بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

# بررسی درهم‌تنیدگی در سامانه‌های اپتومکانیک جفت‌شده در حضور محیط غیرخطی OPA

نجمه اتحادی ابری [۱]، فردین خیراندیش [۱]، سیدجواد اخترشناس [۱] و آزاده زارع [۱]
[۱] دانشکده علوم، گروه فیزیک دانشگاه اصفهان، خیابان هزارجریب، اصفهان

**چکیده – در این پژوهش نظری، به بررسی امکان ایجاد و انتقال درهم‌تنیدگی میان مدهای مختلف سامانه‌های اپتومکانیکی مشابه که از یکدیگر فاصله دارند و به‌وسیله فیبر نوری به یکدیگر متصل شده‌اند، در حضور محیط غیر خطی *OPA* می‌پردازیم. نشان خواهیم داد که وجود محیط غیرخطی در سامانه که باعث افزایش متوسط تعداد فوتون‌ها و در نتیجه افزایش ثابت جفت‌شدگی اپتومکانیکی می‌شود، درهم‌تنیدگی مدهای مختلف را تحت تأثیر قرار داده و میزان آن را افزایش می‌دهد. علاوه براین، در حضور غیرخطیت *OPA* و در مقایسه با سامانه‌های اپتومکانیک برهنه از همین نوع، مقاومت بیشینه درهم‌تنیدگی سامانه در مقابل دما افزایش خواهد یافت.**

کلید واژه- درهم‌تنیدگی، سامانه‌های اپتومکانیک، محیط غیرخطی OPA .

# Investigation of Entanglement in Optomechanical Arrays in The Presence of OPA nonlinearity

Najme Ettehadi Abari[1], Fardin Kheirandish [1], Seyed Javad Akhtarshenas [1] and Azade Zare[1]

[1] Department of Physics, University of Isfahan, Isfahan

Abstract- In this study, we theoretically investigate the possibility of entanglement generation and swapping between different modes of coupled optomechanical arrays in the presence of OPA nonlinearity. As can be seen, in this setup, the presence of OPA media, which can increase the mean photon number and consequently the optomechanical coupling constant, lead to stronger entanglement between adjacent and distant modes of optomechanical systems in comparison with bare ones. Moreover, by using these nonlinear media, the steady state entanglement between different modes of arrays in stable regime becomes more robust against temperature.

Keywords: Entanglement, Optomechanical systems, Nonlinear OPA medium.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06 ]

## ۱- مقدمه

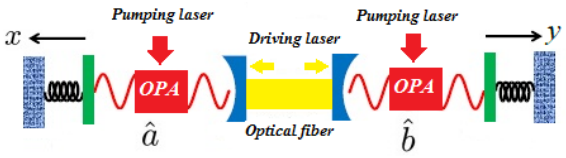
درهم‌تنیدگی یکی از پدیده‌های مهم مکانیک کوانتومی بشمار می‌رود که مشاهده آن درجهان ماکروسکوپیک، به دلیل جفت‌شدگی سامانه‌ها با محیط اطراف و ایجاد واهمدوسی به آسانی میسر نمی‌باشد. در سال‌های اخیر، سامانه‌های اپتومکانیک به‌عنوان سامانه‌های ماکروسکوپیک که در ساده‌ترین حالت از یک کاواک اپتیکی با تک آینه‌ای متحرک تشکیل شده‌اند، امکان بررسی اثرات کوانتومی نظیر درهم‌تنیدگی را میسر ساخته اند[۱]. در این سامانه‌ها، نیروی فشارتابشی می‌تواند منجربه حرکت آینه متحرک حول نقطه تعادل و درنتیجه جفت‌شدگی مدهای مکانیکی و اپتیکی و ایجاد درهم‌تنیدگی میان آن‌ها شود. در این پژوهش به بررسی درهم‌تنیدگی در سامانه‌های اپتومکانیکی جفت‌شده اتلافی در حضور محیط‌غیرخطی تقویت‌کننده پارامتریک اپتیکی (OPA) می‌پردازیم. در بخش اول برپایش فیزیکی سامانه رابیان کرده و در بخش دوم تحولات آن را بررسی می‌کنیم و در انتها نیز خواهیم دید که چگونه با حضور محیط غیرخطی، می‌توان درهم‌تنیدگی را در سامانه تقویت نمود.

## ۲- برپایش فیزیکی سامانه:

آرایش فیزیکی سامانه مورد نظر شامل دو کاواک مشابه فابری- پرو به طول L به همراه آینه‌های متحرک در یکی از دو انتهای هریک از کاواک‌ها می‌باشد که توسط لیزرهای نور همدوس مشابه دمیده می‌شوند[۲, ۳]. درون هریک از کاواک‌ها، محیط غیرخطی OPA که توسط لیزرهای مشابه پمپ می‌شوند، قرار گرفته است(شکل ۱). در این پژوهش فرض شده است که کاواک‌ها تک‌مداند و این مدها از طریق فیبر نوری با یکدیگر جفت شده‌اند. لازمه درست بودن فرض کاواک تک مد این است که فرکانس نوسانات آینه، بسیار کوچکتر از فاصله جدایی بین مدهای اپتیکی درون کاواک باشد بطوریکه بتوان از پراکندگی مد اپتیکی به سایر مدها صرف‌نظر نمود[۴]

$$\omega_m \prec \Delta\omega_c = \frac{\pi c}{L} \qquad (1)$$

در عبارت فوق، $\omega_m$ بسامد نوسانات مد مکانیکی و $\omega_c$ بسامد بازآوایی مد اپتیکی می‌باشد. در نتیجه می‌توان هامیلتونی سامانه کلی را در دستگاه مختصات چرخان وابسته به لیزر دمشی ( $\omega_L$ ) بدین‌صورت نوشت




شکل۱: شمایی از دو سامانه اپتومکانیک جفت‌شده توسط فیبر نوری

$$\begin{aligned}\hat{H} &= \hbar(\omega_c-\omega_L)(\hat{a}^\dagger\hat{a}+\hat{b}^\dagger\hat{b})+\frac{\hbar\omega_m}{2}(\hat{q}_1^2+\hat{p}_1^2)\\ &+\frac{\hbar\omega_m}{2}(\hat{q}_2^2+\hat{p}_2^2)+i\hbar E[(\hat{a}^\dagger-\hat{a})+(\hat{b}^\dagger-\hat{b})]\\ &+\hbar\lambda(\hat{a}^\dagger\hat{b}+\hat{b}^\dagger\hat{a})-\hbar g_0(\hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{q}_1+\hat{b}^\dagger\hat{b}\hat{q}_2)\\ &+i\hbar\chi[(e^{i\theta}\hat{a}^{\dagger 2}-e^{-i\theta}\hat{a}^2)+(e^{i\theta}\hat{b}^{\dagger 2}-e^{-i\theta}\hat{b}^2)]\end{aligned} \qquad (2)$$

در رابطه فوق، $\hat{a},\hat{a}^\dagger$ $(\hat{b},\hat{b}^\dagger)$ عملگرهای خلق و فنای میدان الکترومغناطیسی درون کاواک اول(دوم)، $\hat{p}_1,\hat{q}_1$ $(\hat{p}_2,\hat{q}_2)$، عملگرهای بدون بعد نسبت‌داده‌شده به مد مکانیکی کاواک اول(دوم)، $\chi$ ثابت جفت‌شدگی میان محیط غیرخطی OPA و لیزر تابنده بر آن، $\theta$ فاز میدان دمشی بر محیط غیرخطی، $\lambda$ ثابت جفت‌شدگی مدهای اپتیکی دو کاواک، $g_0=\frac{\omega_c}{L}\sqrt{\hbar/m\omega_m}$ ضریب جفت‌شدگی اپتومکانیکی و $E=\sqrt{2\kappa_c P/\hbar\omega_c}$ کمیت وابسته به میدان لیزر دمشی کاواک‌های اپتومکانیکی است که متناسب با توان لیزر(P) و نرخ فرار فوتون‌ها از درون کاواک ( $\kappa_c$ ) می‌باشد.

### ۲-۱- تحولات سامانه

برای بررسی تحولات دینامیکی عملگرهای سامانه مورد نظر در رژیم اتلافی با استفاده از معادلات لانژون- هایزنبرگ داریم[۵]

$$\begin{aligned}&\dot{\hat{q}}_1=\omega_m\hat{p}_1 \quad , \quad \dot{\hat{q}}_2=\omega_m\hat{p}_2\\ &\dot{\hat{p}}_1=-\omega_m\hat{q}_1-\gamma_m\hat{p}_1+g_0\hat{a}^\dagger\hat{a}+\hat{\xi}_1(t)\\ &\dot{\hat{p}}_2=-\omega_m\hat{q}_2-\gamma_m\hat{p}_2+g_0\hat{b}^\dagger\hat{b}+\hat{\xi}_2(t)\\ &\dot{\hat{a}}=-(\kappa_c+i\Delta_0)\hat{a}-i\lambda\hat{b}+ig_0\hat{a}\hat{q}_1+E\\ &\quad+2\chi\hat{a}^\dagger e^{i\theta}+\sqrt{2\kappa_c}\hat{a}_{in}\\ &\dot{\hat{b}}=-(\kappa_c+i\Delta_0)\hat{b}-i\lambda\hat{a}+ig_0\hat{b}\hat{q}_2+E\\ &\quad+2\chi\hat{b}^\dagger e^{i\theta}+\sqrt{2\kappa_c}\hat{b}_{in}\end{aligned} \qquad (3)$$

معادلات فوق، معادلات جفت‌شده‌ای هستند که در آن‌ها، $\gamma_m$ ضریب میرایی نوسانگرهای مکانیکی، $\hat{\xi}_{1(2)}$ عملگر نوفه براونی ناشی از جفت‌شدگی مدمکانیکی کاواک اول(دوم) با حمام گرمایی اطراف آن، $\Delta_0=\omega_c-\omega_L$



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06 ]

وادنیدگی اولیه مدهای اپتیکی و $\hat{a}_{in}$ ($\hat{b}_{in}$) نوفه‌ی خلأ الکترومغناطیس وارد بر کاواک اول (دوم) می‌باشد. برای بررسی درهم‌تنیدگی سامانه مذکور در حالت پایا، نیازمند به حل معادلات غیرخطی (۳) هستیم که کاری به مراتب دشوار است. اما در حالتی که میانگین دامنه‌های میدان لیزر فرودی برکاواک‌ها در مقابل افت‌وخیزهای حول این مقدار میانگین قابل ملاحظه باشند($|\alpha_s|,|b_s|\gg 1$)، با بازنویسی عملگرهای سامانه به‌فرم، $\hat{q}=q_s+\delta\hat{q}$ و $\hat{p}=p_s+\delta\hat{p}$، $\hat{a}(\hat{b})=\alpha_s(b_s)+\delta\hat{a}(\delta\hat{b})$، می‌توان معادلات مذکور را به فرم خطی زیر تبدیل نمود[۳]

$$\begin{aligned}
&\delta\dot{\hat{q}}_1=\omega_m\delta\hat{p}_1 \quad , \quad \delta\dot{\hat{q}}_2=\omega_m\delta\hat{p}_2\\
&\delta\dot{\hat{p}}_1=-\omega_m\delta\hat{q}_1-\gamma_m\delta\hat{p}_1+g_a\delta\hat{X}_a+\hat{\xi}_1(t)\\
&\delta\dot{\hat{p}}_2=-\omega_m\delta\hat{q}_2-\gamma_m\delta\hat{p}_2+g_b\delta\hat{X}_b+\hat{\xi}_2(t)\\
&\delta\dot{\hat{X}}_a=(2\chi\cos\theta-\kappa_c)\delta\hat{X}_a+\lambda\delta\hat{Y}_b\\
&\quad+(\Delta_a+2\chi\sin\theta)\delta\hat{Y}+\sqrt{2\kappa_c}\hat{X}_a^{in}\\
&\delta\dot{\hat{Y}}_a=-(\kappa_c+2\chi\cos\theta)\delta\hat{Y}_a+g_a\delta\hat{q}_1-\lambda\delta\hat{X}_b\\
&\quad+(2\chi\sin\theta-\Delta_a)\delta\hat{X}_a+\sqrt{2\kappa_c}\hat{Y}_a^{in}\\
&\delta\dot{\hat{X}}_b=(2\chi\cos\theta-\kappa_c)\delta\hat{X}_b+\lambda\delta\hat{Y}_a\\
&\quad+(\Delta_b+2\chi\sin\theta)\delta\hat{Y}_b+\sqrt{2\kappa_c}\hat{X}_b^{in}\\
&\delta\dot{\hat{Y}}_b=-(\kappa_c+2\chi\cos\theta)\delta\hat{Y}_b+g_b\delta\hat{q}_2-\lambda\delta\hat{X}_a\\
&\quad+(2\chi\sin\theta-\Delta_b)\delta\hat{X}_b+\sqrt{2\kappa_c}\hat{Y}_b^{in}
\end{aligned} \qquad (4)$$

درمعادلات فوق، $\Delta_a=\Delta_0-g_0q_{1s}$ و $\Delta_b=\Delta_0-g_0q_{2s}$، به‌ترتیب وادنیدگی‌های مؤثر کاواک‌های اول و دوم و $g_a=g_0\alpha_s\sqrt{2}$ و $g_b=g_0b_s\sqrt{2}$، جفت‌شدگی‌های مؤثر اپتومکانیکی هستند که منجر به تولید درهم‌تنیدگی قابل ملاحظه‌ای در سامانه خواهندشد. عملگرهای مشاهده‌پذیر کوادراتوری و کمیت‌های عددی $q_{1s(2s)},b_s,\alpha_s$ در معادلات فوق به‌صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\begin{aligned}
&\delta\hat{X}_{a(b)}=\frac{\delta\hat{a}(\delta\hat{b})+\delta\hat{a}^{\dagger}(\delta\hat{b}^{\dagger})}{\sqrt{2}}\\
&\delta\hat{Y}_{a(b)}=\frac{i(\delta\hat{a}^{\dagger}(\delta\hat{b}^{\dagger})-\delta\hat{a}(\delta\hat{b}))}{\sqrt{2}}\\
&\alpha_s=\frac{E-i\lambda b_s}{(\kappa_c+i\Delta_a)-2\chi e^{i\theta}}\\
&b_s=\frac{E-i\lambda\alpha_s}{(\kappa_c+i\Delta_b)-2\chi e^{i\theta}}\\
&q_{1s}=\frac{g_0|\alpha_s|^2}{\omega_m}\ ,\ q_{2s}=\frac{g_0|b_s|^2}{\omega_m}
\end{aligned} \qquad (۵)$$

معادلات خطی (۴) را می‌توان به فرم فشرده‌تر ماتریسی $\dot{u}(t)=Au(t)+n(t)$ نوشت که در آن، $u(t)$ بردار عملگرهای سامانه، $n(t)$ بردارعملگرهای نوفه و ماتریس A به‌ترتیب به‌صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\begin{aligned}
u(t)^T&=(\delta\hat{q}_1,\delta\hat{p}_1,\delta\hat{q}_2,\delta\hat{p}_2,\delta\hat{X}_a,\delta\hat{Y}_a,\\
&\quad\delta\hat{X}_b,\delta\hat{Y}_b)\\
n(t)^T&=(0,\hat{\xi}_1,0,\hat{\xi}_2,\sqrt{2\kappa_c}\hat{X}_a^{in},\sqrt{2\kappa_c}\hat{Y}_a^{in},\\
&\quad\sqrt{2\kappa_c}\hat{X}_b^{in},\sqrt{2\kappa_c}\hat{Y}_b^{in})
\end{aligned} \qquad (7)$$

$$A=\begin{pmatrix}
0 & \omega_m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
-\omega_m & -\gamma_m & 0 & 0 & g_a & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & \omega_m & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & -\omega_m & -\gamma_m & 0 & 0 & g_b & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & -\kappa_c+2\chi\cos\theta & \Delta_a+2\chi\sin\theta & 0 & \lambda\\
g_a & 0 & 0 & 0 & -\Delta_a+2\chi\sin\theta & -(\kappa_c+2\chi\cos\theta) & -\lambda & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & -\kappa_c+2\chi\cos\theta & \Delta_b+2\chi\sin\theta\\
0 & 0 & g_b & 0 & -\lambda & 0 & -\Delta_b+2\chi\sin\theta & -(\kappa_c+2\chi\cos\theta)
\end{pmatrix}$$

## ۲-۲- درهم‌تنیدگی در سامانه

چنان‌چه حالت اولیه سامانه گاوسی باشد، می‌توان ویژگی‌های کامل سامانه را در حالت پایا ($t\to\infty$)، با معرفی ماتریس هموردای $V_{ij}$ بدست آورد[۶]

$$V_{ij}=\left\langle u_i(\infty)u_j(\infty)+u_j(\infty)u_i(\infty)\right\rangle/2 \qquad (8)$$

که در رابطه فوق، $u(\infty)$ را باحل معادله ماتریسی مذکور می‌توان بدست آورد

$$u(t)=e^{At}u(0)+\int_0^t n(s)e^{As}ds \qquad (9)$$

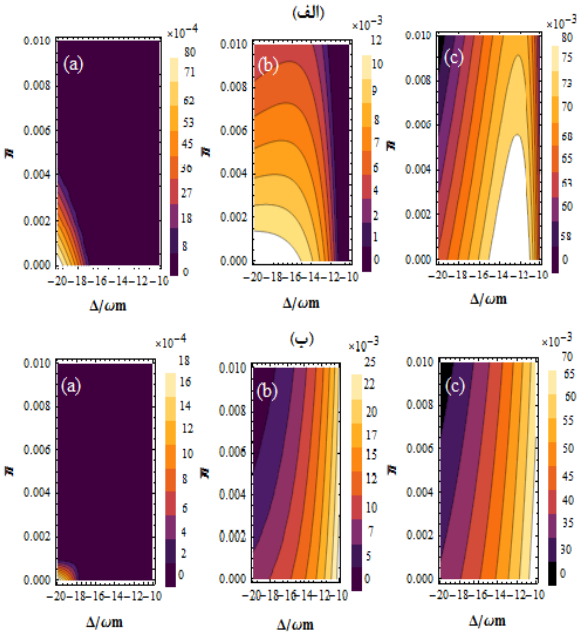
برای پایدار بودن سامانه در حالت ایستا، همان‌طورکه از رابطه (۹) نیز مشخص است، بایستی ویژه مقادیر ماتریس A همگی مقادیری منفی به خود بگیرند ویا به‌عبارتی در شرط پایداری روث- هورویتز صدق کنند[۷]. در نهایت، با استفاده از روابط (۸) و (۹) و در تقریب مارکوف می‌توان به معادله خطی زیر برای ماتریس هموردای سامانه دست یافت

$$\begin{aligned}
&AV+VA^T=-D\\
&D=diag[0,\gamma_m(2\bar{n}_a+1),0\\
&,\gamma_m(2\bar{n}_b+1),\kappa_c,\kappa_c,\kappa_c,\kappa_c]
\end{aligned} \qquad (10)$$

که $D$ در عبارت فوق نشان‌دهنده ماتریس قطری بردار عملگرهای نوفه در تقریب مارکوف و $\bar{n}_i=[e^{\hbar\omega_m/k_BT}-1]^{-1}$ ($i=a,b$) متوسط فونون‌های گرمایی نوسانگر مکانیکی است. برای بررسی درهم‌تنیدگی



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06 ]




شکل۲: نمودار درهم‌تنیدگی میان مدهای مکانیکی (a)، مدهای اپتیکی- مکانیکی دو کاواک فاصله‌دار(b) و مدهای اپتیکی- مکانیکی تک کاواک (c) بر حسب وادنیدگی نرمال و متوسط فوتون‌های گرمایی در حضور غیرخطیت OPA (الف) و بدون محیط غیرخطی (ب). پارامترهای مسأله بین صورت انتخاب شده‌اند: $\omega_m = 0.625$، $\kappa_c = 0.08\omega_m$، $\omega_0$، $\gamma_m = 0$، $\lambda = 5\omega_m$، $\theta = \pi/2$، $\chi = \omega_m$ و $g_a = g_b = 1.28\omega_m$ برای (الف) و برای (ب) $\chi = 0$ و $g_a = g_b = 0.64\omega_m$ است.

زیر سامانه‌های دوجزیی از سامانه اصلی، با حل عددی معادله (۱۰) و بدست آوردن ماتریس هموردای کلی سامانه، به اندازه‌گیری درهم‌تنیدگی از طریق سنجه لگاریتم نگاتیویته می‌پردازیم[۶]

$$E_N = \max[0, -\ln 2\upsilon_-] \quad (11)$$

که در آن $\upsilon_- = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Sigma - [\Sigma^2 - 4\mathrm{Det}V]^{1/2}]^{1/2}$ کوچکترین ویژه مقدار هم‌تافته و $\Sigma$ کمیت ناوردای تحت تبدیل هم‌تافته است که برحسب المان‌های ماتریس هموردای زیرسامانه‌های دوجزیی تعریف می‌شود

$$\Sigma = DetV_a + DetV_b - 2DetV_{corr}$$
$$V = \begin{pmatrix} V_a & V_{corr} \\ V_{corr} & V_b \end{pmatrix}_{4\times 4} \quad (12)$$

در شکل (۲)، نمودار لگاریتم نگاتیویته برحسب وادنیدگی مؤثر کاواک‌ها و متوسط تعداد فوتون‌های گرمایی در تقریب مارکوف ($\bar{n}_i = \frac{k_B T}{\hbar\omega_m}$)، درحضورغیرخطیت OPA و نیز در حالتی که محیط غیرخطی‌ای در کاواک‌ها وجود ندارد مشابه پارامترهای مراجع [۳, ۸] رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، حضور محیط غیرخطی، باعث جابه‌جایی نمودارهای درهم‌تنیدگی به‌سمت قدرمطلق وادنیدگی‌های بزرگ‌تر می‌شود، علاوه برآن با قرار دادن محیط غیرخطی در کاواک‌ها، توانستیم میزان انتقال درهم‌تنیدگی را به‌ویژه درقدرمطلق وادنیدگی‌های بالا به میزان خوبی افزایش داده به‌گونه‌ای که نسبت به افزایش دما نیز از خود مقاومت بیشتری نشان می‌دهند.

## ۳- نتیجه‌گیری

همان‌طور که مشاهده کردیم، با اضافه نمودن محیط غیرخطی به سامانه‌های اپتومکانیکی جفت‌شده، توانستیم ثابت جفت‌شدگی و در نتیجه درهم‌تنیدگی را در سامانه و میان مدهای مختلف آن افزایش دهیم. علاوه براین، با این عمل، توانستیم درهم‌تنیدگی‌های مقاوم‌تری را نسبت به عامل اتلافی دما میان مدهای مختلف سامانه و در مقایسه با سامانه‌های اپتومکانیک برهنه ایجاد کنیم.

## مراجع


[1] Vitali D., Gigan S., Ferreira A., Bohm H., Tombesi P., Guerreiro A., et al, *Optomechanical entanglement between a movable mirror and a cavity field*, **Lasers and Electro-Optics and the International Quantum Electronics Conference CLEOE-IQEC,** (2007).

[2] Akram U., Munro W., Nemoto K.., Milburn G. J., *Photon-phonon entanglement in coupled optomechanical arrays*, **Phys. Rev. A. 86**, (2012) 042306.

[3] Joshi C., Larson J., Jonson M., Andersson E., Öhberg P., *Entanglement of distant optomechanical systems*, **Phys. Rev. A. 85**,(2012) 033805.

[4] Kleckner D. P., *Micro-Optomechanical Systems for Quantum Optics*, University of California, 2010.

[5] Gardiner C., Zoller P., *Quantum noise: a handbook of Markovian and non-Markovian quantum stochastic methods with applications to quantum optics*, Springer, 2004.

[6] Adesso G., Illuminati F., *Entanglement in continuous-variable systems: recent advances and current perspectives*, **J. Phys. A. 40**,(2007) 7821.

[7] DeJesus E. X., Kaufman C., *Routh-Hurwitz criterion in the examination of eigenvalues of a system of nonlinear ordinary differential equations*, **Phys. Rev. A. 35**, (1987) 5288.

[8] Mi X., Bai J., Ke-hui S., *Robust entanglement between a movable mirror and a cavity field system with an optical parametric amplifier*, **Europhys. J. D. 67**, (2013) 1-7.




[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06 ]