



تولید حالت فوتون-افزوده درهم‌تنیده و جلوه‌های فیزیکی آن

مهدیه مقامی^۱ و محمدکاظم توسلی^۲

^۱گروه اتمی و ملکولی، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد، یزد

^۲گروه پژوهشی فوتونیک، مرکز تحقیقات مهندسی، دانشگاه یزد، یزد

چکیده - برهم‌کنش بین یک اتم دوترازی با یک میدان کوانتیده تک‌مد به تولید حالت‌های درهم‌تنیده‌ی اتم-میدان منجر می‌شود. این حالت‌ها توسط مدل استاندارد جینز-کامینگز به‌دست می‌آیند. با در نظر داشتن حالت‌های همدوس (استاندارد) فوتون-افزوده، در این مقاله حالت‌های فوتون-افزوده درهم‌تنیده را، که با کنش مکرر عملگر $a^\dagger$ روی حالت‌های درهم‌تنیده اتم-میدان تولید می‌شوند، معرفی می‌کنیم. در آخر، به‌منظور بررسی ویژگی‌های غیرکلاسیکی این حالت‌ها، وارونی جمعیت، آنتروپی خطی، چلانگی و آمار کوانتومی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

کلید واژه - حالت‌های همدوس فوتون-افزوده، درهم‌تنیدگی، ویژگی‌های غیرکلاسیکی.

Production of Photon-Added Entangled State and its Physical Appearances

Mahdieh Maghami¹, Mohmad Kazem Tavassoly^{1,2}

¹Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University, Yazd

²Photonics Research Group, Engineering Research Center, Yazd University, Yazd

Abstract- The interaction between a two-level atom with a single-mode quantized field produces the atom-field entangled state. This state is obtained by the Jaynes-Cummings model. Considering the photon-added (standard) coherent state, in this paper, we will introduce the photon-added entangled state that is produced by repeated action of creation operator $a^\dagger$ on the atom-field entangled state. At last, we will investigate the nonclassical properties of the obtained state, via evaluating population inversion, linear entropy, squeezing and quantum statistics.

Keywords: Photon-added coherent states, Entanglement, Nonclassical properties.

۱- مقدمه

حالت‌های همدوس استاندارد $|\alpha\rangle$ بخش مهمی از اپتیک کوانتومی را به خود اختصاص داده‌اند. این حالت‌ها ویژه حالت عملگر نابودی بوزونی a هستند ($a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$) و در عین حال به عنوان شبیه‌ترین حالت کوانتومی به میدان‌های تابشی کلاسیک شناخته می‌شوند. با کشف ارتباط بین لیزر و حالت‌های همدوس، این حالت‌ها مورد توجه بسیار قرار گرفتند. تعمیم این حالت‌ها و تولید حالت‌های همدوس تعمیم‌یافته قابلیت بروز ویژگی‌های غیرکلاسیکی را دارند. یکی از مهم‌ترین این تعمیم‌ها حالت‌های همدوس فوتون-افزوده هستند که توسط اگرول و تارا به شکل $|\alpha, m\rangle = Na^{\dagger m}|\alpha\rangle$ معرفی شدند [۱]. ویژگی‌های این حالت‌ها با بررسی پارامترهایی مانند چلانگی مرتبه اول، تابع توزیع احتمال، تابع توزیع ویگنر و پارامتر مندل مطالعه شده است. حالت‌های همدوس فوتون-افزوده می‌توانند در فرایندهای برهم‌کنش اتم-میدان در کاواک تولید شوند. اخیراً این حالت‌ها به ازای $m=1$ به طور آزمایشگاهی نیز توسط زاواتا و همکارانش تولید شده‌اند [۲]. از سوی دیگر، درهم‌تنیدگی یک ویژگی قابل توجه در مکانیک کوانتومی در سامانه‌های چندقسمتی است. سامانه‌های کوانتومی شناخته‌شده‌ی بسیاری قابلیت تولید حالت‌های درهم‌تنیده را دارند. یکی از شناخته‌شده‌ترین آن‌ها برهم‌کنش یک اتم دوترازی با یک میدان تابشی کوانتیده تک‌مد است که توسط مدل جینز-کامینگز به خوبی توصیف می‌شود و حالت بنیادی‌ای برای درک برهم‌کنش بین نور و ماده در اپتیک کوانتومی است. این مدل تعدادی از پدیده‌هایی که قابل توصیف با مکانیک کلاسیک نیست، را به درستی توجیه می‌کند. بردار حالت سامانه مزبور به صورت زیر به دست آمده است [۳]:

$$|\psi(t)\rangle = \sum_n (C_{a,n}(t)|a, n\rangle + C_{b,n}(t)|b, n\rangle) \quad (۱)$$

که در آن دامنه‌های احتمال $C_{a,n}$ و $C_{b,n}$ با روابط زیر توصیف می‌شوند ($\Delta = \omega - \nu$):

$$C_{a,n}(t) = C_n(0) \left(\cos\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) - \frac{i\Delta}{\Omega_n} \sin\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) \right) e^{\frac{i\Delta t}{2}} \quad (۲)$$

$$C_{b,n}(t) = -C_{n-1}(0) \frac{2ig\sqrt{n}}{\Omega_{n-1}} \sin\left(\frac{\Omega_{n-1}t}{2}\right) e^{-\frac{i\Delta t}{2}} \quad (۳)$$

در روابط بالا نمادهای زیر انتخاب شده است:

$$C_n(0) = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \left(\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \right), \quad \Omega_n^2 = \Delta^2 + 4g^2(n+1) \quad (۴)$$

۲- تولید حالت همدوس فوتون-افزوده درهم‌تنیده

با اثر دادن عملگر $a^{\dagger m}$ بر روی بردار حالت $|\psi(t)\rangle$ در رابطه (۱) حالت همدوس فوتون-افزوده درهم‌تنیده زیر را تولید می‌کنیم

$$\left(a^{\dagger m} |\psi(t)\rangle = |\psi(t), m\rangle \right) \quad (۵)$$

$$|\psi(t), m\rangle = \sum_n C_{a,n,m}(t) |a, n\rangle + \sum_n C_{b,n,m}(t) |b, n\rangle \quad (۶)$$

$$C_{a,n,m}(t) = C_n(0) \left(\cos\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) - \frac{i\Delta}{\Omega_n} \sin\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) \right) e^{\frac{i\Delta t}{2}} \sqrt{\frac{(n+m)!}{n!}} \quad (۷)$$

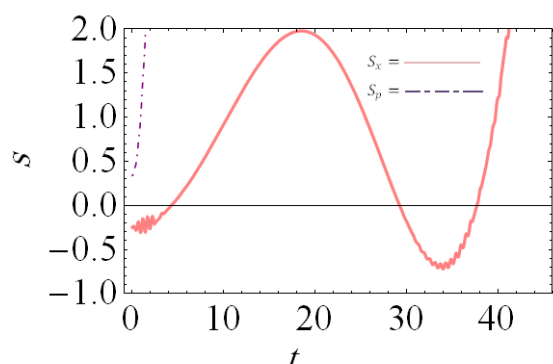
حال که شکل صریح حالت موردنظر به دست آمد، می‌توان ویژگی‌های فیزیکی آن را مورد تجزیه و تحلیل قرار داد. بدین منظور وارونی جمعیت، آنروپی خطی، چلانگی و آمار کوانتومی را بررسی می‌کنیم. در تمام محاسبات ارائه شده ثابت جفت‌شدگی $g=1$ و تعداد متوسط فوتون‌های میدان $\langle n \rangle = 25$ است، مگر اینکه به طور صریح ذکر شده باشد.

۲-۱- وارونی جمعیت

وارونی جمعیت اتمی با رابطه زیر تعریف می‌شود:

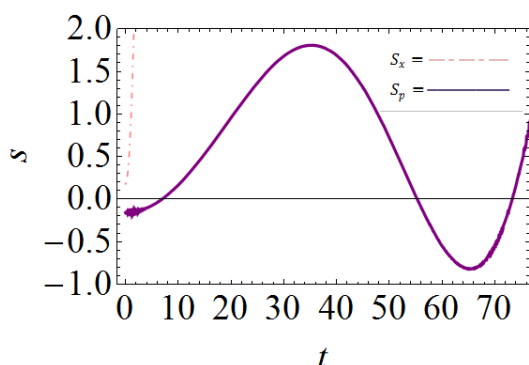
$$W(t) = \sum_n \left(|C_{a,n,m}(t)|^2 - |C_{b,n,m}(t)|^2 \right) \quad (۸)$$

چلانندی در مولفه‌های مکان و تکانه‌ی میدان با رابطه $S_{x_i} = 2(\Delta x_i)^2 - 1$, ($x_i = x, p$) اندازه‌گیری می‌شود.



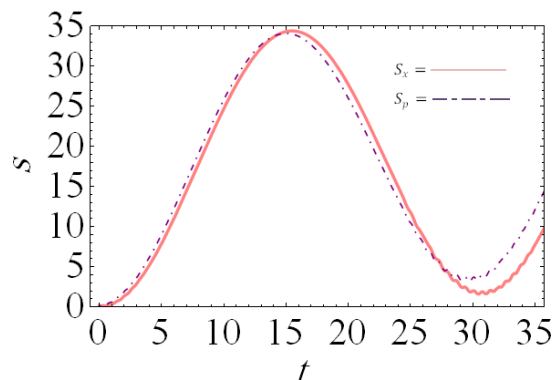
شکل ۳: چلانندی به ازای $\Delta = 5$ و $m = 5$, $\alpha = 5$.

نمودار رسم شده در شکل ۳، وقوع چلانندی در راستای x را در دو بازه‌ی زمانی به ازای مقادیر معین شده نشان می‌دهد.



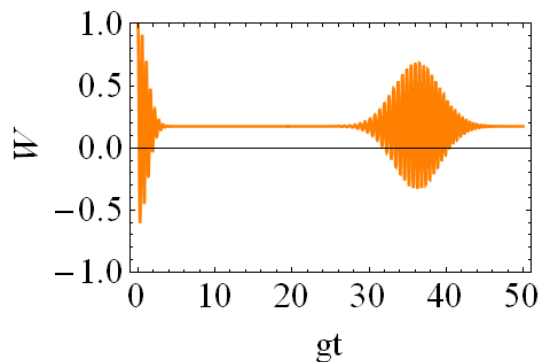
شکل ۴: چلانندی به ازای $\Delta = 10$ و $m = 10$, $\alpha = 10i$.

نمودار رسم شده شکل ۴ وقوع چلانندی در مولفه تکانه در برخی بازه‌های زمانی را نشان می‌دهد.



شکل ۵: چلانندی به ازای $\Delta = 5$, $m = 5$, $\alpha = 2.5 + 2.5i$.

شکل ۵ عدم وقوع چلانندی به ازای α و پارامترهای

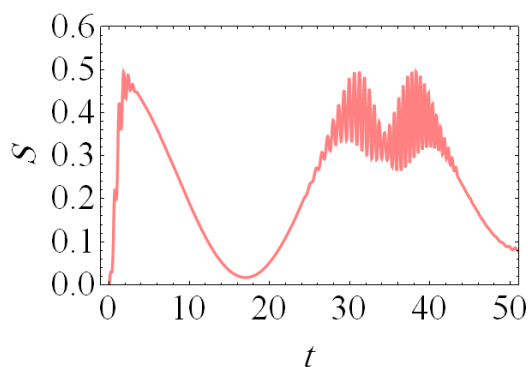


شکل ۱: وارونی جمعیت به ازای $\Delta = 5$ و $m = 1$.

شکل ۱ نمودار وارونی جمعیت را برای حالت فوتون-افزوده درهم‌تنیده (۵) به ازای پارامترهای مشخص شده در نمودار نشان می‌دهد. پدیده کوانتومی محض فروافت-احیا به‌خوبی در این شکل دیده می‌شود.

۲-۲- آنتروپی خطی

در مکانیک کوانتومی می‌توان حالت سامانه را با ماتریس چگالی تعریف کرد. آنتروپی خطی یک کمیت وابسته به ماتریس چگالی است که با رابطه $S(t) = 1 - \text{Tr}(\rho^2)$ تعریف می‌شود و معیاری برای سنجش درهم‌تنیدگی است. افزایش (کاهش) آنتروپی متناظر است با افزایش (کاهش) درهم‌تنیدگی است.



شکل ۲: آنتروپی خطی به ازای $\Delta = 1$ و $m = 5$.

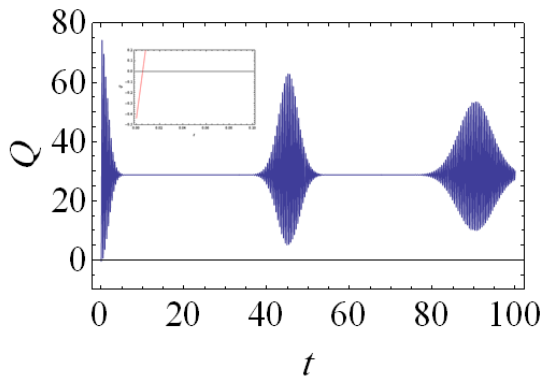
شکل ۲ تغییرات آنتروپی خطی، که بیانگر میزان درهم‌تنیدگی بین زیرسامانه‌های اتم و میدان است، را به ازای پارامترهای مشخص شده نشان می‌دهد.

۳-۲- چلانندی

وقوع چلانندی در برخی از حالت‌های میدان تابشی، از جمله جلوه‌های بسیار جالب برهم‌کنش اتم-میدان است.

معین m و Δ را به تصویر می‌کشد.

پواسونی، زیرپواسونی و فراپواسونی را نشان می‌دهد.



شکل ۸: پارامتر مندل به ازای $m=10$ و $\Delta=10$.

شکل ۸ پارامتر مندل را برحسب زمان نشان می‌دهد که بیانگر توزیع زیرپواسونی در زمان‌های اولیه است. در عین حال، وقوع پدیده فروافت-احیا در این شکل از جلوه‌های بارز غیرکلاسیکی بودن حالت به‌دست آمده در این مقاله است.

۳- نتیجه‌گیری

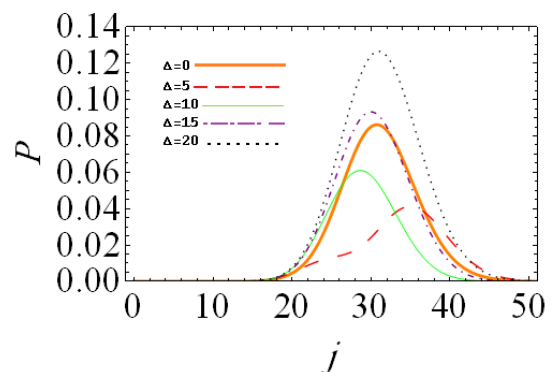
به‌طور خلاصه، با معرفی رده‌ی جدیدی از حالت‌های فوتون-افزوده‌ی درهم‌تنیده، برخی ویژگی‌های غیرکلاسیکی آن‌ها را بررسی کردیم. تجزیه و تحلیل‌های عددی، نشان‌دهنده‌ی وقوع پدیده‌های کاملاً کوانتومی فروافت-احیا در وارونی جمعیت و پارامتر مندل، همچنین تغییرات درهم‌تنیدگی و چلاندگی برحسب زمان بررسی گردید. قابل توجه است که برخلاف حالت‌های فوتون-افزوده، با توجه به پارامترهای متعددی که با معرفی حالت فوتون-افزوده درهم‌تنیده در این مقاله در اختیار داریم، امکان دسترسی به پدیده‌های غیرکلاسیکی مختلف در دامنه‌های متفاوت میسر است.

مراجع

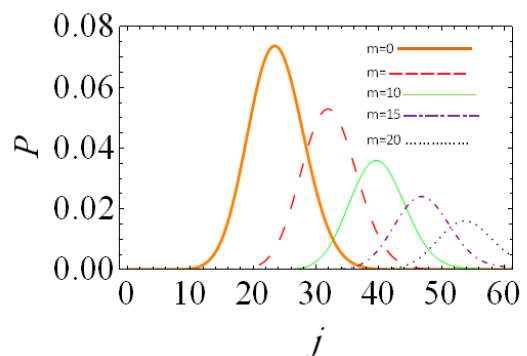
- [1] G. S. Agarwal and K. Tara, *Nonclassical properties of states generated by the excitations on a coherent state*, p. 492, **Phys. Rev. A** **43**, 1991.
- [2] A. Zavatta, S. Viciani, M. Bellini, *Quantum-to-classical transition with single-photon-added coherent states of light*, p. 660, **Science** **306**, 2004.
- [3] M. O. Scully, M. S. Zubairy, *Quantum Optics*, p. 198, Cambridge Uni. Press, Edit. 3, 2001.

۲-۴- آمار کوانتومی

عدد اشغال فوتونی از رابطه $P(j) = |\langle j | \Psi(t), m \rangle|^2$ قابل محاسبه است. شکل ۶ و ۷ به ترتیب تغییرات تابع توزیع احتمال به ازای Δ ‌های مختلف و m ‌های مختلف را نشان می‌دهد. مطابق شکل ۶ با انتخاب پارامترهای داده‌شده، با افزایش Δ از صفر به ۱۰، $P(j)$ کاهش می‌یابد ولی به ازای مقادیر بزرگتر ۱۵ و ۲۰ مجدداً افزایش چشم‌گیری پیدا می‌کند. همان‌گونه که در شکل ۷ دیده می‌شود با افزایش m ، قله نمودارها ضمن کاهش، به سمت تعداد فوتون‌های بیشتر جابجا می‌شود.



شکل ۶: تابع توزیع احتمال به ازای Δ ‌های مختلف و $m=3$.



شکل ۷: تابع توزیع احتمال به ازای m ‌های مختلف و $\Delta=10$.

پارامتر مندل مربوط به یک میدان تک‌مد با معیار زیر مورد بررسی قرار می‌گیرد:

$$Q = \frac{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2}{\langle n \rangle} - 1, \quad n = a^\dagger a \quad (9)$$

مقادیر $Q=0$ ، $Q<0$ و $Q>0$ به ترتیب توزیع‌های