بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

انتشار یک پالس گاوسی در محیط اتلافی

جعفر برهانیان و فرخنده حسینی فرادنبه

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه محقق اردبیلی، صندوق پستی ۱۷۹، اردبیل، ایران

چکیده – معادله ای از نوع معادله گینزبورگ – لاندائوی مختلط که حاکم بر تحولات یک پالس اپتیکی در محیط اتلافی است به عنوان مدل انتخاب شده است. این معادله دارای جملاتی با ضرایب غیرخطیت و پاشندگی مختلط می باشد. همچنین جمله ای با مشتق اول فضایی با ضریب مولفه موهومی سرعت گروه دارد. برای اینکه از اهمیت فیزیکی این پارامترها آگاه شویم، نقش هریک از این پارامترها در انتشار یک پالس گاوسی مورد مطالعه قرار گرفته است. اثر هریک از جملات متناظر با مولفه های مجازی سرعت گروه، ضریب پاشندگی و ضریب غبرخطیت بر دینامیک پالس گاوسی هم در فضای زمانی و هم در فضای فوریه (طیف) به صورت جداگانه مورد بررسی قرار گرفته است.

کلید واژه- محیط اتلافی، پاشندگی، غیرخطیت، معادله گینزبورگ-لاندائوی مختلط

Propagation of a Gaussian Pulse in Dissipative Media

Jafar Borhanian, Farkhondeh Hosseini Faradonbe

Department of Physics, Faculty of Science, University of Mohaghegh Ardabili, P.O. Box 179, Ardabil, Iran

Abstract- A model based on the complex Ginzburg-Landau equation governing the evolution of an optical pulse in a dissipative media is considered. This equation has complex dispersion and nonlinearity coefficients and an extra first-order spatial derivative term multiplied by imaginary part of group velocity. In order to provide more insight into the physical meaning of these coefficients, the effect of variation of coefficients on propagation of a Gaussian pulse is investigated. The separate effects of imaginary parts of group velocity, dispersion and nonlinearity coefficients on dynamics of Gaussian pulse are inspected in temporal as well as in Fourier (spectra) space.

Keywords: dissipative media, dispersion, nonlinearity, complex Ginzburg–Landau equation

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]

۱- مقدمه

انتشار پالس لیزر در یک محیط غیرخطی دارای جذابیت زیادی در شاخه های مختلف علم و تکنولوژی است. این مساله بخصوص برای صنایع فیبرنوری و برهمکنش لیزر با پلاسما از اهمیت دوچندانی برخوردار است. اگرمحیط دارای اتلاف نباشد (محیط پایستار)، انتشار غیر خطی پالس اغلب بوسیله معادله شرودینگر غیرخطی مدل بندی می شود [۲،۱] که رقابت بین پاشندگی و غیرخطیت را به نمایش می گذارد. چنانچه اثرات اتلافی نیز در نظر گرفته شوند، آنگاه معادله حاکم بر تحول پالس معادله گینزبورگ – لاندائوی مختلط است [۴،۳]. در این صورت همه کمیات بیان کننده سیستم از جمله سرعت گروه، ضریب پاشندگی و ضریب غیرخطیت مختلط خواهند بود. این کمیات در محیط پایستار حقیقی بوده و اثر هریک بر انتشار پالس شناخته شده است. این مقاله بر آن است که بتواند این شناخت را به محیط اتلافی تعمیم دهد. یعنی نقش مولفه های مجازی سرعت گروه، ضریب غیرخطیت و ضریب پاشندگی در انتشار پالس گاوسی را معین کند.

۲- معادله تحول پوش پالس

اخیرا توسط نگارنده نشان داده شده است که انتشار غیرخطی یک موج الکترومغناطیسی با قطبش خطی در یک پلاسمای همگن نامغناطیده و برخوردی به وسیله معادله زیر بیان می شود [۵]

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t}-\upsilon_{gi}\frac{\partial\psi}{\partial x}+s\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+q\,|\psi|^2\psi=0 \qquad (۱)$$

که در آن ψ دامنه پتانسیل برداری، υ_{gi} مولفه مجازی سرعت گروه، $s=s_r+is_i$ ضریب پاشندگی مختلط، $q=q_r+iq_i$ ضریب غیرخطیت مختلط، t بیانگر زمان و x مختصات از نظر ناظری است که با مولفه حقیقی سرعت گروه υ_{gr} در حرکت می باشد. این ضرایب تابعی از پارامترهای پلاسما و موج هستند که به تفصیل در مرجع [۵] بررسی شده اند. معادله (۱) همان معادله گینزبورگ – لاندائوی مختلط مکعبی است با این تفاوت که جمله خطی با مشتق اول فضایی جایگزین شده است. اگر اثرات اتلافی (در اینجا برخورد بین ذرات) در نظر گرفته نشوند آنگاه مولفه های مجازی ضرایب صفر شده و معادله (۱) به معادله شرودینگر غیرخطی تقلیل می یابد. هدف ما این است که بتوانیم نقش هر یک از جملات معادله (۱) در دینامیک پالس را تحلیل کنیم. نقش جملات متناظر با ضرایب s_r و q_r شناخته شده هستند [۱]. s_r را ضریب پاشندگی سرعت گروه گویند و جمله متناظر با آن باعث پهن شدگی پالس در محیط می شود. q_r را نیز ضریب خود مدولاسیون فاز گفته و جمله متناظر با آن باعث پهن شدن طیف پالس می شود. ولی نقش جملات متناظر با مولفه های مجازی υ_{gi}، s_i و q_i بر دینامیک پالس ناشناخته است که در این مقاله به آن پرداخته خواهد شد. همانطور که می دانیم سرعت گروه در یک محیط اتلافی مختلط می باشد. همیشه این سوال مطرح است که معنای فیزیکی مولفه مجازی سرعت گروه چیست؟ در این مقاله به این سوال مهم نیز پاسخ داده خواهد شد.

۳- دینامیک پالس گاوسی

برای بررسی اثر هر یک از جملات مختلف معادله (۱) بر انتشار پالس، جملات را به دو بخش خطی و غیرخطی تقسیم بندی کرده و نقش هریک را جداگانه مورد مطالعه قرار می دهیم. با صرفنظر از جمله غیرخطی معادله (۱) به شکل زیر خواهد بود

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t}-\upsilon_{gi}\frac{\partial\psi}{\partial x}+s\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=0 \qquad (۲)$$

اگر از معادله فوق تبدیل فوریه بگیریم خواهیم داشت

$$\frac{\partial\hat{\psi}}{\partial t}=\left(k\upsilon_{gi}+k^2s_i+ik^2s_r\right)\hat{\psi} \qquad (۳)$$

که در آن $\hat{\psi}(k,t)=\int_{-\infty}^{\infty}\psi(x,t)e^{-ikx}dx$ است. اگر فرض کنیم نمایه اولیه پالس گاوسی باشد $\psi(x,0)=\psi_0\exp(-x^2/w^2)$ باشد که ψ_0 و w ثابت هستند، آنگاه جواب معادله (۳) به شکل زیر خواهد بود

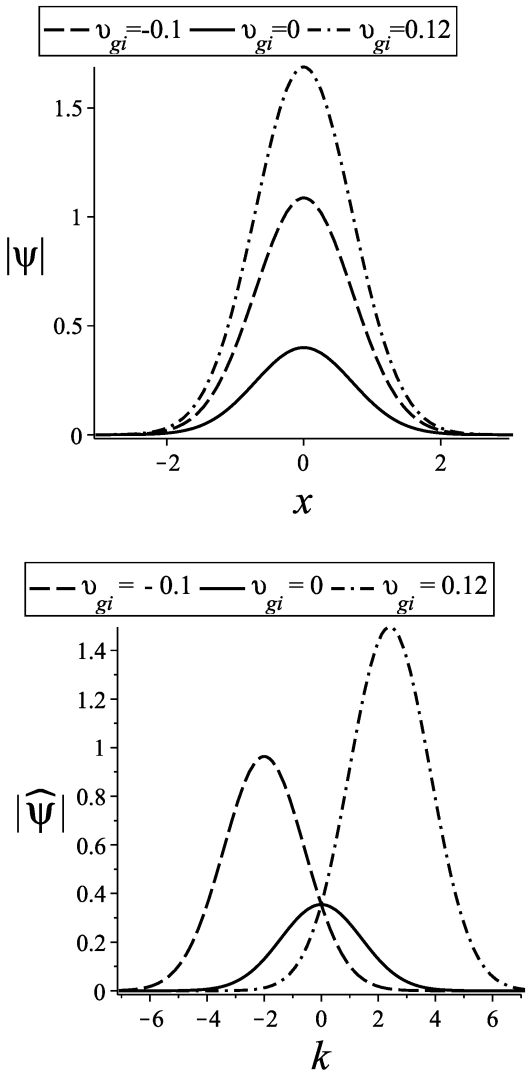
$$\psi(k,t)=\sqrt{\pi}\psi_0 w\,\mathrm{e}^{-w^2k^2/4+(k^2s_i+k\upsilon_{gi}-ik^2s_r)t} \qquad (۴)$$

عکس تبدیل فوریه از (۴) نتیجه می دهد

$$\psi(x,t)=(w\psi_0/\sqrt{\alpha})\exp(\beta^2/4\alpha) \qquad (۵)$$

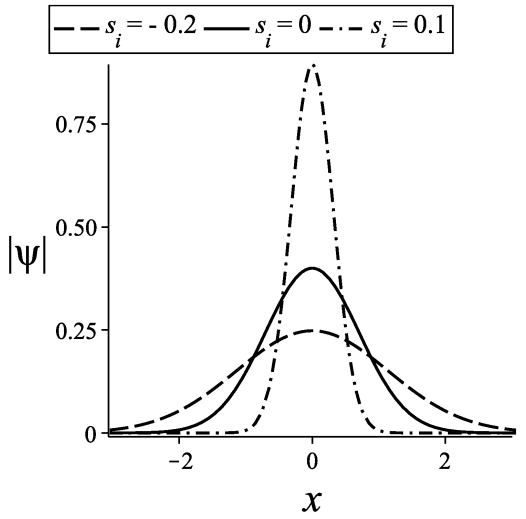
[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]

که در آن $\alpha = w^2/4 + (is_r - s_i)t$ و $\beta = \upsilon_{gi}t + ix$ است. با استفاده از رابطه (۵) می توان اثر υ_{gi} و s_i را مطالعه کرد که در شکل های ۱ و ۲ به نمایش گذاشته



شکل ۱: نمایه پالس گاوسی در فضای پیکربندی و فضای فوریه در $t = 10$ و برای مقادیر مختلف υ_{gi} ($s_i = s_r = 0$).

شده است. همانطور که پیدا است افزایش انرژی پالس با مقدار مطلق υ_{gi} رابطه مستقیم دارد. هرچقدر $|\upsilon_{gi}|$ بیشتر باشد با گذشت زمان پالس انرژی بیشتری از محیط دریافت می کند. در فضای فوریه جمله متناظر با υ_{gi} باعث جابجایی طول موج مرکزی پالس می شود. اگر $\upsilon_{gi} > 0$ باشد طول موج مرکزی دچار انتقال به سرخ می شود در حالیکه برای $\upsilon_{gi} < 0$ انتقال به آبی صورت می گیرد. از شکل ۲ آشکار است که با گذشت زمان بسته به علامت مولفه مجازی ضریب پاشندگی، پالس از محیط



شکل ۲: نمایه پالس گاوسی در فضای پیکربندی در $t = 2$ و برای مقادیر مختلف s_i ($\upsilon_{gi} = s_r = 0$).

انرژی می گیرد و یا به آن انرژی منتقل می کند. اگر انرژی پالس را به صورت $E = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 \, dx$ تعریف کنیم [۱] آنگاه E به ازای $s_i = -0.2, 0, 0.1$ به ترتیب برابر $E = 0.124, 0.200, 0.448$ خواهد بود. یعنی اگر $s_i > 0$ باشد پالس از محیط انرژی گرفته و همچنین متراکم (دامنه بزرگتر ولی پهنای کمتر) می شود ولی اگر $s_i < 0$ باشد آنگاه پالس پهن تر شده و انرژی از دست می دهد. آنچه که در فضای فوریه بر نمایه پالس اتفاق می افتد و در اینجا بدلیل کمبود فضا آورده نشان داده نشده است تغییر پهنای پالس با تغییر s_i است که از شکل ۲ نیز قابل پیش بینی است. اکنون نوبت آنست که اثر جمله غیرخطی بر روی انتشار پالس را بررسی کنیم. مانند قبل جملات خطی را در نظر نگرفته و فقط جمله غیر خطی را در معادله (۱) نگه می داریم. آنگاه خواهیم داشت

$$i\frac{\partial \psi}{\partial t} + (qr + iq_i)|\psi|^2 \psi = 0 \qquad (۶)$$

حال فرض می کنیم $\psi = u(x,t)\exp\{i\phi_{nl}(x,t)\}$ که در آن u دامنه و ϕ_{nl} جابجایی غیرخطی فاز را مشخص می کنند و هر دو حقیقی هستند. با جایگذاری در رابطه (۶) خواهیم داشت

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -q_i u^3, \quad \frac{\partial \phi_{nl}}{\partial t} = q_r u^2 \qquad (۷)$$

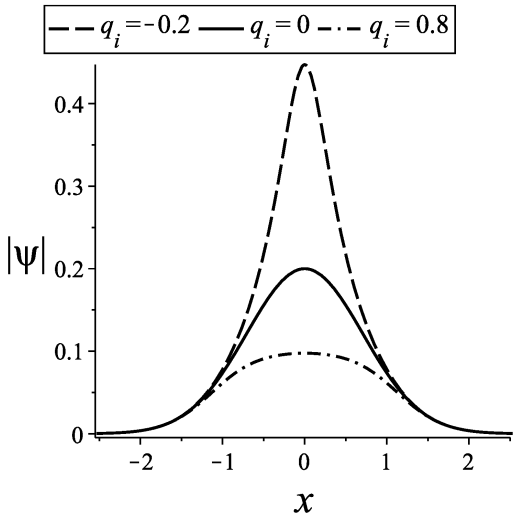
معادلات فوق را به راحتی می توان انتگرال رفت که نتیجه به صورت زیر است

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]

$$u(x,t)=\frac{u_0(x)}{\sqrt{1+2q_i u_0(x)^2 t}} \qquad (۸)$$

$$\phi_{nl}(x,t)=\frac{q_r}{2q_i}\ln\left(1+2q_i u_0(x)^2 t\right) \qquad (۹)$$

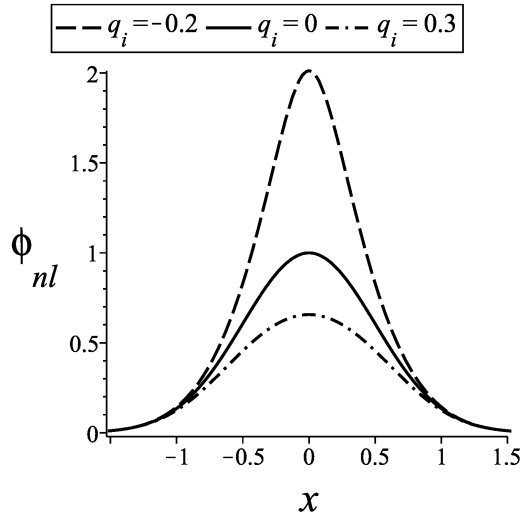
که $u_0(x)$ نمایه پالس اولیه بوده (پالس گاوسی) و جابجایی غیرخطی فاز در زمان اولیه برابر صفر در نظر گرفته شده است. لازم به توضیح است که در حد $q_i \to 0$ دامنه u وابستگی خود را به زمان را از دست داده و $\phi_{nl}=q_r u_0{}^2 t$ خواهد شد که با نتایج حاصل برای معادله شرودینگر غیرخطی همخوانی دارد (رجوع شود به رابطه (4.1.5) مرجع [۱]). در شکل ۳ نمایه پالس گاوسی



شکل ۴: نمایه پالس گاوسی در زمان $t=50$ و برای مقادیر مختلف q_i.

برای مقادیر مختلف q_i نشان داده شده است. برای مقادیر منفی q_i دامنه و انرژی پالس بزرگتر و نمایه پالس تیزتر است ولی برای مقادیر مثبت q_i دامنه و انرژی آن کمتر است. یعنی برای $q_i<0$ پالس حین انتشار در محیط انرژی گرفته و تیزتر می شود ولی وقتی $q_i>0$ باشد پالس حین انتشار در محیط انرژی از دست داده و نمایه آن به نمایه پالس سوپر گاوسی شبیه می شود.

معادله (۹) جابجایی غیر خطی فاز یک پالس گاوسی را نشان می دهد. همانطور که آشکار است این جابجایی فاز به شدت پالس اولیه بستگی دارد. همچنین این تغییر فاز علاوه بر q_r به q_i نیز وابسته است. ولی اگر $q_r=0$ باشد آنگاه جابجایی غیرخطی فاز پالس وجود نخواهد داشت. برای اینکه بیشتر با نحوه تغییرات جابجایی فاز آشنا شویم تغییرات نمایه آن برای مقادیر مختلف q_i در شکل ۴ نشان داده شده است. دیده می شود که اگر



شکل ۳: تغییرات جابجایی غیرخطی فاز با x در زمان $t=50$ برای $q_r=0.5$ و مقادیر مختلف q_i

$q_i>0$ آنگاه جابجایی فاز نسبت به حالت محیط پایستار ($q_i=0$) کمتر است ولی اگر $q_i<0$ باشد آنگاه جابجایی فاز نسبت به حالت پایستار بیشتر خواهد بود.

۴- نتیجه گیری

نتایج نشان می دهند مولفه های موهومی سرعت گروه، ضزیب پاشندگی و ضریب غیرخطیت اثر قابل توجهی بر انتشار پالس در محیط غیرخطی اتلافی دارند. بسته به اندازه و علامت این پارامترها، پالس اپتیکی حین انتشار در محیط اتلافی می تواند انرژی به محیط داده و یا از آن دریافت کند. بخصوص اینکه مولفه مجازی سرعت گروه باعث جابجایی فاز طول موج مرکزی پالس می شود. بسته به علامت آن، جابجایی می تواند انتقال به سرخ و یا انتقال به آبی باشد. در این مقاله پالس گاوسی به عنوان نمونه انتخاب شد، برای پالسهایی با نمایه مختلف می توان این بررسی ها را تکرار کرد.

مراجع

[1] Agrawal, G. P., *Nonlinear Fiber Optics 4th Ed.*, Academic Press, 2007

[2] Sulem, C., and Sulem, P. L., *The nonlinear Schrödinger Equation: Self Focusing and Wave Collapse*, Springer, 1999

[3] Aranson, I. S., and Kramer, L., *Rev. Mod. Phys.* **74**, 99 (2002)

[4] Akhmediev, N. and Ankiewicz, A., *Dissipative Solitons*, Springer, 2005.

[5] Borhanian, J., *Phys. Plasmas* **19**, 082306 (2012)

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]