بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

# توصیف نحوه انتشار باریکه‌های لیزری در محیط‌های غیرخطی با استفاده از مدل کانال‌گونه

محمدرضا رشیدیان وزیری

پژوهشکده لیزر و اپتیک، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، تهران

**چکیده – در این مقاله، به شرح مدل جدید کانال‌گونه‌ای خواهیم پرداخت که برای توصیف نحوه انتشار باریکه‌های لیزری در محیط‌های غیرخطی کِر توسعه یافته است. در این مدل با فرض آنکه شکل گاؤسی باریکه در طول مسیر انتشار درون محیط غیرخطی بدون تغییر می‌ماند و با استفاده از نظریه بی‌ابیراهی، تغییرات ضریب شکست محیط به دست آمده است. ضریب شکست به دست آمده به شکل ضریب شکست محیط‌های کانال‌گونه است. بنابراین با استفاده از ماتریس اشعه محیط کانال‌گونه‌ای که اعضای آن در طول مسیر انتشار تغییر می‌کنند می‌توان پارامترهای باریکه را در هر نقطه از مسیر به دست آورد. به این منظور بایستی روابط به دست آمده برای شعاع انحنا و شعاع باریکه را به روش عددی و در طول مسیر انتشار حل کرد. روش به کارگرفته شده برای حل این روابط نیز ارائه شده‌اند. مدل کانال‌گونه را می‌توان برای توصیف نحوه انتشار باریکه‌های لیزری پیوسته و یا پالسی به کار گرفت.**

کلید واژه- اپتیک غیرخطی، انتشار امواج، مدولاسیون خود- فاز.

# Describing the propagation of laser beams in nonlinear media using the ducting model

Mohammad Reza Rashidian Vaziri

Laser and optics research school, NSTRI, Tehran, Iran

Abstract- In this paper, we will elaborate on our new ducting model which is developed for describing the propagation of laser beams in nonlinear Kerr media. In this model, it is assumed that the Gaussian beam shape remains unchanged during its propagation inside the nonlinear medium and using the aberration-free theory, the variable form refractive index has been obtained. The refractive index of the nonlinear medium is obtained in the form of refractive index of ducting media. Therefore, by applying the ray matrix of a ducting medium with variable elements along the propagation direction, one can find the laser beam parameters. To this end, the resulted relations for the beam radius and radius of curvature should be numerically solved along the propagation direction. The used method for solving these relations is also presented. The proposed model can be used for describing the propagation of continuous wave or pulsed laser beams.

Keywords: Nonlinear optics, Wave propagation, Self-phase modulation.



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30 ]

## ۱- مقدمه

ضریب شکست محیط غیرخطی کِر با شدت میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی باریکه لیزری طبق رابطه زیر تغییر می‌نماید:

$$n = n_0 + n_2 I \qquad (۱)$$

با انتشار موج در چنین محیطی باریکه لیزری بر روی خود تاثیر گذاشته و امکان تغییرشکل آن وجود خواهد داشت. توصیف چنین اثری در تئوری موج الکترومغناطیسی با معادله موج غیرخطی نوری انجام می‌پذیرد. برای باریکه لیزری در تقریب پیرامحوری این معادله را می‌توان به صورت زیر نوشت [۱]:

$$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} + \nabla_T^2 A = \frac{-4n_0^2 \varepsilon_0 n_2 \omega^2}{c} |A|^2 A \qquad (۲)$$

که در آن $\omega$ بسامد زاویه‌ای موج اپتیکی، $\varepsilon_0$ پذیرفتاری خلأ، $c$ سرعت نور در خلأ، $\nabla_T^2$ عملگر لاپلاسین عرضی و $A$ دامنه کم‌تغییر فضایی موج بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$E(r,z) = A(r,z)\exp(ik_0 z) \qquad (۳)$$

رابطه (۲) تنها در یک بعد جواب تحلیلی داشته برای حل آن در دو بعد باید از روش‌های عددی استفاده نمود [۱]. حل تحلیلی این رابطه در یک بعد (به عنوان مثال سولیتون‌های نوری) یا جواب‌های عددی آن در دو بعد خارج از محدوده تعریف موج‌های گاؤسی قرار می‌گیرند. بنابراین با حل این رابطه نمی‌توان پارامترهای موج گاؤسی به هنگام انتشار در محیط غیرخطی را به دست آورد. جهت دست‌یابی به این هدف می‌توان از تئوری بی‌ابیراهی بهره جست. در این تئوری فرض بر آن است که موج الکترومغناطیسی باریکه لیزری به هنگام انتشار در محیط غیرخطی کِر شکل گاؤسی خود را حفظ می‌نماید [۲]. در این تئوری، روش معمول جهت توصیف نحوه انتشار موج گاؤسی استفاده از ماتریس‌های انتشار پرتو غیرخطی است [۳]. در این مقاله به توصیف مدلی کانال‌گونه‌ای [۴ و ۵] خواهیم پرداخت که بر پایه به دست آوردن ماتریس ABCD محیط غیرخطی کِر و استفاده از آن جهت تعیین پارامترهای موج گاؤسی به هنگام انتشار استوار است.

## ۲- توصیف مدل کانال‌گونه

اگر راستای انتشار را در جهت محور z در نظر بگیریم، قدرت میدان الکتریکی باریکه لیزری در محیط غیرخطی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$E(r, z_0 + z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left(-\frac{\alpha z}{2}\right) \exp\left(\frac{-r^2}{w^2(z)}\right) \qquad (۴)$$

با به دست آوردن شدت میدان الکتریکی از طریق این رابطه و جایگذاری آن در رابطه (۱)، به رابطه زیر خواهیم رسید:

$$n = n_0 + n_2 |E_0|^2 \frac{w_0^2}{2\eta w^2(z)} \exp(-\alpha z) \exp\left(\frac{-2r^2}{w^2(z)}\right) \qquad (۵)$$

که در آن $\eta$ امپدانس مشخصه و مقدار آن برابر با $\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ است.

با دقت در رابطه مربوط به ضریب شکست محیط می‌توان علت حذف فاکتورهای فاز باریکه گاؤسی، نظیرضریب فاز گوی، در رابطه (۴) را دریافت. این فاکتورها به هنگام تبدیل قدرت به شدت میدان الکتریکی تنها ضریبی از یک برجای می‌گذارند و به جهت عدم‌نیاز در ادامه محاسبات از ابتدا کنار گذاشته شده‌اند. مطابق با تئوری بی‌ابیراهی، شکل گاؤسی باریکه در صورتی حفظ خواهد شد که تغییرات شعاعی ضریب شکست از توان دوم باشد [۲]. چنین شرطی را می‌توان با استفاده از رابطه زیر برقرار نمود:

$$\exp\left(\frac{-2r^2}{w(z)^2}\right) \approx 1 - \frac{2r^2}{aw^2(z)} \qquad (۶)$$

که در آن $a$ ضریب اصلاحی است که به جهت حذف جمله‌های مرتبه بالاتر در بسط تیلور تابع نمایی وارد رابطه شده است. از طریق اندازه‌گیری‌های تجربی به روش روبش z، مقدار $a$ در بازه ۳/۷۷ تا ۶/۴ برآورد شده است [۲].

با جایگذاری رابطه (۴) در رابطه (۵) خواهیم داشت:

$$n = \left[n_0 + \frac{2Pn_2}{\pi w^2(z)} \exp(-\alpha z)\right] - \left[\frac{4Pn_2 \exp(-\alpha z)}{a\pi w^4(z)}\right] r^2$$

اگر براکت‌های اول و دوم در این رابطه را به ترتیب با $n_0'$ و $n_2'/2$ جایگزین نماییم، خواهیم داشت:

$$n = n_0' - \frac{1}{2} n_2' r^2 \qquad (۷)$$

ماده‌ای که ضریب شکست آن به صورت مربعی با تغییرات مختصه شعاعی تغییر نماید به نام کانال یا محیط عدسی‌گونه [۶] شناخته می‌شود. ماتریس چنین محیطی را می‌توان به صورت رابطه (۸) نوشت.



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30 ]

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma z) & \dfrac{\sin(\gamma z)}{n_0'\gamma} \\ -n_0'\gamma \sin(\gamma z) & \cos(\gamma z) \end{bmatrix} \quad (۸)$$

در این رابطه $\gamma$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\gamma = \sqrt{\frac{n_2'}{n_0'}} = \frac{2}{\sqrt{a}w(z)} \sqrt{\frac{1}{1+\dfrac{\pi n_0 w^2(z)\exp(\alpha z)}{2Pn_2}}} \quad (۹)$$

با توجه به تئوری ماتریس‌های پرتو، تغییرات پارامتر مختلط باریکه گاؤسی درون محیط از رابطه زیر تبعیت می‌کند:

$$q(z) = \frac{A(z)q_1 + B(z)}{C(z)q_1 + D(z)} \quad (۱۰)$$

در این رابطه $q_1$ پارامتر مختلط باریکه روی سطح ورودی و مقادیر عناصر ماتریس ABCD وابسته به مختصه z می‌باشند. از سوی دیگر می‌توان پارامتر مختلط باریکه را به صورت زیر نیز نمایش داد:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - i\frac{\lambda_n}{\pi w^2}$$

که $\lambda_n = \lambda_0/n_0$ طول موج درون محیط است. با استفاده از این رابطه و جایگذاری $q_1$ و $q(z)$ در رابطه (۱۰) و پس از مقداری عملیات ریاضی می‌توان شعاع باریکه و شعاع انحنای موج را به صورت زیر به دست آورد:

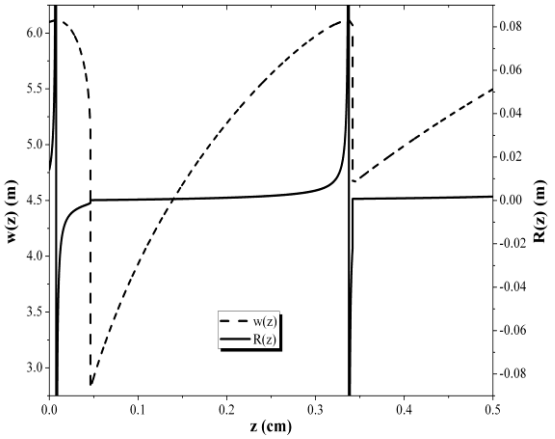
$$w(z) = w_1 \sqrt{(A(z) + \frac{B(z)}{R_1})^2 + (\frac{\lambda_n B(z)}{\pi w_1^2})^2} \quad (۱۱)$$

$$R(z) = \frac{\left(A(z) + \dfrac{B(z)}{R_1}\right)^2 + \left(\dfrac{\lambda_n B(z)}{\pi w_1^2}\right)^2}{(C(z) + \dfrac{D(z)}{R_1})^2 + B(z)D(z)(\dfrac{\lambda_n}{\pi w_1^2})^2} \quad (۱۲)$$

با توجه به مطالب ذکر شده در این بخش می‌توان اذعان داشت که جهت یافتن مقادیر $w(z)$ و $R(z)$ موج گاؤسی حین انتشار در روابط (۱۱) و (۱۲) باید نخست مقادیر عناصر ماتریس ABCD محیط کِر را در دست داشت. با این وجود با نگاهی به روابط (۸) و (۹) می‌توان دریافت که خود این عناصر نیز به $w(z)$ وابسته هستند. برای حل این مسأله می‌توان نخست عبارات مربوط به $A(z)$ و $B(z)$ را در رابطه (۱۱) قرار داد تا به معادله‌ای از یک تک متغیّر $w(z)$ دست پیدا کرد. با حل عددی معادله به دست آمده می‌توان نخست مقدار $w(z)$ و سپس به ترتیب مقادیر عناصر ماتریس ABCD و $R(z)$ را برای z های متوالی به دست آورد.

## ۳- نتایج

برای محاسبه تغییرات اندازه کمر باریکه w(z) و شعاع انحنای موج R(z) در راستای انتشار موج z، باید در ابتدا مقادیر کمیت‌های ثابت وارد شده در روابط (۸) تا (۱۲) را انتخاب نماییم. برای ضریب شکست غیرخطی محیط $n_2$ مقدار $10^{-6}$ $cm^2/W$ در محاسبات در نظر گرفته شده است [۱]. طول موج باریکه گاؤسی در خلأ $\lambda_0$ و توان P به ترتیب برابر ۵۳۲ نانومتر و ۰/۲ وات انتخاب شده‌اند. برای ضریب شکست و ضریب جذب خطی محیط کِر، $n_0$ و $\alpha$، به ترتیب از مقادیر نوعی یک و $10$ $m^{-1}$ استفاده شده است. محل قرار گرفتن نمونه غیرخطی روی محور اپتیکی z پس از کانون فرض شده است به گونه‌ای که $R_1$ مثبت و مقدار آن برابر ۰/۰۱۴ متر و $w_1$ برابر ۰/۰۶۱ میلی‌متر باشند. در شکل۱ نتایج مدل ارائه شده برای موج گاؤسی پیوسته در حال انتشار در محیط غیرخطی به ضخامت ۵ میلی‌متر ارائه شده است.




شکل ۱: تغییرات اندازه کمر باریکه و شعاع انحنای موج گاؤسی درحال انتشار درون محیط کِر با علامت مثبت ضریب شکست غیرخطی.

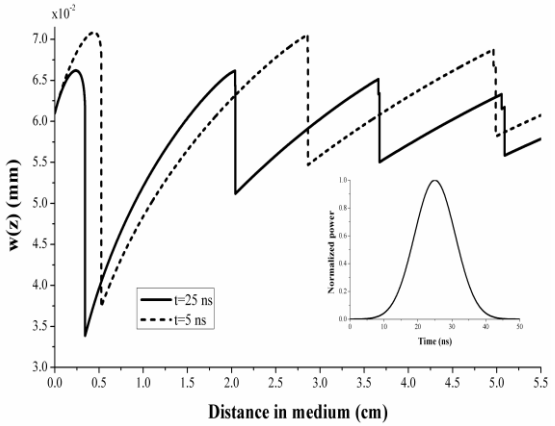
تغییرات اندازه کمر باریکه در راستای انتشار نشان‌دهنده خاصیت کانال‌گونه محیط غیرخطی کِر می‌باشد. اندازه این پارامتر به هنگام انتشار درون محیط به‌طور تناوبی کاهش و افزایش می‌یابد. برای باریکه‌های لیزری، با تابع توزیع شدت گاؤسی و در حال انتشار در محیط‌های کِر با علامت مثبت ضریب شکست غیرخطی ($n_2>0$)، اثری مشابه با عملکرد عدسی محدب رخ می‌دهد که با پراش طبیعی باریکه گاؤسی در رقابت خواهد بود. بنابراین شکل



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30 ]

تغییرات کمر باریکه نشان داده شده در شکل ۱ به لحاظ فیزیکی قابل انتظار است. اولین کمینه قابل مشاهده در نمودار تغییرات کمر باریکه بیانگر نخستین نقطه خودکانونی باریکه گاؤسی می‌باشد. توان کانونی‌سازی محیط غیرخطی کِر با جمله $n_2I$ در رابطه (۱) مشخص می‌شود. از آنجایی که به هنگام انتشار در محیط، شدت باریکه گاؤسی با ضریب $\exp(-\alpha z)$ تضعیف می‌شود، بزرگی کمینه‌های بعدی در پروفایل کمر باریکه افزایش خواهند یافت. بغیر از ناحیه میان صفحه ورودی محیط غیرخطی ($z=۰$) تا نخستین نقطه خودکانونی، تغییرات شعاع انحنای موج از تغییرات اندازه کمر باریکه تبعیت کرده و علامت آن در نقاط کمینه $w(z)$ تغییر می‌کند.

شکل ۲ تغییرات شعاع انحنای باریکه پالسی در امتداد مسیر انتشار و در دو زمان مختلف را نشان می‌دهد. شکل پالس مورد استفاده در شبیه‌سازی در حاشیه تصویر رسم شده است. توان بیشینه و طول پالس به ترتیب برابر ۹ مگاوات و ۲۰ نانوثانیه فرض شده‌اند. برای $n_2$ نیز مقدار $۱۰^{-۱۴}$ $cm^2/W$ در شبیه سازی‌ها استفاده شده است. به ازای هر لحظه زمانی از پالس لیزری، ساختاری چندکانونی درون محیط غیرخطی شکل گرفته است. ساختار چندکانونی به دست آمده با استفاده از مدل کانال‌گونه، مطابق با پیش‌بینی‌های مدل‌های چندکانونی [۷] و چندکانونی متحرک [۸] است که پیش از این برای توصیف نحوه انتشار پالس‌های لیزری در محیط‌های غیرخطی ارائه شده‌اند [۴].




شکل ۲: تغییرات اندازه کمر باریکه در دو زمان مختلف از پالس لیزری مورد استفاده در شبیه سازی انتشار در محیط کِر با علامت مثبت ضریب شکست غیرخطی. حاشیه تصویر؛ شکل پالس لیزری مورد استفاده در شبیه‌سازی را نشان می‌دهد.

علاوه بر نتایج ذکر شده در این مقاله، می‌توان اطلاعات بسیاری را در مورد تغییرات شدت موج، تغییرات مکانی و سرعت نقاط خودکانونی درون محیط عیرخطی و نیز مسافتی که هریک از این نقاط به هنگام انتشار پالس درون محیط غیرخطی می‌پیمایند با استفاده از مدل کانال‌گونه به دست آورد [۴ و ۵].

## ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله به توصیف مدل کانال‌گونه‌ای پرداخته شده است که برای توصیف نحوه انتشار باریکه‌های لیزری در محیط‌های کِر ارائه شده است [۴ و ۵]. این مدل برپایه تئوری بی‌ابیراهی موج گاؤسی بنا شده و با استفاده از روش ماتریس‌های انتشار ABCD قادر به توصیف چگونگی تغییر پارامترهای آن در راستای انتشار می‌باشد. با استفاده از این مدل می‌توان بزرگی این پارامترها و نیز علامت شعاع انحنای موج را حین انتشار در نمونه غیرخطی تعیین نمود. با در دست داشتن بزرگی و علامت این پارامترها، توصیف نحوه شکل‌گیری حلقه‌های پراش روی پرده‌ای قرار گرفته در میدان دور امکان‌پذیر خواهد بود [۵]. علاوه براین با کاربرد این مدل برای شبیه‌سازی انتشار پالس‌های لیزری در محیط‌های غیرخطی، می‌توان به بررسی پدیده خودکانونی و پارامترهای موثر در شکل‌گیری آن پرداخت. به این ترتیب هرچند به صورت تقریبی، اما می‌توان پیش از انجام آزمایشات پرهزینه با لیزرهای پرتوان، شرایط فیزیکی را شبیه‌سازی کرده و احتمال شکل‌گیری نقاط خودکانونی و احتمال وارد شدن آسیب به قطعات را پیش‌بینی کرد [۴].

## مراجع

[1] R.W. Boyd, *Nonlinear Optics* 3rd edn (New York: Academic) (2008).
[2] M. Sheik-Bahae, A.A. Said, D.J. Hagan, M.J. Soileau, and E.W. Van Stryland, *Opt. Eng.* **30**, 1228-35 (1991).
[3] V. Magni, G. Cerullo, and S. De Silvestri, *Opt. Commun.* **96**, 384-55 (1993).
[4] M. R. Rashidian Vaziri, *Laser Phys.* **23**, 105401 (2013).
[5] M. R. Rashidian Vaziri, F. Hajiesmaeilbaigi and M. H. Maleki, *J. Opt*. **15**(3), 035202 (2013).
[6] A.E. Siegman, *Lasers* (Mill Valley, CA: Univ. Science Books) (1986 ) pp. 584-89.



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30 ]