بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

برهم کنش برهم نهی خاصی از حالتهای همدوس استاندارد با سیستم اتمی دوترازی

اکبر جعفری و امید عباسی

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه ارومیه، ارومیه

برهم نهی حالت‌های همدوس استاندارد با اختلاف فاز $\pi/2$ پیش از این معرفی شده اند[۱]. در این مقاله بر هم کنش این برهم نهی خاص از حالت‌های همدوس که دارای ویژگی های غیرکلاسیکی جالبی است، با یک سیستم اتمی دو ترازی و با استفاده از مدل برهم کنش جینز-کامینگز مورد بررسی قرار گرفته است. در این سیستم، پدیده های احیا و فروریزش کوانتومی در تحول زمانی وارونی اتمی را مشاهده کردیم. از طرفی، آمار فوتونی میدان مورد بررسی قرار گرفت و مشخص شد که آمار فوتونی میدان در این برهم کنش همانند برهم کنش حالت‌های همدوس استاندارد با سیستم اتم دوترازی، از توزیع پوواسونی برخوردار است.

کلید واژه- حالت‌های همدوس، برهم نهی حالت‌های همدوس، مدل جینز-کامینگز

Interaction of special superposition of standard coherent states with two level atomic system

Akbar Jafari, Omid Abbasi

Urmia, Urmia university, Faculty of science, Department of Physics

The superposition of standard coherent states which are $\pi/2$ out of phase, were introduced previously [1]. In this article by using the Jaynes-Cummings interaction model, we investigate the interaction of this special superposed states, which have interesting non-classical properties, with a two level atomic system. In this system, the collapse and revival phenomena in temporal evolution of atomic inversion has been seen. On the other hand, the photon statistics of the field has investigated and determined that the photon statistics of the field in this interaction is the Poissonian distribution like the interaction of standard coherent states with a two level atomic system.

Keywords: coherent states, superposition of coherent states, Jaynes-Cummings model

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03]

۱- مقدمه

بعد از توسعهء نظریهء کوانتومی تابش و با کشف لیزر، حالت‌های همدوس به عنوان حالت‌هایی که به توصیف کلاسیکی میدان الکترومغناطیسی بسیار نزدیک‌اند، به صورت گسترده‌ای مورد مطالعه قرار گرفتند. این حالت‌ها یکی از مهم‌ترین مفاهیم در اپتیک کوانتومی به‌شمار می‌روند که در شاخه‌های مختلف فیزیک مدرن کاربردهای گوناگونی دارند. علاوه بر آن برهم‌نهی حالت‌های همدوس مختلف (خطی و غیرخطی) در سال‌های اخیر به‌صورت گسترده‌ای مورد توجه قرار گرفته‌اند[۱] و [۲]. از جمله معروف‌ترین برهم‌نهی‌های انجام‌شده در حوزه‌ی حالت‌های همدوس استاندارد می‌توان به حالت‌های همدوس زوج و فرد اشاره کرد. از طرفی برهم نهی حالت‌های همدوس استاندارد با اختلاف فاز $\pi/2$ که پیش از این معرفی شده اند[۱] ، دارای ویژگی های غیر کلاسیکی جالبی همچون نوسانی بودن تابع توزیع فوتونی، آمار فوتونی زیر پواسونی، چلاندگی کوادراتورهای میدان و منفی بودن تابع توزیع ویگنر هستند. شکل کلی این برهم نهی به صورت زیر است:

$$\left|\psi_{\mathrm{f}}\right\rangle=\frac{\mathrm{N}}{\sqrt{2}}\left(\left|\alpha\right\rangle+\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}\left|\mathrm{i}\alpha\right\rangle\right) \qquad (۱)$$

که در آن N ضریب بهنجارش، φ اختلاف فاز نسبی و $\left|\alpha\right\rangle$ حالت همدوس استاندارد است که با رابطه زیر داده می شود:

$$\left|\alpha\right\rangle=e^{\frac{-|\alpha|^2}{2}}\sum_{\mathrm{n}=0}^{\infty}\frac{\alpha^{\mathrm{n}}}{\sqrt{\mathrm{n}!}}\left|\mathrm{n}\right\rangle \qquad (۲)$$

تابع توزیع فوتونی حالت برهم نهی شده، داده شده در رابطهء (۱)، به شدت نوسانی است (یک خاصیت غیرکلاسیکی) و از رابطه زیر بدست می آید:

$$P(n)=e^{-|\alpha|^2}\frac{|\alpha|^{2n}}{n!}\frac{1+Cos(\varphi+\frac{n\pi}{2})}{1+e^{-|\alpha|^2}Cos(\varphi+|\alpha|^2)} \qquad (۳)$$

از طرف دیگر برهم کنش حالت‌های مختلف میدان تابشی با سیستم های اتمی مختلف و بخصوص سیستم اتمی دوترازی و تعمیم آن به میدان های چندمدی و اتمهای چند ترازی بعد از ارائهء مدل برهم کنشی جینز-کامینگز به صورت گسترده مورد توجه قرار گرفته است [۳] و [٤]. هامیلتونی مربوط به این مدل برای توصیف اندرکنش یک میدان تک مد با یک سیستم اتمی دوترازی بصورت زیر ارائه شده است:

$$\hat{H}_{JC}=\hbar\upsilon\hat{\mathrm{a}}^{\dagger}\hat{\mathrm{a}}+\tfrac{1}{2}\hbar\omega\hat{\sigma}_z+\hbar g(\hat{\sigma}_+\hat{\mathrm{a}}+\hat{\mathrm{a}}^{\dagger}\hat{\sigma}_-) \qquad (۴)$$

در رابطه بالا $\hbar\upsilon\hat{\mathrm{a}}^{\dagger}\hat{\mathrm{a}}$ و $\frac{1}{2}\hbar\omega\hat{\sigma}_z$ به ترتیب عملگرهای انرژی برای میدان و اتم در غیاب اندرکنش و جمله برهم کنشی بین میدان و اتم با $\hbar g(\hat{\sigma}_+\hat{\mathrm{a}}+\hat{\mathrm{a}}^{\dagger}\hat{\sigma}_-)$ توصیف می شود که در آن g ثابت جفت شدگی است. همچنین عملگرهای $\hat{\mathrm{a}}^{\dagger}$ و $\hat{\mathrm{a}}$ به ترتیب عملگرهای آفرینش و نابودی فوتونی هستند که در رابطه جابجایی $\left[\hat{\mathrm{a}},\hat{\mathrm{a}}^{\dagger}\right]=1$ صدق میکنند و درنهایت عملگرهای $\hat{\sigma}_z$ و $\hat{\sigma}_{\pm}$ به ترتیب عملگرهای استاندارد گذار بین دو تراز اتمی هستند که رابطه های جابجایی به صورت $[\hat{\sigma}_-,\hat{\sigma}_+]=\hat{\sigma}_z$ و $[\hat{\sigma}_{\pm},\hat{\sigma}_z]=\mp2\hat{\sigma}_{\pm}$ را برقرار می کنند. چنانچه حالت پایه اتمی را با $\left|\mathrm{g}\right\rangle$ و حالت برانگیخته را با $\left|\mathrm{e}\right\rangle$ نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_z&=\left|e\right\rangle\left\langle e\right|-\left|g\right\rangle\left\langle g\right|\\ \hat{\sigma}_+&=\left|e\right\rangle\left\langle g\right|\\ \hat{\sigma}_-&=\left|g\right\rangle\left\langle e\right|\end{aligned} \qquad (۵)$$

اما تابع موج توصیف کننده سیستم اتم-میدان در هرلحظه بصورت زیر داده میشود:

$$\left|\psi(\mathrm{t})\right\rangle=\sum_{n=0}^{\infty}\left(c_{e,n}(t)\left|e,n\right\rangle+c_{g,n+1}(t)\left|g,n+1\right\rangle\right) \qquad (۶)$$

در رابطه بالا $\left|c_{e,n}(t)\right|^2$ احتمال بودن اتم در حالت برانگیخته و n فوتون در میدان و بهمین صورت $\left|c_{g,n+1}(t)\right|^2$ احتمال بودن اتم در حالت پایه با $n+1$ فوتون در میدان هستند. با حل معادله شرودینگر با استفاده از هامیلتونی داده شده در رابطهء (۴) روابط زیر

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03]

برای شرایط اولیه $c_{e,n}(0)=c_n(0)$ و $c_{g,n+1}(0)=0$ بدست می آیند:

$$c_{g,n+1}(t)=-c_n(0)\frac{2ig\sqrt{n+1}}{\Omega_n}Sin(\frac{\Omega_n t}{2})e^{-i\Delta t/2}$$
$$c_{e,n}(t)=c_n(0)\left[Cos(\frac{\Omega_n t}{2})-\frac{i\Delta}{\Omega_n}Sin(\frac{\Omega_n t}{2})\right]e^{i\Delta t/2} \quad (۷)$$

که در آن $\Omega_n=\sqrt{\Delta^2+4g^2(n+1)}$ فرکانس رابی در مدل جینز-کامینگز و $\Delta=\omega-\upsilon$ نامیزانی بین فرکانس میدان و فرکانس گذار اتمی است و شرایط اولیه مذکور بیانگر اینست که اتم در ابتدا در حالت برانگیخته بوده است.

۲-وارونی اتمی

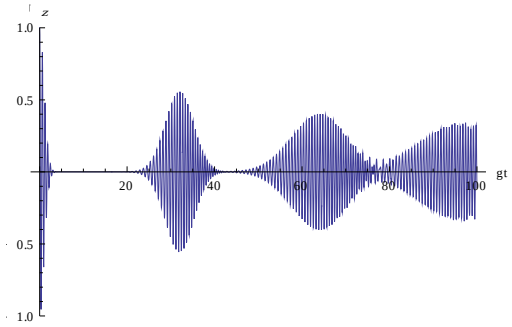
احتمال یافتن اتم در حالتهای پایه و برانگیخته به ترتیب با $\left|c_{e,n}(t)\right|^2$ و $\left|c_{g,n+1}(t)\right|^2$ داده میشود و وارونی اتمی با رابطه زیر بدست می آید:

$$\langle\hat{\sigma}_z\rangle=\sum_{n=0}^{\infty}\left(\left|c_{e,n}(t)\right|^2-\left|c_{g,n+1}(t)\right|^2\right) \quad (۸)$$

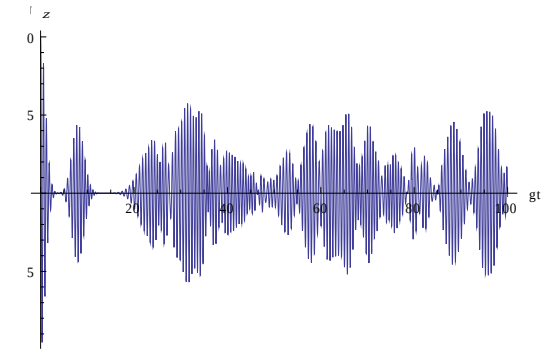
با جایگذاری از رابطه (۷) برای دامنه های گذار به رابطه نهایی زیر برای وارونی اتمی خواهیم رسید:

$$\langle\hat{\sigma}_z\rangle=\sum_{n=0}^{\infty}\left|c_n(0)\right|^2\left(\frac{\Delta^2}{\Omega_n^2}+\frac{4g^2(n+1)}{\Omega_n^2}Cos(\Omega_n t)\right) \quad (۹)$$

که در این رابطه $\left|c_n(0)\right|^2$ توزیع تعداد فوتونهای میدان اولیه در زمان $t=0$ است. اکنون با قرار دادن رابطهء (۳) به جای $\left|c_n(0)\right|^2$، میتوانیم تحول زمانی وارونی اتمی را به ازای میدان برهم نهی شده رابطهء (۱) مورد بررسی قرار دهیم. در شکل (۱) نمودار وارونی جمعیت بر حسب زمان بهنجار شدهء $\tau=gt$ برای وضعیتی که میدان برهم کنش کننده، یک حالت همدوس (رابطه (۲)) است، رسم شده است. لازم به توضیح است که در این حالت به جای $\left|c_n(0)\right|^2$ از رابطهء آشنای تابع توزیع فوتونی حالت های همدوس استفاده میشود[۵]. همچنین در شکل (۲)، همین نمودار در حالتی که میدان ورودی در حالت برهم نهی شده در رابطهء (۱) است، رسم شده است. مقادیر پارامترهای مسئله برای شکل (۱)، $\Delta=0$ و $|\alpha|^2=25$ و در شکل (۲) $\Delta=0$، $|\alpha|^2=25$، $\varphi=\frac{\pi}{2}$ در نظر گرفته شده است. در شکل (۱) وقوع پدیده های آشنای احیا و فروریزش که اثرات کاملا کوانتومی هستند، به وضوح قابل مشاهده است. به همین صورت در شکل (۲)، علیرغم اینکه منحنی پوش نسبت به شکل (۱) وضعیت پیچیده تری دارد و زمانهای مربوط به دو احیا و دو فروریزش متوالی نوعا کاهش پیدا کرده است، اما این پدیده های کاملا کوانتومی، برای برهم کنش برهم نهی حالتهای همدوس استاندارد با اختلاف فاز $\pi/2$ با سیستم دوترازی نیز اتفاق می افتد. منشا پدیده فروریزش، تداخل ویرانگر بین دامنه های احتمال در فرکانسهای رابی مختلف (بخاطر اختلاف در تعداد فوتونها) و بهمین صورت منشا پدیده احیا تداخل سازنده است. همچنین قابل ذکر است که پدیده های احیا و فروریزش به ازای سایر مقادیر Δ، φ و $|\alpha|^2$ نیز اتفاق می افتد.



شکل ۱: تحول زمانی وارونی اتمی $\langle\sigma_z\rangle$ برای برهم کنش اتم با میدان در حالت همدوس بر حسب زمان بهنجارشده $\tau=gt$ و به ازای $\Delta=0$، و $|\alpha|^2=25$



شکل ۲: تحول زمانی وارونی اتمی $\langle\sigma_z\rangle$ برای برهم کنش اتم با میدان در حالت برهم نهی شده بر حسب زمان بهنجارشده $\tau=gt$ و به ازای $\Delta=0$، $\varphi=\frac{\pi}{2}$ و $|\alpha|^2=25$

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03]

۳-آمار فوتونی

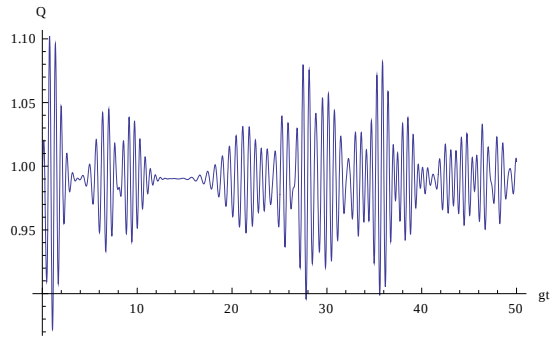
به منظور بررسی آمار فوتونی میدان، واریانس (پاشندگی) بهنجار شده عملگر تعداد فوتونی $\hat{n}$ را که با رابطه زیر داده میشود، محاسبه می کنیم:

$$Q=\frac{\left\langle(\Delta\hat{n})^2\right\rangle}{\langle\hat{n}\rangle}=\frac{\left\langle\hat{n}^2\right\rangle-\langle\hat{n}\rangle^2}{\langle\hat{n}\rangle} \qquad (۱۰)$$

برای محاسبه چشمداشتی های عبارت (۱۰) از رابطه زیر استفاده میکنیم:

$$\left\langle\hat{O}\right\rangle=\sum_{n,m}(c^*_{g,m+1}(t)c_{g,n+1}(t)\langle m+1|\hat{O}|n+1\rangle +c^*_{e,m}(t)c_{e,n}(t)\langle m|\hat{O}|n\rangle) \qquad (۱۱)$$

که با استفاده از رابطه (۶) بدست آمده است. برای محاسبه پاشندگی بهنجار شده در رابطه فوق به جای عملگر $\hat{O}$ عملگرهای $\hat{n}$ و $\hat{n}^2$ را قرار میدهیم. یادآوری میشود چنانچه عبارت پاشندگی در رابطهء (۱۰) برای حالت بخصوصی از میدان مقدار یک داشته باشد، توزیع میدان دارای آمار پوواسونی خواهد بود(همانند حالت‌های همدوس میدان تابشی). اما چنانچه برای این عبارت مقداری کمتر از یک محاسبه شود، میدان مورد بررسی از آمار زیرپوواسونی (یک ویژگی غیرکلاسیکی) برخوردار است و در نهایت در صورتی که مقدار پاشندگی فوتونی بزرگتر از یک باشد، میدان مورد نظر دارای آمار فراپوواسونی خواهد بود. در شکل (۳) تابع پاشندگی رابطهء (۱۰) بر حسب زمان بهنجار شدهء $\tau=gt$ و به ازای $\Delta=0$ ، $|\alpha|^2=25$ و $\varphi=\frac{\pi}{2}$ رسم شده است.



شکل ۳: تحول زمانی پارامتر Q برای برهم کنش اتم با میدان در حالت برهم نهی شده بر حسب زمان بهنجارشده $\tau=gt$ و به ازای $\Delta=0$ ، $\varphi=\frac{\pi}{2}$ و $|\alpha|^2=25$

همانطور که از شکل مشخص است تابع پاشندگی فوتونی حول مقدار یک نوسان میکند و بنابراین می توان نتیجه گرفت آمار فوتونی میدان برهم کنش کننده، دارای توزیع پوواسونی است (همانند حالت‌هایی همدوس استاندارد). لازم به ذکر است به ازای سایر مقادیر وافازی Δ ، فاز نسبی φ و مقدار متوسط فوتونی $|\alpha|^2$ همین رفتار مشاهده میشود.

۴-نتیجه‌گیری

در این مقاله ضمن یادآوری برهم نهی حالت‌های همدوس با اختلاف فاز $\pi/2$، و ذکر تعدادی از ویژگی های برجسته غیرکلاسیکی این حالت‌ها ، برهم کنش این حالت میدان را با یک سیستم اتم دوترازی مورد بررسی قرار دادیم. در این قسمت، از رهیافت مدل برهم کنشی جینز-کامینگز استفاده شد. همانند حالت‌های همدوس استاندارد، در تحول زمانی وارونی اتمی، برای حالت‌های برهم نهی شده بعنوان میدان برهم کنش کننده، علیرغم پیچیدگی در منحنی پوش و کاهش زمانهای مربوط به دو احیا و دو فروریزش متوالی، پدیده های احیا و فروریزش بعنوان پدیده هایی کاملا کوانتومی اتفاق میافتند. همچنین از نقطه نظر آمار کوانتومی، با بررسی تحول زمانی تابع پاشندگی فوتونی مشخص شد که برهم کنش حالت‌های برهم نهی شده با سیستم اتم دوترازی دارای توزیع پوواسونی است.

مراجع

[1] Zeng R., Ahmad M. A. and Shutian Liu, *Nonclassical state via superposition of two coherent states (π/2 out of phase) and related entangled states*, **Optics Commiunications**, 271 (2007) 162-168.

[2] Abbasi O., Tavassoly M. K., *Superposition of two nonlinear coherent states π/2 out of phase and their nonclassical properties*, **Optics Communicasions**, 282 (2009) 3737-3745

[3] Vidialla Barranco A., Moya-Cessa H., Buzek V., *Interaction of superposition of coherent states of light with two-level atoms*;**Journal of Modern Optics**,39 (1992) 1441-1459

[4] Skrypnyk T., *The n-level , n-1 mode Jaynes-Cummings model: spectrum and eigenvectors*, **J. Phys. A**. 46 (2013) 052001

[5]Scully Marlon O., Zubairy M. Suhail, *Quantum optics*, p.54 Cambridge University Press 1997

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03]