بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

تأثیر بر همکنش اسپین- مدار بر خواص نوری نقطه‌ی کوانتومی کروی

بهروز واثقی، محبوبه موسوی و قاسم رضایی

گروه فیزیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج

چکیده - در مقاله حاضر اثر برهمکنش اسپین- مدار راشبا را بر روی خواص نوری یک نقطه کوانتومی کروی نیم‌رسانا با پتانسیل نامحدود بررسی خواهیم کرد. در این راستا ابتدا ویژه‌توابع و ویژه‌مقادیر انرژی سیستم بدون حضور برهم‌کنش اسپین- مدار راشبا را بدست آورده و سپس با اضافه نمودن هامیلتونی برهمکنش اسپین- مدار راشبا ویژه‌توابع و ویژه‌مقادیر جدید انرژی را محاسبه و با استفاده از آن‌ها به محاسبه‌ی ضرایب جذب و شکست و تأثیر برهمکنش اسپین- مدار بر آن‌ها پرداخته‌ایم. نتایج حاکی از تغییر ضرایب جذب و شکست در اثر حضور برهمکنش اسپین- مدار می‌باشد.

کلید واژه- برهمکنش اسپین- مدار راشبا، پتانسیل نامحدود، خواص نوری، ضریب جذب، ضریب شکست

spin-orbit interaction effects on the optical properties of spherical quantum dot

Behrooz Vaseghi, Mahboobeh Mousavi and Ghasem Rezaei

Department of Physics, University of Yasouj, Yasouj

Abstract- In this paper we have investigated the Rashba spin-orbit interaction effects on the optical properties of a spherical quantum dot with infinite potential. In this regard energy eigenvalues and functions are calculated without considering the spin-orbit interaction. By means of new energy eigenvalues and functions, transition dipole moments, optical absorption coefficient and Refractive index are calculated. Results show that spin-orbit interaction and it's strength have considerable effects on the optical properties of the system.

Keywords: Rashba spin-orbit interaction, infinite potential, optical properties, optical absorption coefficient, Refractive index

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]

۱- مقدمه

در دو دهه اخیر ساخت سیستم‌های با ابعاد کم در عرصه-ی فیزیک حالت جامد رخدادی مهم محسوب می‌شود و نانوساختارها، رفتارهای متفاوت و خواص جدیدی را پیش روی ما قرار داده و اهمیت کار در مقیاس نانو را مشخص می‌کنند[۱]

تلاش‌های اخیر متمرکز بر درک خواص الکترونی و نوری نقاط کوانتومی است[۲،۳] که این نقاط محدودیت کوانتومی را در هر سه راستای فضایی متحمل می‌شوند. پتانسیل محدودیت کوانتومی موجب تغییر چگالی حالت‌ها و خواص فیزیکی این ساختارهای شبه صفر بعدی است. با اعمال میدان‌های خارجی بر روی نقاط کوانتومی دستکاری حالات کوانتومی ممکن می‌شود[۴].

در سال‌های اخیر اسپینترونیک(پدیده‌های وابسته به اسپین) توجه بسیاری را به خود جلب کرده است به طوری که بر همکنش اسپین- مدار به عنوان یک امکان برای دستکاری و کنترل حالات الکترون از طریق ولتاژ گاف بسیار مورد اهمیت قرار گرفته است[۵] ساختارهای نیم‌رسانا با توجه به خواص تقارنی خود برهمکنش‌های متفاوتی را از خود نشان می‌دهند[۶]. در این مقاله به بررسی تأثیر برهمکنش اسپین- مدار در حضور میدان مغناطیسی خارجی بر ضرایب جذب و شکست نوری سیستم خواهیم پرداخت. نتایج نشان می‌دهند که با در نظر گرفتن اثر اسپین- مدار قله‌ی ضرایب جذب و شکست تغییر یافته و به سمت انرژی‌های بیشتر جابه‌جا می‌شوند. قدرت برهمکنش اسپین- مدار نیز تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر خواص اپتیکی سیستم دارد.

۲- تئوری

در چهارچوب تقریب جرم مؤثر، هامیلتونی یک الکترون در یک نقطه کوانتومی کروی تحت تأثیر میدان مغناطیسی خارجی و با اسپین- مدار راشبا با رابطه‌ی زیر مشخص می‌شود[۷]

$$H = H_0 + H_{so} \qquad (۱)$$

که در آن H_0 به شکل زیر است[۸]

$$H_0 = \frac{(\vec{P} + \frac{e}{c}\vec{A})^2}{2m^*} + U(r) \qquad (۲)$$

که $\vec{P}$ اندازه حرکت، $\vec{A}$ پتانسیل برداری ، m^* جرم مؤثر و $U(r)$پتانسیل محدودیت کوانتومی و به صورت زیر می-باشد:

$$U(r) = \begin{cases} 0 & r < r_0 \\ \infty & r > r_0 \end{cases} \qquad (۳)$$

در رابطه (۱) هامیلتونی اسپین- مدار راشبا با رابطه‌ی زیر مشخص می‌شود[۹]

$$H_{so} = \frac{\alpha}{\hbar}\left[\sigma \times (\vec{P} + \frac{e}{c}\vec{A})\right]\hat{n} \qquad (۴)$$

که در رابطه فوق α ضریب برهمکنش اسپین- مدار راشبا، $\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ ماتریس‌های پائولی و $\hat{n}$ بردار عمود بر سطح می‌باشد که در پیمانه‌ی متقارن پتانسیل برداری $\vec{A} = (-\frac{By}{2}, \frac{Bx}{2}, 0)$ به صورت زیر می-باشد:

با استفاده از معادلات (۴) و روابط بالا فرم ماتریسی هامیلتونی برهمکنش اسپین- مدار در مختصات کروی را به صورت زیر محاسبه نموده‌ایم

$$H_{so} = \begin{pmatrix} \frac{i\alpha}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi} - \frac{eB\alpha r}{2\hbar c}\sin^2\theta & \frac{\alpha}{r\hbar}[-L_- + \frac{eBr^2}{2c}\sin\theta\cos\theta] \\ \frac{\alpha}{r\hbar}[-L_+ + \frac{eBr^2}{2c}\sin\theta\cos\theta] & -\frac{i\alpha}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{eB\alpha r}{2\hbar c}\sin^2\theta \end{pmatrix} \qquad (۵)$$

که در رابطه فوق $L_\pm$ عملگرهای نردبانی اندازه حرکت زاویه‌ای هستند. برای بدست آوردن ویژه‌توابع و ویژه‌مقادیر سیستم توسط معادله‌ی ویژه مقداری زیر

$$H\psi(r,\theta,\varphi) = E\psi(r,\theta,\varphi) \qquad (۶)$$

با حل معادله ویژه‌مقداری بالا ویژه توابع به صورت زیر بدست می‌آید

$$\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi) = r^{\frac{-3}{2}} Y_{lm}(\theta,\varphi)\, Whittaker M\left(\frac{-m\gamma+E}{2\gamma}, \frac{l}{2}+\frac{1}{4}, \frac{1}{2}r^2\gamma\right) \qquad (۷)$$

که در این رابطه $\gamma = \frac{eB\hbar}{2m^*CR_y}$ ، B میدان مغناطیسی خارجی، $R_y = \frac{e^2}{2\varepsilon a_B^*}$ واحد مؤثر انرژی، ε ثابت دی-الکتریک و a_B^* *شعاع بوهر* است. با در نظر گرفتن حالت-های اسپینی تابع موج کلی سیستم به صورت زیر می-باشد :

$$\psi_{nlm}(\vec{r},\vec{s}) = C_+\psi_{nlm}\chi_+ + C_-\psi_{nlm+1}\chi_- \qquad (۸)$$

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]

در این رابطه C_+ و C_- ضرایب بسط تابع موج کل سیستم و $\chi_\pm$ حالت‌های اسپینی می‌باشند.

با تأثیر هامیلتونی کل سیستم بر ویژه توابع بالا به صورت

$$H\begin{pmatrix} C_+\psi_{nlm} \\ C_-\psi_{nlm+1} \end{pmatrix} = E_\pm \begin{pmatrix} C_+\psi_{nlm} \\ C_-\psi_{nlm+1} \end{pmatrix} \qquad (۹)$$

ویژه توابع انرژی کل و ویژه مقادیر از معادلات انتگرالی زیر بدست خواهند آمد:

$$\begin{pmatrix} \int dV(E_0 - E_\pm - \frac{m\alpha}{r} - \frac{eB\alpha}{2\hbar c} r\sin^2\theta)\psi_{nlm}\psi^*_{nlm} & -\int dV \frac{\alpha}{r}\sqrt{(l+m)(l+m+1)}\psi_{nlm}\psi^*_{nlm} \\ \int dV \frac{\alpha}{r}\sqrt{(l-m)(l+m+1)}\psi_{nlm+1}\psi^*_{nlm+1} & -\int dV(E_0 - E_\pm + \frac{m\alpha}{r} + \frac{eB\alpha}{2\hbar c} r\sin^2\theta)\psi_{nlm+1}\psi^*_{nlm+1} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} C_+ \\ C_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(۱۰)

۲-۱- محاسبه تغییرات ضریب جذب و ضریب شکست خطی، غیر خطی و کل

اگر فرض کنیم سیستم مورد مطالعه در معرض نور تک - فام قرار گیرد، بردار میدان الکتریکی قطبیده در جهت r مربوط به این موج نوری می‌تواند به صورت زیر نوشته شود

$$E(t) = E(t)\hat{r} = \left(\tilde{E}e^{iwt} + \tilde{E}^* e^{-iwt}\right)\hat{r} \qquad (۱۱)$$

که این میدان باعث ایجاد گشتاور دوقطبی گذار بین ترازها می‌شود که اجزاء ماتریس این گشتاور دوقطبی به صورت زیر بدست می‌آید

$$M_{ij} = \left| < \psi_i | e\hat{r} | \psi_j > \right| \quad (i, j = 1,2) \qquad (۱۲)$$

که $\psi_{i,j}$ ویژه حالاتی است که بوسیله معادلات زیر داده می‌شوند

$$\begin{aligned} \psi_i &= C_1\psi_{nlm} + C_3\psi_{nl+1m} \\ \psi_j &= C_2\psi_{nlm} + C_4\psi_{nl+1m} \end{aligned} \qquad (۱۳)$$

و اختلاف انرژی بین این دو حالت به صورت زیر است

$$E_{ij} = E_i - E_j \qquad (۱۴)$$

با استفاده از ماتریس چگالی استاندارد و روش تکرار می‌توان تغییرات در ضریب شکست و جذب خطی و غیرخطی را به صورت روابط زیر بدست آورد

$$\frac{\Delta n^{(1)}(\omega)}{n_r} = \frac{\sigma_v |M_{12}|^2}{2n_r^2\varepsilon_0}\left[\frac{E_{21} - \hbar\omega}{(E_{21} - \hbar\omega)^2 + (\hbar\Gamma_2)^2}\right] \qquad (۱۵)$$

$$\frac{\Delta n(\omega)}{n_r} = -\frac{\sigma_v |M_{12}|^2}{4n_r^3\varepsilon_0} \frac{\mu c I}{\left[(E_{12} - \hbar\omega)^2 + (\hbar\Gamma_2)^2\right]^2}\left[4E_{21} - \hbar\omega\right]|M_{12}|^2 - \frac{(M_{22} - M_{11})^2}{(E_{21})^2 + (\hbar\Gamma_2)^2}\{(E_{21} - \hbar\omega)\left[E_{21}(E_{21} - \hbar\omega) - (\hbar\Gamma_2)^2\right] - (\hbar\Gamma_2)^2(\hbar\Gamma_2)^2(2E_{21} - \hbar\omega)\} \qquad (۱۶)$$

که در رابطه بالا n_r ضریب شکست است. تغییرات کل ضریب شکست می‌تواند به‌صورت زیر نوشته شود

$$\frac{\Delta n(\omega)}{n_r} = \frac{\Delta n^{(1)}(\omega)}{n_r} + \frac{\Delta n^{(3)}(\omega)}{n_r} \qquad (۱۷)$$

$$\alpha^{(1)}(\omega) = \omega\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_R}} \frac{|M_{21}|^2 \sigma_v \hbar\Gamma_2}{(E_{21} - \hbar\omega)^2 + (\hbar\Gamma_2)^2} \qquad (۱۸)$$

$$\alpha^{(3)}(\omega) = -\omega\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_R}}\left(\frac{I}{2\varepsilon_0 n_r c}\right) \frac{|M_{21}|^2 \sigma_v \hbar\Gamma_2}{\left[(E_{21} - \hbar\omega)^2 + (\hbar\Gamma_2)^2\right]^2} \left[4|M_{21}|^2 - \frac{|M_{22} - M_{11}|^2}{E_{21}^2 + (\hbar\Gamma_2^2)^2}\right] \times \left[3E_{21}^2 - 4E_{21}\hbar\omega + \hbar^2(\omega^2 - \Gamma_2^2)\right] \qquad (۱۹)$$

بنابراین، ضریب جذب نوری کل $\alpha(I,\omega)$ به صورت زیر خواهد بود

$$\alpha(I,\omega) = \alpha^{(1)}(\omega) + \alpha^{(3)}(I,\omega) \qquad (۲۰)$$

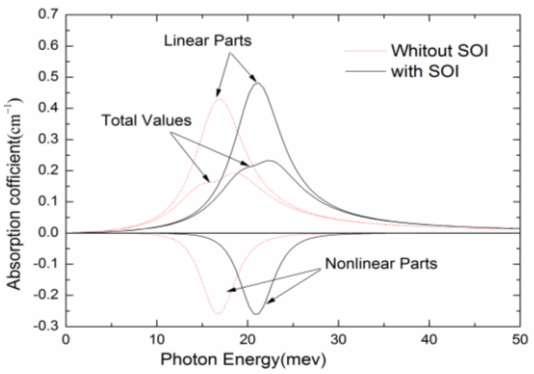
در معادلات بالا، Γ_2 آهنگ واهلش، ε_0 ثابت دی‌الکتریک خلأ، σ_v چگالی حاملان بار، c سرعت نور در خلأ، μ تراوایی و $I = 2\varepsilon_0 n_r c|E|^2$ شدت میدان الکترومغناطیسی است.

۳- بحث و نتیجه‌گیری

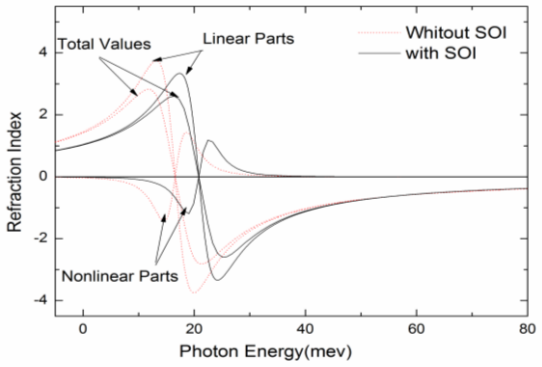
با توجه به فرمول‌بندی ارائه شده در قسمت قبل به محاسبه ضرایب جذب و تغییرات ضریب شکست برای یک نقطه‌ی کوانتومی از جنس $GaAs$ که در آن $\varepsilon = 13/18$، $m^* = 0.067m_0$، پرداخته‌ایم و تغییرات این ضرایب را برای حالت‌های مختلفی از برهمکنش اسپین- مدار رسم کرده‌ایم. در شکل‌های ۱و۲ ضرایب جذب و شکست خطی، غیرخطی و کل با در نظر گرفتن برهمکنش اسپین- مدار و همچنین بدون در نظر گرفتن این کمیت رسم شده‌اند و در شکل‌های ۳ و ۴ ضرایب جذب و شکست کل را برای مقادیر مختلفی از ضریب برهمکنش اسپین- مدار راشبا α ترسیم نموده‌ایم. همانطور که در نمودارها مشخص است اثر اسپین- مدار تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر ضرایب جذب و شکست دارد به طوری که با در نظر

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]

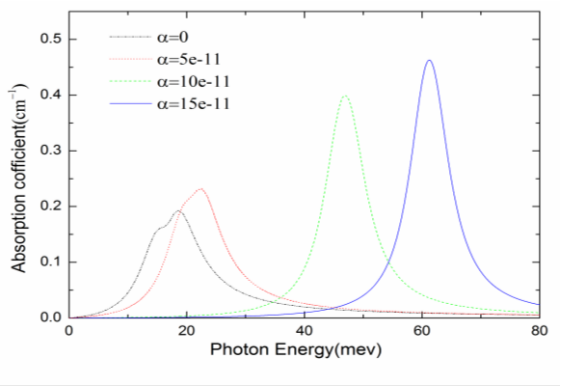
گرفتن اثر اسپین- مدار قله‌های ضرایب جذب و شکست افزایش یا کاهش یافته و به سمت انرژی‌های بزرگتر جابه-جا می‌شوند. میزان جابه‌جایی و نیز کاهش یا افزایش این کمیت‌ها به طور چشمگیری به قدرت برهمکنش اسپین- مدار وابسته است. با افزایش قدرت برهمکنش اسپین- مدار فاصله ترازهای انرژی زیاد شده، همپوشانی بین توابع موج کاهش یافته و M_{21} کاهش می‌یابد. با افزایش انرژی بین ترازها قله‌های ضرایب جذب وشکست به سمت انرژی‌های بزرگتر جابه‌جا می‌شوند. کاهش M_{21} در ضرایب شکست موجب نزول قله‌ها به مقادیر کمتر و افزایش ضریب شکست به مقادیر بیشتر می‌شوند. افزایش قله‌های ضریب جذب ناشی از سهم بزرگتر در افزایش E_{21} نسبت به M_{21} است که حاصلضرب آن‌ها نقش تعیین کننده‌ای در مقدار ضریب جذب دارد.



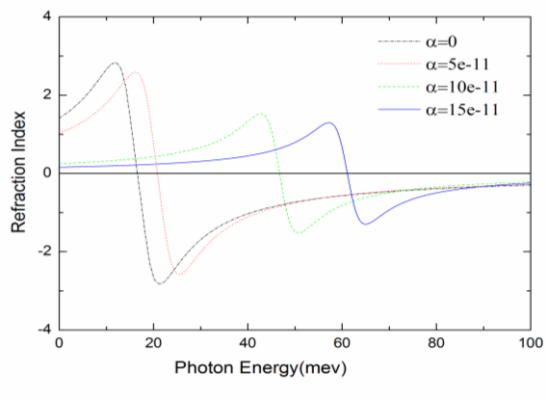
شکل ۱: ضرایب جذب خطی، غیرخطی و کل بر حسب انرژی فوتون فرودی همراه با اثر برهمکنش اسپین- مدار و بدون اثر برهمکنش اسپین- مدار



شکل ۲: ضرایب شکست خطی، غیرخطی و کل بر حسب انرژی فوتون فرودی همراه با اثر برهمکنش اسپین- مدار و بدون اثر برهمکنش اسپین- مدار



شکل ۳: تغییرات ضریب جذب کل بر حسب انرژی فوتون فرودی به ازای مقادیر مختلف α.



شکل ۴: تغییرات ضریب شکست کل بر حسب انرژی فوتون فرودی به ازای مقادیر مختلف α.

مراجع

[1] J. H. Schon, et. al, **Science** 293 (2001) 2432.

[2] W. Yao, Z. Yu, Y. Liu, **Optics Communications** 283 (2010) 5058.

[3] L. Lu, W. Xie, Z. Shu, **Physica B** 406 (2011) 3735.

[4] N. Bloem Bergen. ***Nonlinear Optics***, **World Scientific**, **Singapore** (1996).

[5] J. M. Jancu, et, at,**Phys.Rev**. **B** 70 (2004) 121306.

[6] E. I. Rashba, Sov. *Phys. Solid State* 2 (1960) 11069.

[7] M.Q. Weng, Y. Y. Wang, M. W. Wu, *Elrctron spin relaxation in cubic GaN quantum dots*, arXiv:0809.4103v2. **cond matt** 2009.

[8] S. E. Pourmand and G. Rezaei, **Journal of Computational and Theoretical Nanoscience** 7 (2010) 11040.

[9] B. Vaseghi , G. Rezaei, M. Malian, **Physics Letters A** 375 (2011).

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]