بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

# تولید هارمونیک دوم تقویت شده در ساختار فراماده غیرخطی

رعنا عسگری ثابت[۱] ،حبیب خوش سیما[۱] ، عبدالرحمان نامدار[۲] و وحید احمدی[۳]

[۱] پژوهشکده فیزیک کاربردی و ستاره شناسی، دانشگاه تبریز، تبریز

[۲]دانشکده فیزیک، دانشگاه تبریز، تبریز

[۳]دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

**چکیده - ساختار فراماده شامل یک برش سیم فلزی مسی در حضور دی الکتریک غیر خطی به روش المان محدود شبیه سازی شده است. ابتدا ثابت دی الکتریک و پذیرفتاری مغناطیسی موثر برای ساختار مورد نظر با استفاده از پارامترهای پراکندگی و به روش بازیابی محاسبه گردیده است. سپس با در نظر گرفتن غیرخطیت مرتبه دو برای دی الکتریک دربرگیرنده فلز، دامنه هارمونیک دوم در سیگنال های عبوری و انعکاسی محاسبه گردیده است. پذیرفتاری موثر برای ساختار مورد نظر با استفاده از روابط حاصل از روش ماتریس انتقال بازیابی شده است.**

کلید واژه- پذیرفتاری الکتریکی موثر، روش المان محدود، غیر خطیت افزایش یافته، فراماده غیرخطی

# Enhanced second harmonic generation in nonlinear metamaterial structure

Rana Asgari Sabet[1], Habib Khoshsima[1],Abdolrahman Namdar[2], Vahid Ahmadi[3]

[1] Research institute for applied physics and astronomy, University of Tabriz, Tabriz

[2]Faculty of physics, University of Tabriz, Tabriz

[3]Faculty of electrical and computer engineering, Tarbiat Modares University, Tehran

Abstract- The nonlinear metamaterial is considered a cut-wire embedded in a nonlinear dielectric and is simulated using a finite element based software. First the linear properties of the considered structure, the effective electric permittivity and magnetic permeability, are determined using the standard retrieval method. Then, considering second order nonlinearity for the embedding dielectric, amplitude of the generated second harmonic is obtained from transmitted and reflected signals. The effective susceptibility is retrieved using the relations obtained from the transfer matrix method.

Keywords: Effective electric susceptibility, Finite element method, Enhanced nonlinearity, Nonlinear metamaterial

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05 ]

## ۱- مقدمه

فراماده الکترومغناطیسی، ساختارهای مصنوعی شامل اجزای واحدی در ابعاد کمتر از طول موج می باشند که در اندرکنش با امواج الکترومغناطیسی برای کنترل آن ها طراحی شده اند. با مهندسی ساختار این مواد می توان به خواص جالبی نظیر مغناطیس مصنوعی و ضریب شکست منفی دست یافت که در مواد موجود در طبیعت یافت نمی‌شود. ابعاد ناهمگنی در این ساختارها خیلی کوچکتر از طول موج مورد نظر بوده و در نتیجه پاسخ الکترومغناطیسی آن ها مشابه یک ساختار همگن خواهد بود[۱]. طبیعت ناهمگن سلول واحد فراماده سبب توزیع ناهمگن میدان محلی شده طوریکه در نواحی خاصی میدان به شدت جایگزیده خواهد بود. قرار دادن مواد غیرخطی در این مناطق می‌تواند اثرات تقویت شده ای را ایجاد کرده و امکان تولید نانوساختارهای فعال را فراهم کند[۲]. در این مقاله ساختار فرامادہ شامل یک برش سیم فلزی در حضور یک دی الکتریک غیرخطی مرتبه دو شبیه سازی شده و پذیرفتاری الکتریکی موثر با استفاده از روابط مربوط به روش ماتریس انتقال بازیابی شده است.

## ۲- تئوری

ناهمگنی ساختارهای فراماده باعث توزیع ناهمگن میدان ها در این مواد می‌شود و میدان الکتریکی در برخی نواحی جایگزیده خواهد شد. برای اندازه گیری درجه جایگزیدگی میدان، فاکتور جایگزیدگی بصورت زیر معرفی شده است[۳]

$$L(|E|^{\alpha}) = \frac{\int_V |E_{MM}(\vec{r})|^{\alpha} d\vec{r}^{3}}{\int_V |E_{\hom}(\vec{r})|^{\alpha} d\vec{r}^{3}}. \qquad (۱)$$

در این رابطه صورت کسر انتگرال حجمی اندازه میدان الکتریکی به توان $\alpha$، روی سلول واحد فرا ماده و مخرج کسر همان انتگرال برای یک لایه همگن با ویژگی های خطی هم ارز می‌باشد. بنابراین فاکتور جایگزیدگی اندازه-گیری مستقیمی از درجه ناهمگنی در توزیع میدان درون فرامادہ می‌باشد.

### ۲-۱- بازیابی پذیرفتاری الکتریکی مرتبه دو موثر در فراماواد غیرخطی

مشابه حالت خطی می توان سلول واحد فراماواد در حضور دی الکتریک غیرخطی را نیز به عنوان یک محیط غیرخطی همگن در نظر گرفت و برای آن پذیرفتاری موثر معرفی کرد. برای بازیابی پذیرفتاری موثر فراماواد غیرخطی به روش ماتریس انتقال، فرض می‌کنیم یک لایه همگن با مشخصات $(\varepsilon_2, \mu_2, \chi_e^{(2)})$ بین دو لایه نیمه متناهی با مشخصات $\varepsilon_1, \mu_1$ در سمت چپ و $\varepsilon_3, \mu_3$ در سمت راست قرار گرفته باشد. فرض می کنیم که توزیع میدان الکتریکی در فرکانس $\omega$ توسط فرایند های غیرخطی تحت تاثیر قرار نمی گیرد. بنابراین دامنه ی قطبش مرتبه دو در محیط دوم بصورت زیر می باشد[۴]:

$$\vec{P}_2^{(2)}(z) = \vec{P}_2^{(2,2N_2kz)}(z) + \vec{P}_2^{(2,0N_2kz)}(z) \qquad (۲)$$

که در آن

$$\vec{P}_2^{(2,2N_2kz)}(z) = \varepsilon_0 \chi_e^{(2)} \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(E_2^{+})^2 \exp[i(2N_2kz)] \\ \frac{1}{2}(E_2^{-})^2 \exp[i(-2N_2kz)] \end{bmatrix}, \qquad (۳)$$

$$\vec{P}_2^{(2,0N_2kz)}(z) = \varepsilon_0 \chi_e^{(2)} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} E_2^{+} E_2^{-} \\ \frac{1}{2} E_2^{+} E_2^{-} \end{bmatrix}. \qquad (۴)$$

میدان الکتریکی منبع تولید شده توسط قطبش مرتبه دو بصورت

$$\vec{E}_s(z) = \frac{\vec{P}_2(z)}{\varepsilon_s - \varepsilon_2(2\omega)} \qquad (۵)$$

می باشد که درآن:

$$\varepsilon_s = \begin{cases} 0 & for\ 0N_2kz \\ \varepsilon_2(\omega)\mu_2(\omega)/\mu_2(2\omega) & for\ 2N_2kz \end{cases}. \qquad (۶)$$

با در نظر گرفتن پیوستگی میدان الکتریکی در مرزها خواهیم داشت:

$$\vec{E}_1^{(2\omega)}(z_{12}) = M_{2\to1}\vec{E}_2^{2\omega}(z_{12}) + M_{s\to1}^{(2N_2kz)}\vec{E}_s^{(2N_2kz)}(z_{12}) + M_{s\to1}^{(0N_2kz)}\vec{E}_s^{(0N_2kz)}(z_{12}) \qquad (۷)$$



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05 ]

و

$$\vec{E}_3^{(2\omega)}(z_{23}) = M_{2\to3}\Phi_2\vec{E}_2^{2\omega}(z_{12}) + M_{s\to3}^{(2N_2kz)}\Phi_s^{(2N_2kz)}\vec{E}_s^{(2N_2kz)}(z_{12}) + M_{s\to3}^{(0N_2kz)}\Phi_s^{(0N_2kz)}\vec{E}_s^{(0N_2kz)}(z_{12}),$$

(۸)

که در این روابط $M$ ماتریس انتقال در مرزها و $\Phi$ ماتریس انتقال لایه ها می باشد. در این روابط کلیه ی ماتریس های انتقال باید در فرکانس $2\omega$ محاسبه شوند. با حذف کردن $\vec{E}_2$ از روابط فوق خواهیم داشت:

$$E_3^{(2\omega)} = M_{2\to3}\Phi_2(M_{1\to2}E_1^{(2\omega)} + \vec{S}_2), \qquad (۹)$$

که در آن $\vec{S}_2$، برداری است به شکل زیر که جمله منبع را نشان می دهد

$$\vec{S}_2 = (\Phi_2^{-1}M_{s\to2}^{(2N_2kz)}\Phi_s^{(2N_2kz)} - M_{s\to2}^{(2N_2kz)})E_s^{(2N_2kz)} + (\Phi_2^{-1}M_{s\to2}^{(0N_2kz)}\Phi_s^{(0N_2kz)} - M_{s\to2}^{(0N_2kz)})E_s^{(0N_2kz)}.$$

(۱۰)

در فرایند بازیابی، با معلوم بودن میدان فرودی و میدان های خروجی در فرکانس $2\omega$ در محیط ۱و ۲، $\chi_e^{(2)}(2\omega)$ باید محاسبه شود. برای محاسبه این کمیت می توان نوشت:

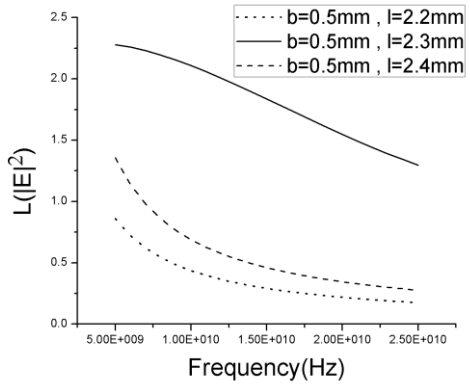
$$\chi_e^{(2)}(2\omega) = \frac{\vec{S}_2}{\vec{S}_2 / \chi_e^{(\alpha)}}, \qquad (۱۱)$$

که صورت این رابطه از نتایج تجربی و یا شبیه سازی و با استفاده از رابطه (۹) بدست می آید، در حالیکه مخرج آن، که مستقل از پذیرفتاری می باشد، با معلوم بودن مشخصات خطی سیستم و ابعاد آن و با استفاده از رابطه (۱۰) محاسبه می گردد. با توجه به روابط فوق خواص خطی ماده در $\omega$ و $2\omega$ برای بازیابی پذیرفتاری الکتریکی غیرخطی موثر آن ماده باید تعیین شود. برای بازیابی مشخصات خطی ساختارهای فراماده، دکتر اسمیت روشی را معرفی کرده که بطور گسترده ای در بررسی خواص فراماده مورد استفاده قرار گرفته است[۵]. در این روش با استفاده از پارامترهای پراکندگی (ضرایب عبور و انعکاس) پذیرفتاری الکتریکی و تراوایی مغناطیسی موثر برای ساختار مورد نظر محاسبه می گردد.

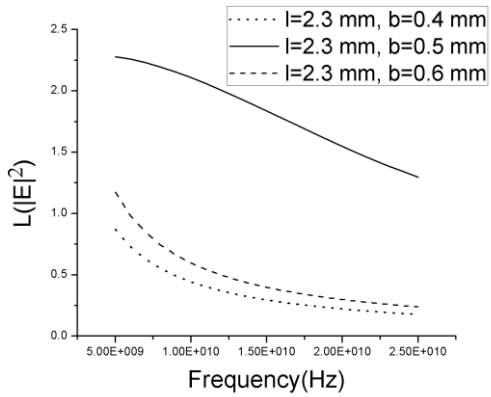
## ۲-۲- ساختار مورد مطالعه

در این مقاله ساختار مورد مطالعه شامل یک برش از سیم فلزی مسی ($\varepsilon_r = 1, \mu_r = 1, \sigma = 5.998\times10^7\ S/m$) با سطح مقطع مربعی شکل به ضلع b و طول l می باشد که در مرکز سلول واحد مکعب مربعی شکل به ضلع a=۲/۵ mm قرار دارد. محور بلند سیم فلزی در راستای میدان الکتریکی قرار گرفته است. شرایط مرزی رسانای کامل الکتریکی و رسانایی کامل مغناطیسی در شبیه سازی اعمال می شود تا آرایه ای دو بعدی تناوبی بی نهایت از سلول های واحد را ایجاد کند. برای محاسبه مشخصات خطی ساختار معرفی شده از روش المان محدود حوزه فرکانس استفاده شده است. فاکتور جایگزیدگی برای ابعاد متفاوتی از ساختار مورد نظر با استفاده از نتایج شبیه سازی محاسبه گردیده است (شکل ۱).

(الف)




(ب)



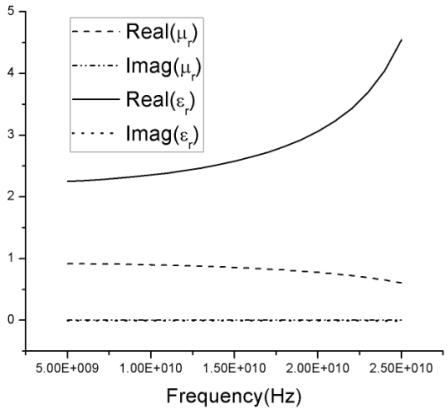

شکل ۱: فاکتور جایگزیدگی مرتبه ۲.

با توجه به نتایج بدست آمده بیشترین فاکتور جایگزیدگی در ابعاد b=۰/۵mm و l=۲/۳ mm بدست آمده است. همانطور که اشاره شد مشخصات خطی ساختار مورد نظر برای محاسبه پذیرفتاری الکتریکی غیرخطی موثر ضروری



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05 ]

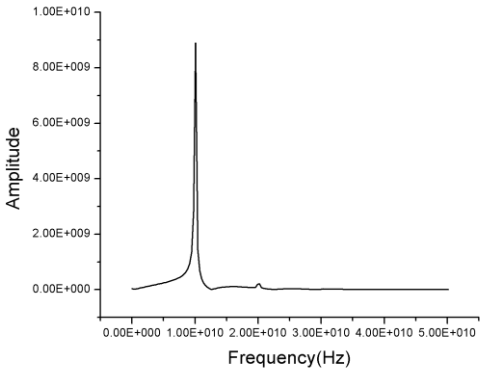
است. با استفاده از شبیه سازی المان محدود حوزه فرکانس $\varepsilon$ و $\mu$ موثر برای برای ساختار مورد نظر در ابعادی که بیشترین فاکتور جایگزیدگی را داشته در محدوده فرکانسی GHz ۲۵-۵ به روش بازیابی با استفاده از پارامترهای پراکندگی محاسبه گردیده است(شکل ۲).



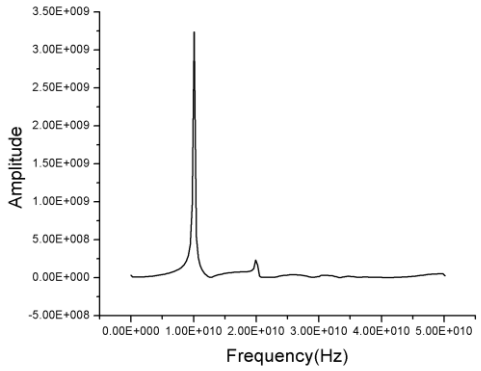

شکل ۲: گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی موثر محاسبه شده به روش بازیابی.

سپس محیط اطراف دربرگیرنده قطعه مسی یک دی الکتریک غیرخطی با مشخصات ($\varepsilon_r=1, \mu_r=1, \chi_e^{(2)}=10^{-12}\,m/V$) در نظر گرفته شده است. برای شبیه سازی فراماده غیرخطی از روش المان محدود حوزه زمان استفاده شده است. در این مرحله یک موج خطی به صورت $E(t)=E_0\cos(\omega t)$ به ساختار اعمال شده و دامنه میدان الکتریکی عبوری و انعکاسی برای زمان شبیه سازی ۳ns ثبت گردیده است. فرکانس سیگنال اعمالی ۱۰GHz و دامنه آن $E_0$=۱۰GV/m می باشد. با اعمال تبدیل فوریه به سیگنال های عبوری و انعکاسی، دامنه میدان های اصلی و هارمونیک دوم بدست آمده است (شکل۳).

(الف)




(ب)




شکل ۳: دامنه سیگنال های اصلی و هارمونیک دوم عبوری (الف) و انعکاسی (ب).

با استفاده از نتایج بدست آمده و با استفاده از رابطه (۱۱) پذیرفتاری الکتریکی موثر برای فراماده غیرخطی مورد نظر $\chi_e^{(2)}=23.2\times10^{-12}\,m/V$ بدست آمده است.

## ۳- نتیجه گیری

در این مقاله یک ساختار فراماده غیرخطی با استفاده روش المان محدود شبیه سازی شده است. نتایج شبیه سازی تمرکز میدان الکتریکی در شکاف بین دو تکه سیم فلزی مجاور را نشان می دهد. سپس با استفاده از محاسبه فاکتور جایگزیدگی، ابعاد بهینه برای این ساختار برای بهره گیری از آن در افزایش غیرخطیت مشخص گردیده است. محاسبات مربوطه نشان می دهد که پذیرفتاری غیرخطی موثر برای این ساختار ۲۳/۲ مرتبه بزرگتر از پذیرفتاری الکتریکی محیط غیرخطی دربرگیرنده سیم فلزی می باشد. غیر خطیت افزایش یافته نتیجه ی متمرکز شدن میدان الکتریکی در شکاف خازنی بین برش های سیمی مجاور می باشد.

## ۴- منابع


[1] Wenshan Cai, Vladimir Shalaev. *Optical metamaterials Fundamental and Applications*. Springer, (2010).

[2] J.B.Pendry , A.J.Holden, D.J.Roberts, and W.J.Ste wart, Magnetism from conductors ans enhanced non-linear phenomenaJ. Phys. Condens. Matter 10, 4785 (1999).

[3] Rose A, Larouche S, Smith D. R. Quantitative study of the enhancement of bulk nonlinearities in metamaterials. Phys Rev A 84:053805(2011).

[4] Larouche S, Smith D. R. A retrieval method for nonlinear metamaterials. Opt Commun 283: 1621-1627(2010).

[5] Smith D. R, Schultz S, Markos P, Soukoulis CM. Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials from reflection and transmission coefficients. Phys Rev B 65:195104 (2002).




[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05 ]