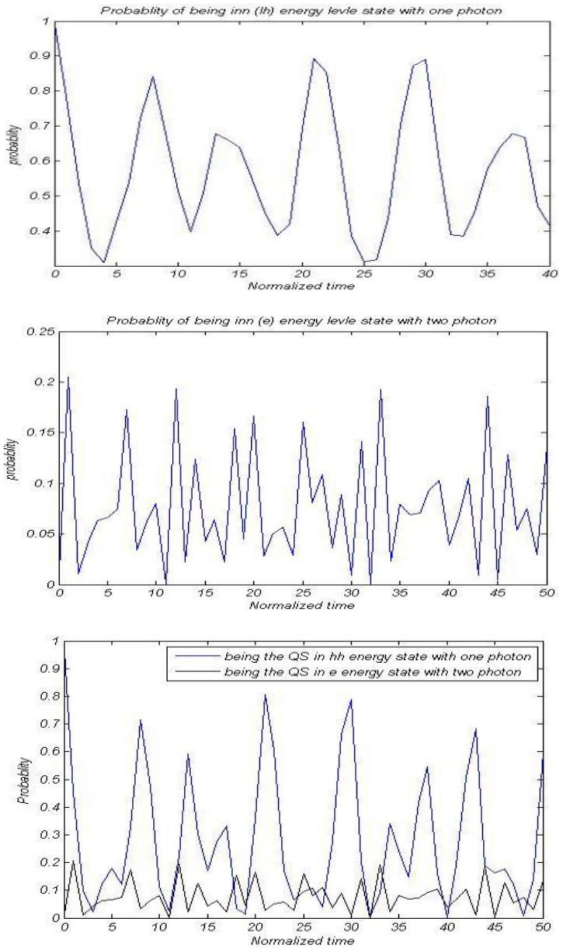




شکل ۲: احتمال حضور سیستم درحالات مختلف، جفت‌شدگی قوی

از نتایج مشخص است با افزایش میدان الکتریکی و نیز ثابت جفت‌شدگی، میزان نوسان احتمالات، افزایش پیدا کرده است. با ورود به رژیم جفت‌شدگی قوی تابع احتمالات متغیر با زمان، حالت سینوسی خود را حفظ کرده اما با ورود به جفت‌شدگی بسیار قوی این‌طور نیست.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03]



شکل ۳: احتمال حضور سیستم در حالات مختلف، جفت‌شدگی بسیار قوی

همچنین به وضوح دیده می‌شود که احتمال حضور سیستم در حالت با افزایش ثابت جفت‌شدگی در حال افزایش است و در رژیم جفت‌شدگی بسیار قوی این احتمال بسیار بیشتر هم شده و در نتیجه تقریب موج چرخنده دیگر قابل استفاده نیست. به‌دلیل این‌که سیستم مورد بررسی سه ترازه است و گذار مابین ترازهای الکترون و حفره‌های سنگین هم وجود دارد این روند را در مورد این گذار هم امتحان می‌کنیم. در نتیجه برای بررسی اثر جمله $\sigma_{j,i}^{l} a^{\dagger}$ با اعمال شرایط اولیه با کت اولیه $|1,\mathrm{hh}\rangle$ و باقی حالات صفر، احتمال حالت $|2,\mathrm{e}\rangle$ را به‌دست می‌آوریم[۸-۵]. در بسط رابطه‌ی (۴) و در حالت جفت‌شدگی ضعیف این بار هم احتمال حالت $|2,e\rangle$ بسیار کم بوده، اما در رژیم جفت‌شدگی قوی بیشتر و در رژیم بسیار قوی بسیار بیشتر شده است، به‌نحوی‌که دیگر تقریب موج چرخنده اعتبار نخواهد داشت. در ضمن همان‌طور که مشاهده می‌شود احتمال حضور سیستم در حالت $|1,\mathrm{hh}\rangle$ از فرم سینوسی خارج شده و نوسانات آن مانند شکل ۳ بسیار زیاد شده است.

٤- نتیجه‌گیری

سیستم‌های اپتیک کوانتومی با تعداد دلخواه مدهای کاواک بررسی و با به‌دست آوردن روابط لازم، برنامه‌های مورد نیاز تحلیل و تولید شرایط اولیه در کلی‌ترین حالت ممکن نوشته شدند. یک سیستم واقعی را که در آن یک چاه پتانسیل کوانتومی معادل یک سیستم سه ترازه بود و در نهایت یک سیستم چند بخشی شامل شش نقطه کوانتومی در برهم‌کنش با یک مد کاواک را در سه رژیم تزویج ضعیف، قوی و بسیار قوی مورد بررسی قرار دادیم. کلیه‌ی مقادیر احتمال حضور سیستم در حالت‌های مختلف را در شرایط اولیه حالت فوک محاسبه کردیم. احتمال حضور سیستم در حالات مختلف به‌صورت سینوسی یا سوار بر یک سیگنال مدوله نبوده و بسامدهای تغییر حالات به‌صورت سقوط و احیا بسیار افزایش پیدا می‌کرد و دیگر این‌که چشم‌داشتی عمل‌گرهای میدان و اتم نیز به هیچ وجه به‌صورت پویشی باقی نمی‌ماند و به‌نوعی سیستم دچار بی‌نظمی می‌شود.

مراجع

[1] W. P. Schleich, *Quantum Optics in Phase Space*, **1st ed. Berlin**: Wiley-VCH, 2001.

[2] D. Press et al., "*Photon antibunching from a single quantum-dot-microcavity system in the strong coupling regime*," **Phys.** Rev. Lett., vol. 98, pp. 117402-117405, 2007.

[3] J. P. Reithmaier et al., "*Strong coupling in a single quantum dot–semiconductor microcavity system*", **Nature**, vol. 432, pp.197-200, 2004.

[4] D. Englund, "*Controlling the spontaneous emission rate of single quantum dots in a 2D photonic crystal*," **Phys.** Rev. Lett. vol. 95, pp. 013904-013908, 2005.

[5] A. Anappara et al., "*Signatures of the ultrastrong light-matter coupling regime*," **Phys.** Rev. B, vol. 79, pp. 201303-201306, 2009.

[6] T. Niemczyk et al., "*Circuit quantum electrodynamics in the ultrastrong-coupling regime*," **Nat. Phys**. vol. 6,pp 772, 2010.

[7] A. H. Sadeghi et al., "*Interaction of Quantum Dot Molecules with Multi-mode Radiation Fields*," **Scientia Iranica**, vol. 17, pp. 59-70, 2010.

[8] Y. Todorov et al., "*Ultrastrong Light-Matter Coupling Regime with Polariton Dots*," **Phys.** Rev. Lett.vol. 105, pp. 196402-196405, 2010.

[9] M. Geiser et al., "*Ultrastrong Coupling Regime and Plasmon Polaritons in Parabolic Semiconductor Quantum Wells*," **Phys.** Rev. Lett.vol. 108, pp. 106402-1066406, 2012.

[10] G. Scalari et al., "*Ultrastrong Coupling of the Cyclotron Transition of a 2D Electron Gas to a THz Metamaterial*," **Science**, vol. 335 no. 6074 pp. 1323-1326, 2012.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03]