بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

# تحلیل دقت میکرومشددهای اپتیکی کروی در اندازه گیری رسانایی حرارتی نمونه گازی

حمید نادگران و راحله پورمند

بخش فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شیراز، شیراز، ۷۱۴۵۴، ایران

**چکیده – دقت میکرومشددهای کروی در اندازه گیری ضرایب حرارتی نمونه گازی بررسی شده است. در این حسگرها، میکروکره در اثر تابش لیزر دیودی گرم شده و آهنگ واهلش گرمایی آن که متناسب با ضریب رسانایی گرمایی نمونه گازی است، اندازه گیری میشود. با توجه به شرایط پویای ترمودینامیکی، علاوه بر طبیعت میکروکاواک، شرایط محیطی نیز بر فرایند انتقال حرارت در سامانه تأثیر میگذارد. بنابراین با در نظر گرفتن وابستگی آهنگ واهلش گرمایی میکروکره به پارامترهای محیطی، فرایند انتقال حرارت در این سامانه ها بررسی شده و تصحیح روابط برای محاسبه ضرایب حرارتی گاز و دستیابی به نتایج قابل اطمینان ارائه شده است.**

کلید واژه- انتقال حرارت، جابجایی فرکانس تشدید، حسگرهای نوری، ضریب رسانایی گرمایی نمونه گازی، میکروکاواک کروی

# The Investigation of Accuracy of Microspherical Resonators for Heat Conduction Measurement in The Gas samples

Hamid Nadgaran and Raheleh Pourmand

Department of Physics, Collage of Science, Shiraz University, Shiraz, 71454, Iran

Abstract- The accuracy of optical microspherical resonators in measuring gas heat coefficients is investigated. In these systems, the microcavity is heated by radiation of a diode laser and its thermal relaxation rate which is proportional to the gas thermal conduction coefficient is measured. Due to the presence of dynamic thermal situation, in addition to microcavity itself, ambient factors can also affect the heat transport phenomenon in these systems. So considering the dependency of microcavity thermal relaxation rate on surrounding physical parameters, we determine the correction terms for heat parameter relations which is important in obtaining reliable results by these systems.

Keywords: Heat transport, Resonance frequency shift, Optical sensors, Gas heat conduction coefficient, Spherical microcavity

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06 ]

## ۱- مقدمه

میکروکاواک های دی الکتریک به طور گسترده در حسگرهای نوری به کار می روند و با توجه به روش های انعطاف پذیر ساخت و مونتاژ این اجزاء و تنوع مواد به کار رفته در آنها، طراحی حسگرهای نوری با ابعاد کوچک و حساسیت بسیار بالا امکان پذیر شده است [۱].

در ساختار این حسگر ها، موج الکترومغناطیس به وسیله یک فیبر نوری به میکروکاواک جفت شده و فرکانس نور عبوری متناوباً پویش می شود. با توجه به وابستگی فرکانش تشدید به ضریب شکست و ابعاد میکروکاواک، هر تغییر کوچکی مانند تغییر دما و یا وجود تنش های مکانیکی در محیط، به صورت جابجایی در فرکانس تشدید مشاهده می شود.

با توجه به حساسیت این حسگرها به تغییرات دما، امکان تعیین پارامترهای گرمایی نمونه تحت بررسی مانند رسانش گرمایی گازها و ضریب تطابق سطوح، فراهم شده است [۲]. به این منظور، دمای میکرو کاواک کروی، تحت تابش یک لیزر دیودی حالت جامد تا حد دلخواه افزایش می یابد. پس از خاموش شدن لیزر، کاواک نوری به تدریج به دمای اولیه خود باز گشته و فرکانس تشدید که در مرحله اول جابجا شده بود به آرامی به مقدار اولیه خود باز می گردد. با فرض اینکه آهنگ انتقال حرارت از میکروکره به محیط همواره ثابت باشد، ضریب رسانش گرمایی گاز با زمان واهلش گرمایی میکروکره تناسب خطی داشته و با اندازه گیری زمان جابجایی فرکانس تشدید می توان رسانایی حرارتی نمونه گازی را محاسبه نمود. به علاوه، با تکرار این آزمایش در فشارهای مختلف، ضریب تطابق سطح که معیاری از میزان تبادل انرژی مولکول گاز با سطح جامد در یک برخورد است، محاسبه می شود [۲-۳].

با همه اینها، آهنگ انتقال حرارت از میکروکاواک به محیط علاوه بر طبیعت و ساختار هندسی میکروکاواک، به شرایط محیطی مانند غلظت، دما و فشار گاز نیز وابسته است. با توجه به افت و خیز های دما ناشی از پویش فرکانس نور عبوری و نیز لزوم تکرار آزمایش در محدوده گسترده فشارهای مختلف، در تحلیل دقیق داده های میکروحسگر کروی، نمی توان واهلش گرمایی را همواره یکنواخت در نظر گرفت و بررسی تأثیر عوامل محیطی بر نرخ واهلش گرمایی میکروکاواک حائز اهمیت است. در این تحقیق با توجه به تغییرات زمان واهلش میکروکره، به تحلیل داده های حسگر و محاسبه ضریب حرارتی نمونه گازی خواهیم پرداخت و تأثیر تغییرات آهنگ واهلش گرمایی بر رفتار این پارامترها را بررسی خواهیم کرد. این محاسبات در انتخاب مواد مناسب در ساخت حسگرهای گازی میکروکروی و نیز تحلیل دقت اندازه گیری پارامترهای گرمایی نمونه گازی مفید خواهد بود.

## ۲- نظریه

### ۲-۱- فرایند انتقال حرارت در حسگر های میکروکروی دی الکتریک

در حسگر های میکروکروی گازی، دمای میکروکاواک محاط شده در یک نمونه گازی معین، در اثر تابش لیزر دیودی افزایش می یابد. از آنجا که ضریب رسانش حرارتی مواد جامد از گازها بیشتر است، انتشار گرما در فضای میکروکره سریع تر از انتقال حرارت به محیط اطراف است. بنابراین در طول آزمایش می توان دمای میکروکره در تمام نقاط آن را یکسان در نظر گرفت.

انتقال گرما از میکروکره به محیط پیرامون از طریق رسانش و تابش امکان پذیر است. در این سامانه ها به دلیل کوچک بودن اندازه میکروکره، می توان از پدیده همرفت چشمپوشی کرد. بنابراین می توان واهلش گرمایی میکروکره را به صورت زیر نوشت [۲]:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t}=\frac{1}{mc}\frac{\Delta Q}{\Delta t}=-\frac{1}{mc}(4\pi a k_g + A_R T_R^3)T \qquad (۱)$$

که در معادله بالا $A_R$ کمیت وابسته به مقدار ثابت استفان بولتزمن، سطح و توانایی تابش میکروکره است. $a$ و $m$ شعاع و جرم میکروکره، $T_R$ دمای محیط، و $k_g$ ضریب رسانش نمونه گازی و $c$ گرمای ویژه ماده کاواک می باشد. در صورتیکه زمان مشخصه واهلش گرمایی برای میکروکاواک را $\tau_0$ بنامیم، واهلش دما را می توان به صورت:

$$T(t)=T_0 e^{-t/\tau_0} \qquad (۲)$$

تعریف کرد. مقایسه رابطه (۱) و (۲) نشان می دهد در صورتی معادله بالا صادق است که ضرایبی مانند $k_g$، توان تابش، فشار و دمای نمونه گازی ثابت در نظر گرفته شود.



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06 ]

### ۲-۲- جابه جایی فرکانس تشدید میکروکره

از آنجا که فرکانس تشدید میکروکره به خواص فیزیکی کاواک و محیط پیرامون آن وابسته است، می توان جابجایی فرکانس تشدید، ناشی از جذب توان گرمایی را به صورت زیر نوشت [۲]:

$$\frac{df}{dT} = -f_0\left[\frac{1}{n_s}\frac{dn_s}{dT} + \alpha_{\exp}\right] = -f_0 n_T \qquad (۳)$$

که در آن $\alpha_{\exp}$ ضریب انبساط و $n_s$ ضریب شکست میکروکره است.

### ۲-۳- محاسبه آهنگ زمانی جابه جایی فرکانس تشدید میکرو کره و پارامترهای حرارتی نمونه گازی

با توجه به معادله (۲) و (۳) می توان نرخ جابجایی فرکانس تشدید را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\frac{df}{dt} = \frac{df}{dT}\frac{dT}{dt} = -\frac{f_0 n_T}{\tau_0}T = S_0 T \qquad (۴)$$

و با توجه به معادله (۱) و (۲)، رابطه ضریب رسانش حرارتی گاز و زمان واهلش گرمایی میکروکره به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$k_g = \frac{(mc/\tau_0 - A_R T_R^3)}{4\pi a} \qquad (۵)$$

همچنین رابطه ضریب رسانش حرارتی و فشار در یک نمونه گازی به صورت زیر است [۲]:

$$k_g = \frac{k_{g0}}{1+\left(\frac{2-\alpha_c}{\alpha_c}\right)\left(\frac{k_{g0}\sqrt{2\pi R T_R}}{(c_p+c_v)pa}\right)} \qquad (۶)$$

که در آن $k_{g0}$ ضریب رسانش گرمایی گاز در فشار اتمسفر، $c_p$ و $c_v$ گرمای ویژه گاز در فشار و حجم ثابت و $R$ ثابت گاز ها بر واحد جرم می باشد. با توجه به رابطه مذکور، با برازش داده های حسگر در فشار های مختلف بر معادله بالا، می توان ضریب تطابق سطح کاواک، $\alpha_c$ را به دست آورد.

### ۲-۴- بررسی دقت اندازه گیری پارامترهای حرارتی نمونه گازی

معادلات توصیف شده به خوبی گویای این واقعیت هستند که آهنگ واهلش گرمایی میکروکره علاوه بر شکل و جنس سطح میکروکاواک وابسته به شرایط محیطی مانند ضریب رسانش، فشار، دما و غلظت گاز در مجاورت میکروکاواک می باشد. بنابراین آهنگ واهلش گرمایی در آزمایش های متناوب با فشارهای مختلف را نمی توان یکسان در نظر گرفت.

بنابراین با توجه به شرایط پویای مسئله، می توان رابطه (۴) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{df}{dt} = S(p,T)T \qquad (۷)$$

که $S(p,T)$ جایگزین مقدار ثابت $S_0$ شده است. در اولین تقریب می توان تابع $S(p,T)$ را به صورت زیر نوشت:

$$S(p,T) \approx S_0 + \frac{\partial S}{\partial T}\delta T + \frac{\partial S}{\partial p}\delta p \approx S_0 + \Delta S_{p,T} \qquad (۸)$$

بنابراین اگر در حالت اول آزمایشگر جابجایی فرکانس $\Delta f$ را در زمان $t_1$ اندازه گیری نماید، در این حالت همان مقدار جابجایی فرکانس در زمان $t_2$ اندازه گیری می شود که رابطه دو زمان به صورت زیر است:

$$t_2 = \frac{1}{1+\Delta S_{p,T}/S_0}t_1 = \frac{1}{1+S_{rel}}t_1 \qquad (۹)$$

در معادله بالا تغییر نسبی ضریب $S(p,T)$ را با $S_{rel}$ نشان داده ایم. اکنون، با اعمال تصحیحات مذکور به بررسی تغییرات پارامتر $k_g$ و $\alpha_c$ خواهیم پرداخت.

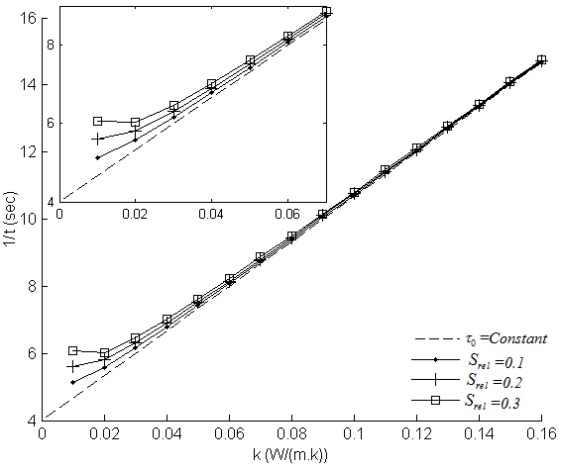
شکل های (۱) و (۲) نمودار تغییرات ضریب رسانش حرارتی گاز بر حسب عکس پارامتر واهلش گرمایی سیستم به ازای مقادیر مختلف $S_{rel}$ را برای دو نمونه گاز هوا و هلیوم نشان می دهند. با توجه به نمودارها درحالت اول (زمان واهلش ثابت)، $k_g$ با عکس زمان واهلش متناسب است اما با در نظر گرفتن تغییرات نسبی زمان واهلش این رفتار از تابع خطی انحراف می یابد و به خصوص، در واهلش های طولانی تناسب خطی دیده نمی شود زیرا در این محدوده، دیگر فرایندهای دینامیکی بر فرایند رسانش غالب می شوند.

در شکل های (۳) و (۴) تغییرات ضریب رسانش حرارتی گاز بر حسب فشار محیط برای دو نمونه گاز هوا و هلیوم رسم شده است. نمودارها انحراف تغییرات $k_g$ از رابطه (۶) را در فشارهای کوچک نشان می دهند که ناشی از در نظر گرفتن وابستگی آهنگ انتقال حرارت به فشار محیط

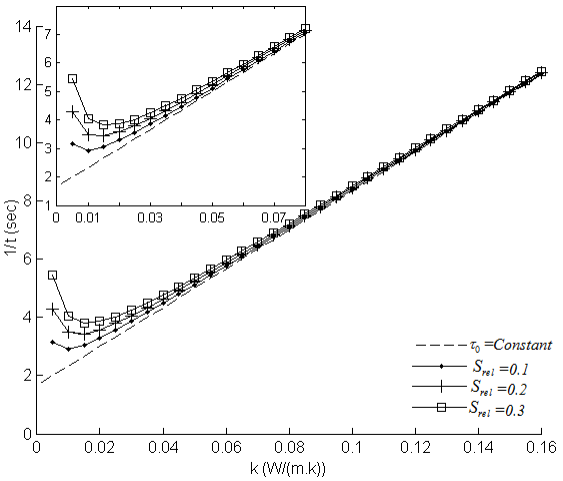


[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06 ]

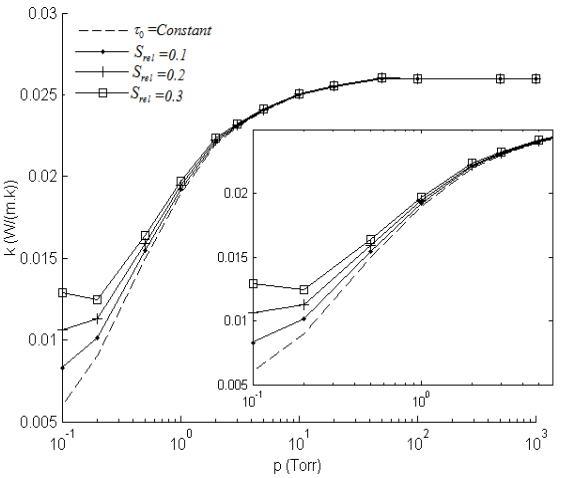
در معادلات است. در نتیجه، در این محدوده $k_g$ از رابطه (۶) تبعیت نمی کند و $\alpha_c$ از مقدار محاسبه شده انحراف می یابد.



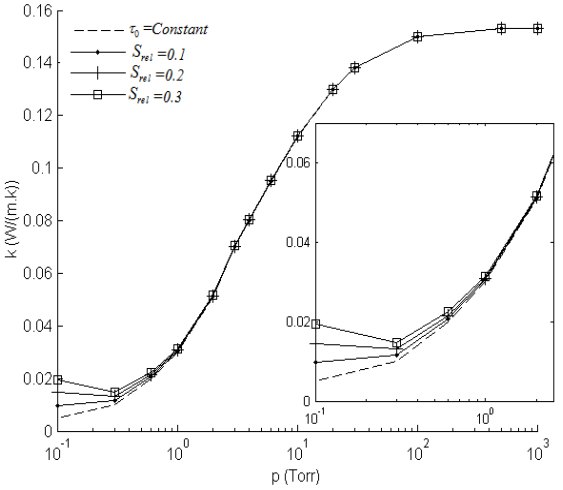

شکل ۱: آهنگ انتقال حرارت بر حسب ضریب رسانش گرمایی هوا




شکل ۲: آهنگ انتقال حرارت بر حسب ضریب رسانش گرمایی هلیوم




شکل ۳: تغییرات ضریب رسانش گرمایی هوا برحسب فشار




شکل ۴: تغییرات ضریب رسانش گرمایی هلیوم برحسب فشار

با مقایسه نتایج برای دو نمونه هوا و هلیوم می توان دریافت به علت جرم اتمی کمتر هلیوم مدت زمان تبادل انرژی مولکول های این گاز با سطح میکروکره نسبت به هوا کمتر است. بنابراین سرعت واهلش سیستم در مجاورت نمونه هوا کمتر و تأثیر عوامل محیطی بر رفتار $k_g$ بیشتر می باشد.

## ۳- نتیجه گیری

دقت حسگرهای میکروکروی در اندازه گیری ضرایب حرارتی نمونه های گازی، با تحلیل مکانیزم تبادل حرارت بین میکروکره و محیط گازی پیرامون آن بررسی شده است. با در نظر گرفتن وابستگی آهنگ واهلش گرمایی به شرایط فیزیکی محیط، تصحیح روابط برای محاسبه پارامترهای حرارتی نمونه گاز ارائه شده است. نتایج به خوبی نشان می دهد تغییرات زمان واهلش گرمایی بر رفتار ضریب رسانش حرارتی گاز تأثیر گذاشته و به خصوص در محدوده فشارهای پایین باید به طور مؤثری در روابط در نظر گرفته شوند. این محاسبات در تحلیل داده ها و دستیابی به نتایج دقیق در این حسگرها مفید خواهد بود.

## مراجع


[1] A. T. Rosenberger, A. Chiasera, Y. Dumeige, P. Feron, M. Ferrari, Y. Jestin, G. N. Conti, S. Pelli, S. Soria, G. C. Righini, **Laser & Photon. Rev.** 1 2009

[2] A. T. Rosenberger, E. B. Dale, D. Ganta, and J. P. Rezac, **Proc. SPIE** 6872, 68720U 2008

[3] D. Ganta, E. B. Dale, J. P. Rezac, and A. T. Rosenberger, **J. Chem. Phys**. 135, 084313 2011




[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06 ]