بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

تولید حالت فوتون-افزوده درهم‌تنیده و جلوه‌های فیزیکی آن

مهدیه مقامی[۱] و محمدکاظم توسلی[۱و۲]

[۱]گروه اتمی و ملکولی، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد، یزد

[۲]گروه پژوهشی فوتونیک، مرکز تحقیقات مهندسی، دانشگاه یزد، یزد

چکیده – برهم‌کنش بین یک اتم دوترازی با یک میدان کوانتیده تک‌مد به تولید حالت‌های درهم‌تنیده‌ی اتم-میدان منجر می‌شود. این حالت‌ها توسط مدل استاندارد جینز-کامینگز به‌دست می‌آیند. با در نظر داشتن حالت‌های همدوس (استاندارد) فوتون-افزوده، در این مقاله حالت‌های فوتون-افزوده درهم‌تنیده را، که با کنش مکرر عملگر $a^\dagger$ روی حالت‌های درهم‌تنیده اتم-میدان تولید می‌شوند، معرفی می‌کنیم. در آخر، به‌منظور بررسی ویژگی‌های غیرکلاسیکی این حالت‌ها، وارونی جمعیت، آنتروپی خطی، چلاندگی و آمار کوانتومی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

کلید واژه- حالت‌های همدوس فوتون– افزوده، درهم‌تنیدگی، ویژگی‌های غیرکلاسیکی.

Production of Photon-Added Entangled State and its Physical Appearances

Mahdieh Maghami [1], Mohmad Kazem Tavassoly[1,2]

[1]Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University, Yazd

[2]Photonics Research Group, Engineering Research Center, Yazd University, Yazd

Abstract- The interaction between a two-level atom with a single-mode quantized field produces the atom-field entangled state. This state is obtained by the Jaynes-Cummings model. Considering the photon- added (standard) coherent state, in this paper, we will introduce the photon-added entangled state that is produced by repeated action of creation operator $a^\dagger$ on the atom-field entangled state. At last, we will investigate the nonclassical properties of the obtained state, via evaluating population inversion, linear entropy, squeezing and quantum statistics.

Keywords: Photon-added coherent states, Entanglement, Nonclassical properties.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]

۱- مقدمه

حالت‌های همدوس استاندارد $|\alpha\rangle$ بخش مهمی از اپتیک کوانتومی را به خود اختصاص داده‌اند. این حالت‌ها ویژه‌حالت عملگر نابودی بوزونی a هستند $\left(a|\alpha\rangle=\alpha|\alpha\rangle\right)$ و در عین‌حال به‌عنوان شبیه‌ترین حالت کوانتومی به میدان‌های تابشی کلاسیک شناخته می‌شوند. با کشف ارتباط بین لیزر و حالت‌های همدوس، این حالت‌ها مورد توجه بسیار قرار گرفتند. تعمیم این حالت‌ها و تولید حالت‌های همدوس تعمیم‌یافته قابلیت بروز ویژگی‌های غیرکلاسیکی را دارند. یکی از مهم‌ترین این تعمیم‌ها حالت‌های همدوس فوتون-افزوده هستند که توسط اگرول و تارا به شکل $|\alpha,m\rangle=Na^{\dagger m}|\alpha\rangle$ معرفی شدند [۱]. ویژگی‌های این حالت‌ها با بررسی پارامترهایی مانند چلاندگی مرتبه اول، تابع توزیع احتمال، تابع توزیع ویگنر و پارامتر مندل مطالعه شده‌است. حالت‌های همدوس فوتون- افزوده می‌توانند در فرایندهای برهم‌کنش اتم-میدان درکاواک تولید شوند. اخیرا این حالت‌ها به ازای $m=1$ به‌طور آزمایشگاهی نیز توسط زاواتا و همکارانش تولید شده‌اند [۲]. از سوی دیگر، درهم‌تنیدگی یک ویژگی قابل‌توجه در مکانیک کوانتومی در سامانه‌های چندقسمتی است. سامانه‌های کوانتومی شناخته‌شده‌ی بسیاری قابلیت تولید حالت‌های درهم‌تنیده را دارند. یکی از شناخته‌شده‌ترین آن‌ها برهم‌کنش یک اتم دوترازی با یک میدان تابشی کوانتیده تک‌مد است که توسط مدل جینز-کامینگز به‌خوبی توصیف می‌شود و حالت بنیادی‌ای برای درک برهم‌کنش بین نور و ماده در اپتیک کوانتومی است. این مدل تعدادی از پدیده‌هایی که قابل توصیف با مکانیک کلاسیک نیست، را به‌درستی توجیه می‌کند. بردار حالت سامانه مزبور به‌صورت زیر به‌دست آمده‌است [۳]:

$$|\psi(t)\rangle=\sum_n\left(C_{a,n}(t)|a,n\rangle+C_{b,n}(t)|b,n\rangle\right) \qquad (۱)$$

که در آن دامنه‌های احتمال $C_{a,n}$ و $C_{b,n}$ با روابط زیر توصیف می‌شوند $(\Delta=\omega-\nu)$:

$$C_{a,n}(t)=C_n(0)\left(\cos\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right)-\frac{i\Delta}{\Omega_n}\sin\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right)\right)e^{\frac{i\Delta t}{2}} \qquad (۲)$$

$$C_{b,n}(t)=-C_{n-1}(0)\frac{2ig\sqrt{n}}{\Omega_{n-1}}\sin\left(\frac{\Omega_{n-1}t}{2}\right)e^{-\frac{i\Delta t}{2}} \qquad (۳)$$

در روابط بالا نمادهای زیر انتخاب شده‌است:

$$C_n(0)=e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}}\left(\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}\right),\quad \Omega_n{}^2=\Delta^2+4g^2(n+1) \qquad (۴)$$

۲- تولید حالت همدوس فوتون-افزوده درهم‌تنیده

با اثردادن عملگر $a^{\dagger m}$ بر روی بردار حالت $|\psi(t)\rangle$ در رابطه (۱) حالت همدوس فوتون-افزوده درهم‌تنیده زیر را تولید می‌کنیم $\left(a^{\dagger m}|\psi(t)\rangle=|\psi(t),m\rangle\right)$:

(۵)

$$|\psi(t),m\rangle=\sum_n C_{a,n,m}(t)|a,n\rangle+\sum_n C_{b,n,m}(t)|b,n\rangle$$

(۶)

$$C_{a,n,m}(t)=C_n(0)\left(\cos\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right)-\frac{i\Delta}{\Omega_n}\sin\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right)\right)e^{\frac{i\Delta t}{2}}\sqrt{\frac{(n+m)!}{n!}}$$

(۷)

$$C_{b,n,m}(t)=-C_{n-1}(0)\frac{2ig\sqrt{n}}{\Omega_{n-1}}\sin\left(\frac{\Omega_{n-1}t}{2}\right)e^{-\frac{i\Delta t}{2}}\sqrt{\frac{(n+m)!}{n!}}$$

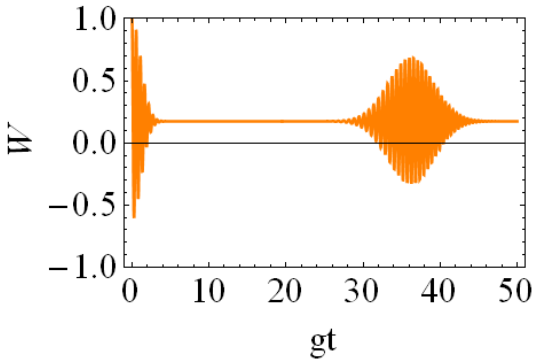
حال که شکل صریح حالت موردنظر به‌دست آمد، می‌توان ویژگی‌های فیزیکی آن را مورد تجزیه و تحلیل قرار داد. بدین منظور وارونی جمعیت، آنتروپی خطی، چلاندگی و آمار کوانتومی را بررسی می‌کنیم. در تمام محاسبات ارائه‌شده ثابت جفت‌شدگی $g=1$ و تعداد متوسط فوتون‌های میدان $|\alpha|^2=\langle n\rangle=25$ است، مگر اینکه به‌طور صریح ذکر شده باشد.

۲-۱- وارونی جمعیت

وارونی جمعیت اتمی با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$W(t)=\sum_n\left(|C_{a,n,m}(t)|^2-|C_{b,n,m}(t)|^2\right) \qquad (۸)$$

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]

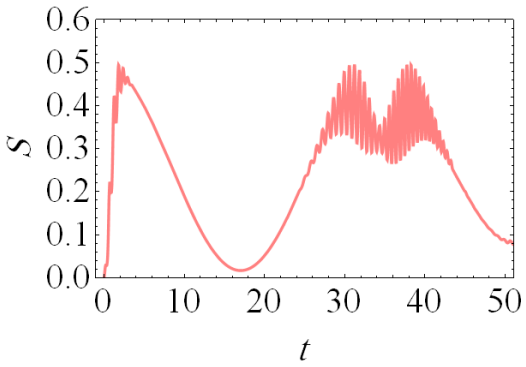


شکل ۱: وارونی جمعیت به ازای $m=1$ و $\Delta=5$.

شکل ۱ نمودار وارونی جمعیت را برای حالت فوتون–افزوده درهم‌تنیده (۵) به ازای پارامترهای مشخص‌شده در نمودار نشان می‌دهد. پدیده کوانتومی محض فروافت-احیا به‌خوبی در این شکل دیده می‌شود.

۲-۲- آنتروپی خطی

در مکانیک کوانتومی می‌توان حالت سامانه را با ماتریس چگالی تعریف کرد. آنتروپی خطی یک کمیت وابسته به ماتریس چگالی است که با رابطه $S(t)=1-Tr(\rho^2)$ تعریف می‌شود و معیاری برای سنجش درهم‌تنیدگی است. افزایش (کاهش) آنتروپی متناظر است با افزایش (کاهش) درهم‌تنیدگی است.



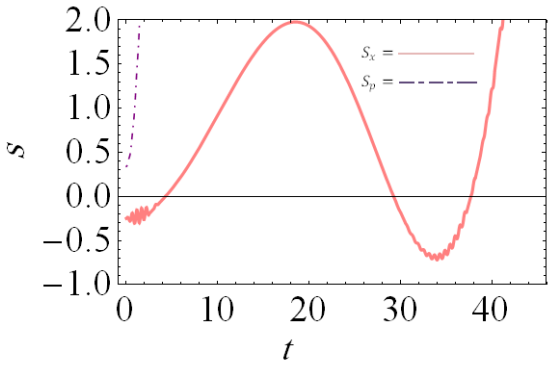
شکل ۲: آنتروپی خطی به ازای $m=5$ و $\Delta=1$.

شکل ۲ تغییرات آنتروپی خطی، که بیانگر میزان درهم‌تنیدگی بین زیرسامانه‌های اتم و میدان است، را به ازای پارامترهای مشخص‌شده نشان می‌دهد.

۲-۳- چلاندگی

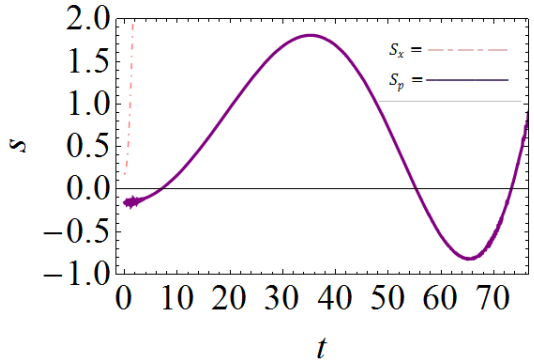
وقوع چلاندگی در برخی از حالت‌های میدان تابشی، از جمله جلوه‌های بسیار جالب برهم‌کنش اتم-میدان است.

چلاندگی در مولفه‌های مکان و تکانه‌ی میدان با رابطه $S_{x_i}=2(\Delta x_i)^2-1,\ \ (x_i=x,p)$ اندازه‌گیری می‌شود.



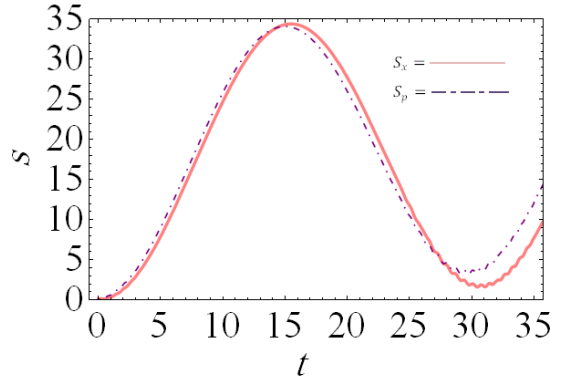
شکل ۳: چلاندگی به ازای $\alpha=5$، $m=5$ و $\Delta=5$.

نمودار رسم شده در شکل ۳، وقوع چلاندگی در راستای x را در دو بازه‌ی زمانی به ازای مقادیر معین‌شده نشان می‌دهد.



شکل ۴: چلاندگی به ازای $\alpha=10i$، $m=10$ و $\Delta=10$.

نمودار رسم‌شده شکل ۴ وقوع چلاندگی درمولفه تکانه در برخی بازه‌های زمانی را نشان می‌دهد.



شکل ۵: چلاندگی به ازای $\alpha=2.5+2.5i$، $m=5$، $\Delta=5$.

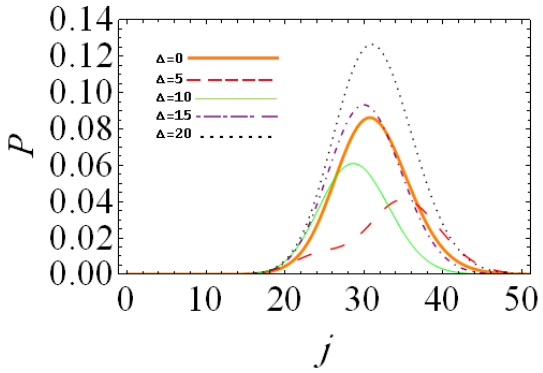
شکل ۵ عدم وقوع چلاندگی به ازای α و پارامترهای

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]

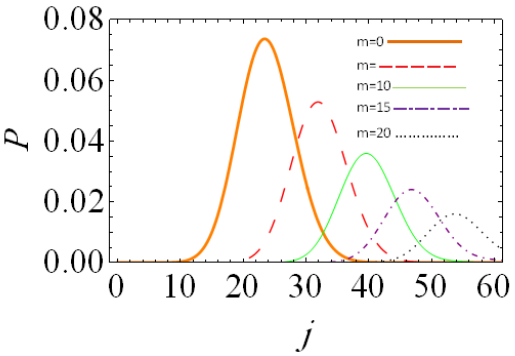
معین m و Δ را به تصویر می‌کشد.

۲-۴- آمار کوانتومی

عدد اشغال فوتونی از رابطه $P(j)=\left|\langle j|\Psi(t),m\rangle\right|^2$ قابل محاسبه است. شکل ۶ و ۷ به‌ترتیب تغییرات تابع توزیع احتمال به ازای Δهای مختلف و mهای مختلف را نشان می‌دهد. مطابق شکل ۶ با انتخاب پارامترهای داده‌شده، با افزایش Δ از صفر به ۱۰، $P(j)$ کاهش می‌یابد ولی به ازای مقادیر بزرگتر ۱۵ و ۲۰ مجددا افزایش چشم‌گیری پیدا می‌کند. همان‌گونه که در شکل ۷ دیده می‌شود با افزایش m، قله نمودارها ضمن کاهش، به سمت تعداد فوتون‌های بیشتر جابجا می‌شود.



شکل ۶: تابع توزیع احتمال به ازای Δهای مختلف و $m=3$.

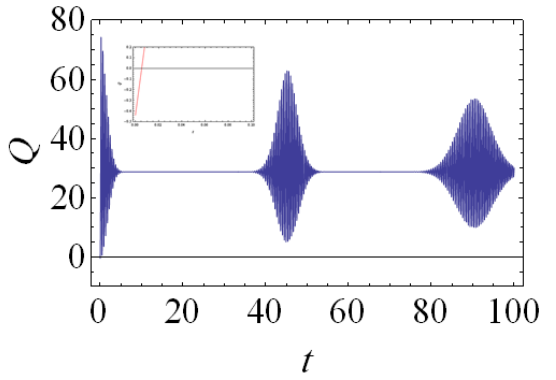


شکل ۷: تابع توزیع احتمال به ازای mهای مختلف و $\Delta=10$.

پارامتر مندل مربوط به یک میدان تک‌مد با معیار زیر مورد بررسی قرار می‌گیرد:

$$Q=\frac{\langle n^2\rangle-\langle n\rangle^2}{\langle n\rangle}-1,\quad n=a^{\dagger}a \qquad (۹)$$

مقادیر $Q=0$، $Q<0$ و $Q>0$ به‌ترتیب توزیع‌های پواسونی، زیرپواسونی و فراپواسونی را نشان می‌دهد.



شکل ۸: پارامتر مندل به ازای $m=10$ و $\Delta=10$.

شکل ۸ پارامتر مندل را برحسب زمان نشان می‌دهد که بیانگر توزیع زیرپواسونی در زمان‌های اولیه است. در عین حال، وقوع پدیده فروافت-احیا در این شکل از جلوه‌های بارز غیرکلاسیکی‌بودن حالت به‌دست آمده در این مقاله است.

۳- نتیجه‌گیری

به‌طور خلاصه، با معرفی رده‌ی جدیدی از حالت‌های فوتون-افزوده‌ی درهم‌تنیده، برخی ویژگی‌های غیرکلاسیکی آن‌ها را بررسی کردیم. تجزیه و تحلیل‌های عددی، نشان‌دهنده‌ی وقوع پدیده‌های کاملا کوانتومی فروافت-احیا در وارونی جمعیت و پارامتر مندل، همچنین تغییرات درهم‌تنیدگی و چلاندگی برحسب زمان بررسی گردید. قابل توجه است که برخلاف حالت‌های فوتون-افزوده، با توجه به پارامترهای متعددی که با معرفی حالت فوتون-افزوده درهم‌تنیده در این مقاله در اختیار داریم، امکان دسترسی به پدیده‌های غیرکلاسیکی مختلف در دامنه‌های متفاوت میسر است.

مراجع

[1] G. S. Agarwal and K. Tara, *Nonclassical properties of states generated by the excitations on a coherent state*, p. 492, **Phys. Rev. A 43,** 1991.
[2] A. Zavatta, S. Viciani, M. Bellini, *Quantum-to-classical transition with single-photon-added coherent states of ligh*, p. 660, **Science 306**, 2004.
[3] M. O. Scully, M. S. Zubairy, *Quantum Optics*, p. 198, Cambridge Uni. Press, Edit. 3, 2001.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]