بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

# اندازه گیری نسبت اشتریل برای یک سیستم اپتیک تطبیقی شبیه سازی شده

عبدالرحیم بهاروند[۱]، محمد مرادی و صغری محمدی[۳]

۱گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه لرستان، ۲گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شهرکرد

۳ دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه لرستان

**چکیده**- انتشار پرتوهای الکترومغناطیس و مخصوصا پرتو لیزر در جو آشفته همواره با چالش هایی روبرو است. پرتوهای ذکر شده هنگام انتشار در جو به وسیله پدیده های فیزیکی مانند پراش و آشفتگی، به طور کاتوره ای واپیچیده می شود که در این حالت حل تحلیلی مناسبی برای انتگرال فرنل وجود ندارد. در این حالت حل عددی برای این گونه مسائل راه گشاست.
برای بررسی تاثیر جو آشفته بر پرتو لیزر ابتدا با استفاده از چند جمله ای های زرنیک و به کمک برنامه نویسی متلب جو آشفته که از صفحات فاری کاتوره ای تشکیل شده، شبیه سازی می شود.
در این مقاله هدف اندازه گیری نسبت اشتربل یک سیستم اپتیک تطبیقی است. برای این منظور بعد از شبیه سازی جو آشفته و در نظر گرفتن کمیت ها بر حسب یکاهای مناسب نسبت اشتریل این سیستم اپتیک تطبیقی مورد بررسی قرار می گیرد.

کلیدواژه: آشفتگی جو، صفحات فار کاتوره ای، چند جمله ای های زرنیک، سیستم اپتیک تطبیقی،نسبت اشتریل.

# Measurment of Strehl Ratio for an Adaptive Optic System simulation

Abdulrahim Baharvand[1], Mohammad Moradi[2] and Soghra Mohammady[3]

[1]Department of Physics, Faculty of Science, Lorestan University, [2] Department of Physics, Faculty of Science,Sharecord University

Abstract - Propagation of electromagnetic radiation , especially laser beam in a turbulent atmosphere is always faced with challenges. Beams propagating in the atmosphere when mentioned by physical phenomena such as diffraction and turbulence , a random to be distorted in this case an analytical solution for the Fresnel integral does not exist. The numerical solution for such problems is resourceful way.
To evaluate the effect of atmospheric turbulence on the laser beam using MATLAB programming polynomial Zernike and help the turbulent atmosphere composed of a random phase pages , are simulated .The purpose of this paper is to measure the ratio Strehl an adaptive optics system . For this purpose, the simulation of the turbulent atmosphere and consider the quantity in terms of appropriate units Strehl adaptive optics system is investigated.

Keywords: atmosphere turbulence, a random phase plates, Zernike polynomials, adaptive optics system,



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06 ]

**۱- مقدمه**

یکی از راه های ارزیابی عملکرد سیستم اپتیک تطبیقی استفاده چند جمله ای های زرنیک به صورت نمایش آینه های تغییر شکل پذیر است.

برای توصیف ابیراهی های فاز ناشی از تلاطم جو از چند جمله ای های زرنیک استفاده می شود[۱].

در این مقاله ابتدا جو آشفته به کمک چند جمله ای های زرنیک شبیه سازی شده و سپس نسبت اشتریل یک سامانه اپتیک تطبیقی محاسبه شده است. الگوریتم شبیه سازی صفحات فازی با استفاده از چند جمله ای های زرنیک در مرجع [۲] آورده شده است.

یک مجموعه از چند جمله‌ای‌هایی که بر روی دایره به صورت متعامد قرار دارند، توسط زرنیک معرفی شد که دارای خاصیت‌های بسیار مفیدی هستند. این سری‌ها، سری‌های زرنیک نامیده شده و به صورت ترکیبی ازمجموع جمله‌های سری‌های توانی با ضریب‌های مناسب بهنجار شده می‌باشد. چند جمله‌ای‌های زرنیک یک دسته از چند جمله‌ای‌های متعامد هستند که در توصیف یک تابع موج پیشرونده در سیستم‌های اپتیکی با مردمک‌های دایروی بکار می‌روند. چند جمله‌ای‌های زرنیک به دو دسته به ترتیب فرد و زوج تقسیم می‌شوند که به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$U_n^m(\rho,\Phi) = R_n^m(\rho)\, sin(m\theta) \qquad (1\text{-}1)$$

$$U_n^m(\rho,\Phi) = R_n^m(\rho)\, cos(m\theta) \qquad (2\text{-}1)$$

$$\Phi(\rho,\theta) = A_{00} + \frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{n=2}^{\infty} A_{n0} R_n^0\left(\frac{\rho}{R\prime}\right) + \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{n}[A_{nm}\cos m\theta + B_{nm}\sin m\theta] R_n^m\left(\frac{\rho}{R\prime}\right) \qquad (3\text{-}1)$$

یک صفحه فاز کاتوره‌ای با شعاع واحد به صورت زیر بر حسب حاصل ضرب چند جمله ای های زرنیک و ضرایب زرنیک به دست می‌آید:

$$\Phi(R\rho,\theta) \approx \sum_{i=1}^{n_z} a_i Z_i(\rho,\theta) \qquad (4\text{-}1)$$

جو آشفته به صورت صفحات فازی کاتوره ای به کمک جملات زرنیک و برنامه نویسی متلب شبیه سازی شده است.

در این مقاله هدف اندازه گیری نسبت اشتریل سیستم اپتیک تطبیقی است. این نسبت به صورت نسبت شدت در مرکز صفحه تصویر برداری با وجود ابیراهی به شدت در مرکز تصویر در غیاب ابیراهی (حد پراش نظری) تعریف می شود.

**۲-روش انجام کار**

در ابتدا با استفاده از برنامه نویسی متلب جو آشفته را که به شکل صفحات فازی تعریف شده است شبیه سازی می شود، سپس انتشار یک پرتو گاوسی در جو شبیه سازی شده بررسی می گردد. به این صورت که پرتوگاوسی پس از عبور از صفحات فازی به دلیل ابیراهی و اعوجاج موجود در جو دچار انحراف می شود و بر روی صفحه تصویر پرتوی گاوسی ابیراهی دار مشاهده می گردد. هدف سیستم اپتیک تطبیقی این است که میزان این ابیراهی را به حداقل برساند. نسبت اشتریل کمیتی است که میزان کیفیت تصویر را نشان می دهد. با اندازه گیری نسبت اشتریل این سیستم می توان کیفیت تصویر بدست آمده را سنجید.

برای اندازه گیری نسبت اشتریل ابتدا باید شدت پرتو گاوسی در هر نقطه بر روی صفحه تصویراندازه گیری شود. با استفاده از رابطه زیر می توان شدت را در هر نقطه بدست آورد.

برای هر باریکه همدوس با طول موج $\lambda$، می‌توان شدت نور در نقطه $p$ را بر روی تصویر یا صفحه کانونی که در فاصله $z$ قرار دارد، به صورت زیر نوشت[3]:

$$I(P) = \left(\frac{Aa^2}{\lambda R^2}\right)^2 \left|\int_0^1\int_0^{2\pi} e^{i\left[k\varphi - v\rho\cos(\theta-\psi)-\frac{1}{2}u\rho^2\right]}\rho d\rho d\theta\right|^2 \qquad (1\text{-}2)$$

در اینجا مردمک دایره‌ای دارای شعاع a و مختصات $\rho$ و $\theta$ ، صفحه تصویر دارای مختصات قطبی $r$ و $\psi$ ، مختصه $z$ عمود بر صفحه مردمک، $R$ میزان کج شدگی از مرکز مردمک تا نقطه $P$ , $k = 2\pi/\lambda$, و $k\varphi$ نشان-دهنده انحراف فاز کره کامل حول مبدا صفحه کانونی

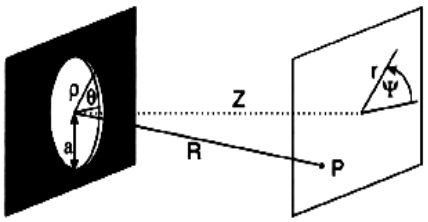


[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06 ]

است. برای سادگی مختصات بهنجارشده را در صفحه کانونی به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$u = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{a}{R}\right)^2 z \qquad (2\text{-}2)$$

$$v = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{a}{R}\right) r \qquad (3\text{-}2)$$




شکل (۱): دستگاه مختصات محاسبه پراش با ابیراهی φ

اگر هیچ نوع ابیراهی وجود نداشته باشد، شدت بر روی محور بیشینه می‌شود $(r = 0)$ که آن را نقطه تصویرگوسی می‌نامند.

$$I_{\varphi=0}(P_{r=0}) = \pi^2\left(\frac{Aa^2}{\lambda R^2}\right)^2 = \left(\frac{\pi^2 a^4}{\lambda^2 R^2}\right) I_{z=0} \qquad (4\text{-}2)$$

با ترکیب روابط (۲-۱) و (۲-۴) می‌توان نسبت اشتریل را چنین به دست آورد:

$$S = \frac{I(P)}{I_{\varphi=0}} =$$

$$\frac{1}{\pi^2}\left|\int_0^1\int_0^{2\pi} e^{i\left[k\varphi - v\rho\cos(\theta-\psi)-\frac{1}{2}u\rho^2\right]}\rho d\rho d\theta\right|^2 \qquad (5\text{-}2)$$

دهانه بزرگتر، طول موج کوتاه‌تر یا مسافت منتشر شده کوتاه‌تر، باعث افزایش بیشینه شدت در صفحه کانونی می‌شود. تمام دستگاه‌هایی که دارای هر نوع ابیراهی باشند، یعنی $\varphi_p > 0$، نسبت اشتریل آنها از یک کوچکتر است. برای ابیراهی‌های کوچک، وقتی کج شدگی حذف شود و صفحه کانونی به کانون گاوسی خود منتقل شود، جمله‌های خطی و درجه دوم در تابع نمایی رابطه (۲-5) از بین می‌روند. اگر ابیراهی‌های باقیمانده را که اکنون در اطراف یک کره نسبت به نقطه $p$ جمع شده با $\varphi_p$ نشان دهیم، نسبت اشتریل به صورت زیر ساده می‌شود:

$$S = \frac{1}{\pi^2}\left|\int_0^1\int_0^{2\pi} e^{i[k\varphi]}\rho d\rho d\theta\right|^2 \qquad (6\text{-}2)$$

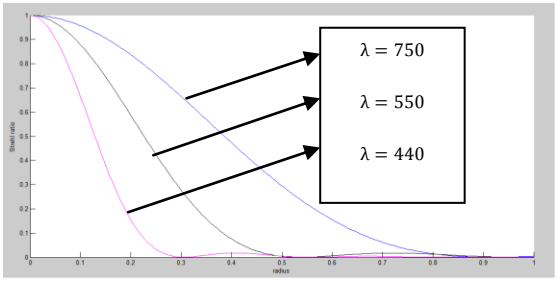
که چگونگی تأثیر جبهه موج بر کاهش انتشار را نشان می‌دهد. اگر باریکه بدون ابیراهی در مردمک قرار داشته باشد، $\varphi_p = 0$، نسبت اشتریل به مقدار واحد کاهش می‌یابد، $S = 1$ یعنی شدت در کانون دارای پراش محدود است.

## ۳- نسبت اشتریل

نسبت اشتریل به عواملی همچون اندازه دهانه لیزر به صورت مستقیم و طول موج پرتو گاوسی و مسافتی که پرتو در ان منتشر می شود به صورت وارون و غیره بستگی دارد.

### ۳-۱ محاسبه نسبت اشتریل در حالت طول موج متغیر

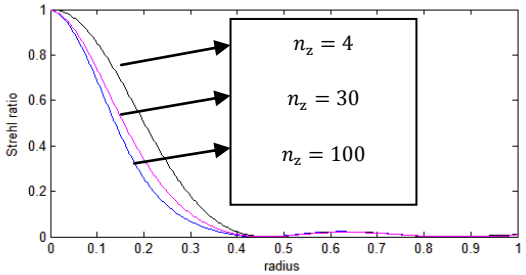
در این حالت دیگر پارامترها ثابت در نظر گرفته شده و تنها اثر تغییرات طول موج بررسی می شود.




شکل(۲): تغییرات نسبت اشتریل بر حسب طول موج های مختلف

### ۳-۲ محاسبه نسبت اشتریل برای مدهای زرنیک متفاوت

شکل صفحه فازی به تعداد مدهای زرنیک استفاده شده بستگی دارد به صورتی که یک صفحه فازی کاتوره ای برابر جمع حاصل ضرب ضرایب زرنیک در مدهای زرنیک است.




شکل(۳): تغییرات نسبت اشتریل بر حسب مد های زرنیک متفاوت. هرچه تعداد مدها بیشتر می شود، افت نمودار بیشتر می شود.

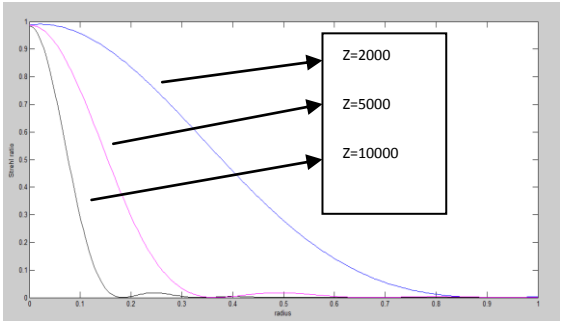
### ۳-۳ محاسبه نسبت اشتریل برای فواصل $z$ مختلف

در این حالت هرچه میزان این فاصله بیشتر باشد، میزان کج شدگی و انحراف وارد بر جبهه موج بیشتر می شود و



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06 ]

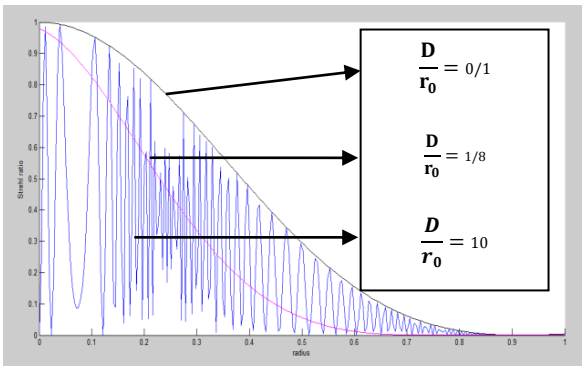
در نتیجه تصویر از حالت کانونی بیشتر فاصله می گیرد و کیفیت آن کمتر و پهن شدگی آن زیاد می شود.




شکل(۴): تغییرات نسبت اشتریل بر حسب فواصل $Z$ مختلف (فواصل بر حسب متر است).

### ۳-۴ محاسبه نسبت اشتریل برای $D/r_0$ های مختلف

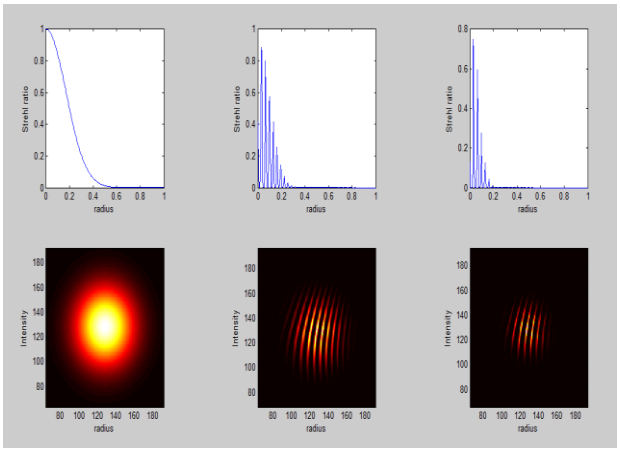
از دیگر مواردی که در نسبت اشتریل تاثیر گذار است، تغییرات نسبت $D/r_0$ است. $D$ نشان دهنده قطر دهانه لیزر و $r_0$ شعاع فرید است. هرچه مقدار این نسبت بیشتر باشد نشان دهنده طول فرید کوچک تر است که در این حالت مقدار افت نمودار نسبت اشتریل نیز بیشتر می شود.




شکل(۵): تغییرات نسبت اشتریل بر حسب $D/r_0$ های مختلف.

### ۳-۵ محاسبه نسبت اشتریل برای چند صفحه فازی با فواصل یکسان

در این حالت صفحات بین صفحه تصویر و چشمه گاوسی پشت سر هم و با فواصل یکسان قرار می گیرند و پرتو لیزر هر بار پس از عبور از هر صفحه دچار تغییر فاز می شود. تغییر فاز اعمال شده بر پرتو با تابع $e^{i\varphi}$ نشان داده می شود.




شکل(۶): تغییرات نسبت اشتریل و شدت پرتو گاوسی در حالت های بدون ابیراهی و با ابیراهی با وجود یک و دو صفحه فازی (از چپ به راست).

## ۴- نتیجه گیری

در بررسی های انجام شده این نتیجه بدست آمد که نسبت اشتریل کمیت بسیار مناسبی است برای سنجش میزان کیفیت تصویری که از عبور پرتو در یک جو آشفته حاصل می شود چرا که مشاهده شد با تغییر شرایط جوی و ویژگی های پرتو از جمله فاصله، کج شدگی، قطر دهانه لیزر، طول موج پرتو و غیره نسبت اشتریل چگونگی تغییر شدت تصویر را نشان می دهد. هرچه دهانه لیزر بزرگتر، طول موج پرتو گاوسی کوتاه تر، مسافت منتشر شده کوتاه تر باشد میزان نسبت اشتریل به یک نزدیک تر است و هرچه میزان مسافت بزرگ تر، تعداد مدهای زرنیک بیشتر، نسبت $D/r_0$ بزرگ تر، فاصله بین صفحات فازی بیشتر باشد، نسبت اشتریل افت بیشتری دارد و نسبت به یک کمتر می شود.

## ۵- منابع

[۱] N.Ageorges and C. Dainty (eds.), *Laser Guide star Adaptive Optics for Astronomy,* Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands, (2000).

[۲] R. Conan, "*Mean-square residual error of a wavefront after propagation through atmospheric turbulence and a fter correction with Zernike polynomials*," J. Opt. Soc. Am. A/Vol. 25, No. 2 (February 2008).

[3] رابرت کی . تایسون. ۱۳۹۰. اصول اپتیک تطبیقی (ویرایش دوم). ترجمه مرادی محمد، شهراد محمد. انتشارات جهاد دانشگاهی واحد اصفهان .



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06 ]