بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

بررسی تشدیدگر یک لیزر Nd:YAG دارای آینه گاوسی با استفاده از روش ماتریس ABCD

نعیمه شریفی[۱]، محسن حاتمی[۲]، محمود برهانی[۱] و غلامرضا هنرآسا[۲]

[۱] گروه اتمی و ملکولی، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد، یزد

[۲] گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

چکیده - در این مقاله مروری بر روش *ABCD* برای عنصرهای اپتیکی مختلط خواهیم کرد. سپس به بررسی آینه‌های گاوسی و ماتریس انتقال آن می‌پردازیم. در ادامه با در نظر گرفتن یک لیزر *Nd:YAG* با آینه خروجی گاوسی، پارامترهای مختلف تشدیدگر مانند شعاع انحنا، اندازه لکه و حجم مد باریکه لیزر را به دست آورده و با حالتی که آینه خروجی یک آینه معمولی است، مقایسه خواهیم کرد. نتایج نشان می‌دهد که توزیع بازتابندگی آینه گاوسی باعث تغییر در اندازه لکه و شعاع انحنای باریکه و حجم مد درون ماده فعال لیزر می‌گردد.

کلید واژه- آینه گاوسی، تشدیدگر اپتیکی، لیزر Nd:YAG ، ماتریس ABCD

Investigation of a Nd:YAG Laser Resonator with Gaussian Mirror Using ABCD Matrix Method

Naeimeh Sharifi[1], Mohsen Hatami[2], Mahmoud Borhani[1] and Gholamreza Honarasa[2]

[1] Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University, Yazd
[2] Physics Group, Faculty of Science, Shiraz University of Technology, Shiraz

Abstract- In this paper, we review the ABCD matrix method for complex optical elements. Then, the Gaussian mirrors and their transform matrix are investigated. By considering a Nd:YAG laser with a Gaussian mirror as an output coupler, different resonator parameters such as the radius of curvature, spot size and mode volume of laser beam are obtained and compare them with the case of ordinary mirror. The results show that the spot size, radius of curvature and mode volume of laser beam inside laser active medium change with reflectivity distribution of the Gaussian mirror.

Keywords: ABCD matrix, Gaussian mirror, Nd:YAG laser, Optical resonator

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

۱- مقدمه

یکی از روش‌های پرکاربرد در تحلیل و طراحی تشدیدگرهای لیزری و انتشار باریکه ها روش ماتریس *ABCD* است [۱]. در این روش ویژگی‌های المان‌های اپتیکی حقیقی و موهومی به‌صورت ماتریس‌های حقیقی و موهومی نشان داده می‌شود. با استفاده از روش ماتریس *ABCD*، انواع مختلفی از تشدیدگرها مانند تشدیدگر موج ایستاده با آینه‌های موهومی [۲]، تشدیدگر موج ایستاده ناپایدار با آینه‌های حقیقی و موهومی [۳]، تشدیدگر موج رونده با المان‌های حقیقی[۴] و ... طراحی و تحلیل شده است.

اخیرا آینه‌های گاوسی به عنوان آینه‌هایی با بازتاب متغیر برای رسیدن به توان‌های بالا در تشدیدگرهای لیزری بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرند[۵]. از این آینه‌ها بیشتر درتشدیدگرهای ناپایدار استفاده می‌شود اما تحقیقات نشان می‌دهد که استفاده از آینه‌های گاوسی به عنوان آینه خروجی گاوسی در تشدیدگرهای پایدار هم بسیار مفید است[۶]. در این مقاله ضمن بررسی تشدیدگر لیزر در حالتی که شامل المان‌هایی با ماتریس انتقال مختلط است، با در نظر گرفتن یک آینه گاوسی که دارای ماتریس انتقال مختلط است و یک آینه معمولی به‌عنوان آینه خروجی در یک تشدیدگر لیزر Nd:YAG، پارامترهای تشدیدگر را به دست آورده و نتایج در دو حالت مختلف را با هم مقایسه می‌کنیم.

۲- ماتریس ABCD برای عنصرهای مختلط

در حالت کلی، ماتریس انتقال برای یک رفت و برگشت کامل در تشدیدگر به صورت زیر است[۷]:

$$ABCD=\begin{bmatrix}A+ia & B+ib\\ C+ic & D+id\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}+i\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix} \quad (۱)$$

که A، B، C، D، a، b، c و d همه حقیقی هستند. برای باریکه ای که پس از یک رفت و برگشت کامل باز تولید می‌شود، داریم:

$$\frac{1}{q}=\frac{(A+ia)q+(B+ib)}{(C+ic)q+(D+id)} \quad (۲)$$

که در آن q پارامتر موهومی باریکه است. q شامل اطلاعاتی در مورد شعاع انحنا باریکه R، اندازه لکه باریکه w و طول موج لیزر $(\lambda=\frac{\lambda_0}{n})$ است که λ_0 طول موج خلا و n ضریب شکست محیط است. این کمیت را می توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\frac{1}{q}=\frac{1}{R}-i\frac{\lambda}{\pi w^2} \quad (۳)$$

با حل معادله (۲)، می توان به دست آورد:

$$\frac{1}{q}=\frac{(D-A)+i(d-a)}{2(B+ib)}+\frac{\sqrt{((A+D)^2-(a+d)^2-4)+i2(A+D)(a+d)}}{2(B+ib)} \quad (۴)$$

با فرض اینکه:

$$\sqrt{((A+D)^2-(a+d)^2-4)+i2(A+D)(a+d)}=\sqrt{e+if}=x+iy \quad (۵)$$

خواهیم داشت:

$$e=(A+D)^2-(a+d)^2-4,\qquad f=2(A+D)(a+d) \quad (۶)$$

با جایگذاری (۵) در (۴) و جدا کردن قسمت‌های حقیقی و موهومی، می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{q}=\frac{(D-A+x)B+(d-a+y)b}{2(B^2+b^2)}-i\frac{(D-A+x)b+(d-a+y)B}{2(B^2+b^2)} \quad (۷)$$

از مقایسه (۳) با (۷) شعاع انحنای باریکه R و اندازه لکه w به صورت زیر به دست می‌آید:

$$R=\frac{2(B^2+b^2)}{(D-A+x)B+(d-a+y)b} \quad (۸)$$

و

$$w^2=\frac{\lambda}{\pi}\frac{2(B^2+b^2)}{(D-A+x)b+(d-a+y)B} \quad (۹)$$

که در آن x و y با کمک رابطه (۵) به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$x=\pm\sqrt{\frac{e\pm\sqrt{e^2+f^2}}{2}},\qquad y=\pm\sqrt{\frac{-e\pm\sqrt{e^2+f^2}}{2}} \quad (۱۰)$$

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

۳- آینه گاوسی

آینه‌های گاوسی از نوع آینه‌های بازتاب کننده متغیر هستند. در آینه‌های گاوسی بازتابندگی برحسب فاصله از مرکز آینه به‌صورت تابع توزیع گاوسی است یعنی بازتاب در وسط آینه بیشتر و در کناره ها کمتر است. بازتاب در آینه گاوسی را می‌توان به‌صورت زیر نشان داد [۸]:

$$R(r) = R_0 \exp[-2(\frac{r}{w_m})^2] \qquad (۱۱)$$

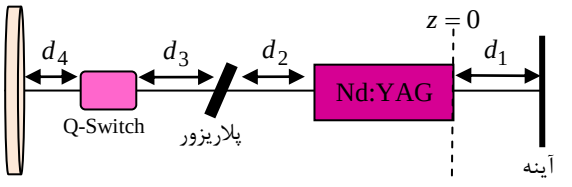
که در آن R_0 ضریب بازتاب مرکزی، r فاصله از مرکز آینه و w_m شعاع عرضی آینه است که در آن بازتاب به $\frac{1}{e^2}$ اندازه بیشینه خود می‌رسد. ماتریس آینه گاوسی به صورت زیر معرفی شده است [۲]:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{\rho} - i\frac{\lambda}{\pi w_m^2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{\rho} & 1 \end{bmatrix} + i\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{\lambda}{\pi w_m^2} & 0 \end{bmatrix} \qquad (۱۲)$$

که در آن ρ شعاع انحنای آینه، λ طول موج نور است. این ماتریس شامل قسمت حقیقی و موهومی است.

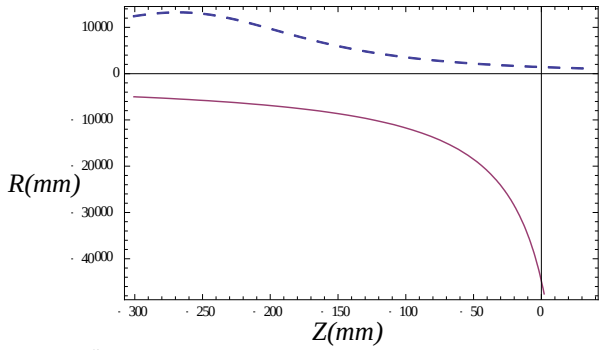
۴- سامانه لیزری

سیستم لیزری مورد نظر شامل دو آینه تخت و کروی است. آینه تخت، آینه خروجی و آینه کروی با شعاع $5m$ آینه عقب لیزر است. طول کل رزوناتور $۳۳۶mm$ است. بین دو آینه میله لیزر Nd:YAG به طول $۸۰mm$، پلاریزور با ضریب‌شکست ۱/۵۰۷ و طول ۱/۰۷۵ mm و Q-Switch با ضریب‌شکست ۲/۲۳۲ و طول $۴/۸۴mm$ قرار گرفته است. فواصل بین المان‌ها در شکل ۱ آمده است.

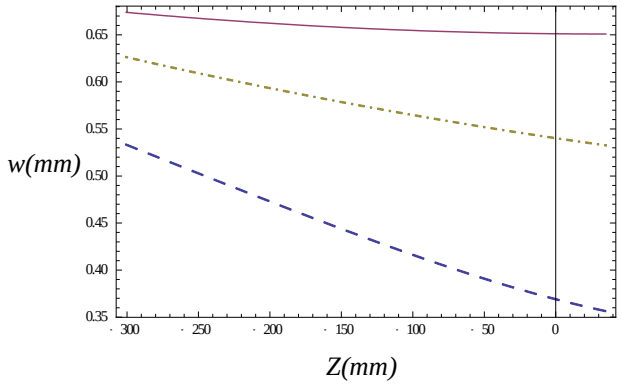


شکل ۱: مشدد لیزر مورد نظر با $d_1 = 35mm$، $d_2 = 147mm$، $d_3 = 30mm$ و $d_4 = 38mm$.

با در نظر گرفتن پارامتر z در تشدیدگر به عنوان فاصله از انتهای میله لیزری که به آینه خروجی نزدیکتر است، می‌توان شعاع انحنا و اندازه لکه باریکه را برحسب فواصل مختلف در تشدیدگر به دست آورد. به این منظور ماتریس المانهای مختلف در تشدیدگر از جمله ماتریس آینه گاوسی (۱۲) را برای یک رفت و برگشت کامل را در هم ضرب کرده و عناصر ماتریس (۱) را به دست می‌آوریم. اگر آینه خروجی را بصورت آینه معمولی تخت در نظر بگیریم بخش های موهومی را در رابطه (۱) نخواهیم داشت یعنی $a=b=c=d=0$ است. بنابراین به‌راحتی می‌توان R و w را به دست آورد. حال آینه خروجی را با یک آینه گاوسی برای حالتی که w_m، یک بار $۴mm$/. و بار دیگر $۸mm$/. باشد، جایگزین می‌کنیم[۷]. نمودار شعاع انحنا و اندزه لکه باریکه درون تشدیدگر برای آینه خروجی معمولی و گاوسی در شکل ۲ و ۳ رسم شده است.



شکل۲: شعاع انحنای باریکه برحسب z در تشدیدگر برای آینه خروجی معمولی(خط تیره) و آینه خروجی گاوسی (خط چین).



شکل۳: اندازه لکه برحسب z در تشدیدگر برای آینه خروجی معمولی(خط تیره)، آینه خروجی گاوسی برای $w_m = ۴mm$/. (خط چین) و برای $w_m = ۸mm$/. (خط نقطه).

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

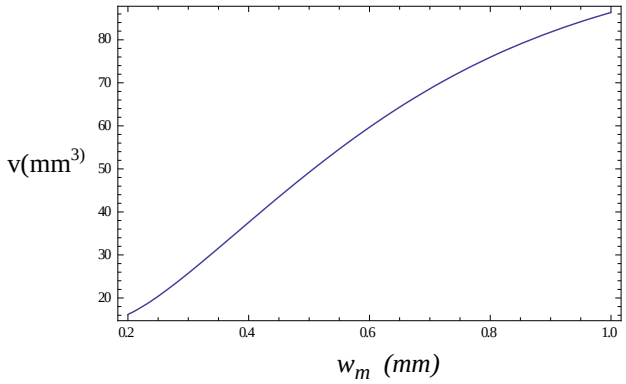
همانطور که مشاهده می‌شود برای سیستم لیزری در نظر گرفته شده، اندازه لکه در تمام طول تشدیدگر با آینه معمولی بزرگتر از اندازه لکه در تشدیدگر با آینه گاوسی است. همچنین در تشدیدگر با آینه گاوسی هرچه مقدار w_m را بزرگتر انتخاب کنیم، اندازه لکه نیز بزرگتر می‌شود. با توجه به شکل ۳، مشاهده می‌شود که شعاع انحنای باریکه در تشدیدگری با آینه گاوسی نسبت به تشدیدگر با آینه معمولی تغییرات بسیار کمی دارد.

۵- حجم مد

یکی از پارامترهای تعیین کننده در میزان توان خروجی یک تشدیدگر لیزری، حجمی از محیط فعال است که توسط مد مورد نظر پر می شود. تنها در این حجم است که انرژی ذخیره شده توسط مد از طریق گسیل القایی استخراج می‌شود. حجم مد برای مد TEM_{00} از رابطه زیر به دست می‌آید [۸]:

$$V = \pi \int w^2 dz \qquad (۱۳)$$

که در آن بازه انتگرال روی محیط فعال گرفته می‌شود. برای سیستم لیزر در نظر گرفته شده (شکل ۱) با توجه به محل z=0 این بازه از $-L$ تا ۰ می‌باشد. همانطور که از رابطه (۱۳) مشخص است حجم مد به هندسه تشدیدگر و محل قرارگیری محیط فعال در تشدیدگر بستگی دارد. در این بخش می‌خواهیم با فرض ثابت بودن پارامترهای ذکر شده، نقش آینه گاوسی را در حجم مد مورد بررسی قرار دهیم. نمودار حجم مد TEM_{00} برحسب w_m در شکل ۴ رسم شده است. همان طور که شکل نشان می‌دهد، هرچه شعاع عرضی آینه که در آن بازتابندگی آینه به $1/e^2$ مقدار بیشینه خود می‌رسد بزرگتر باشد حجم مد نیز بیشتر می‌شود. بنابراین در طراحی تشدیدگرهای شامل آینه گاوسی، w_m یک پارامتر تاثیر گذار است. حجم مدی برای تشدیدگر با آینه معمولی برابر ۵۵/ ۷۸ mm^3 به دست می‌آید.



شکل ۴: نمودار حجم مد برحسب w_m برای لیزر Nd:YAG با مشخصات ذکر شده.

۶- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر با استفاده از روش ماتریس ABCD و ماتریس انتقال مختلط برای آینه‌های گاوسی، تشدیدگر یک لیزر Nd:YAG با آینه خروجی گاوسی را مورد بررسی قرار دادیم. نتایج نشان می‌دهد که مشخصات آینه گاوسی و نحوه بازتابندگی آن تاثیر زیادی در پارامترهای تشدیدگر از جمله اندازه لکه و شعاع انحنای و همچنین حجم مد درون محیط فعال دارد. برای سیستم لیزر در نظر گرفته شده نشان داده شد که جایگزین کردن آینه خروجی معمولی با یک آینه گاوسی باعث تغییر در اندازه لکه و حجم مد می‌شود.

مراجع

[۱] وردین، جوزف، *الکترونیک لیزر*، مؤسسه انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۸.

[2] Yariv A. and Yeh P., *Confinement and stability in optical resonators employing mirrors with Gaussian reflectivity tapers*, **Opt Commun.** 13 (1975) 370-374.

[3] Sigman A. E., *Unstable optical resonator*, **Appl. Opt.** 13 (1974) 353-369.

[4] Martin K. I., Clarkson W. A., Hanna D. C., *Stable, high-power, single-frequency generation at 532 nm from a diode-bar-pumped Nd:YAG ring laser with an intracavity LBO frequency doubler*, **Appl. Opt.** 36 (1997) 4149-4152.

[5] Li J., Chen Y., Qin Y., *Vectorial structural properties of truncated beam generated by Gaussian mirror resonator in the near field*, **Optics & Lasers Tech.** 44 (2012) 1574-1582.

[6] Morin M., Cantin D., Poirier M., *Stable resonators with a graded reflectivity output coupler*, **Proc. SPIE** 4087 (2000) 795.

[7] Su B., Xue J, Sun L., Zhao H., Pei X, *Generalised ABCD matrix treatment for laser resonators and beam propagation*, **Optics & Lasers Tech.** 43 (2011) 1318-1320.

[8] Hodgson N. and Weber H, *Laser resonators and beam propagation*, Springer, 2003.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]