بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

به دست آوردن روابط روبش z برای محیط‌های غیرخطی با پاسخ غیرموضعی

محمدرضا رشیدیان وزیری

پژوهشکده لیزر و اپتیک، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، تهران

چکیده – در این مقاله، با در نظرگرفتن احتمال پاسخ غیرموضعی نمونه‌های غیرخطی به تابش لیزری مورد استفاده در آزمایش‌های روبش z، روابط مورد استفاده برای به دست آوردن ضرائب شکست غیرخطی تعمیم داده شده‌اند. به این منظور پارامتری غیرموضعی در رابطه مربوط به اختلاف فاز غیرخطی شکل گرفته میان باریکه‌های گاؤسی تابشی و خروجی از نمونه در نظر گرفته شده است. این شکل از اختلاف فاز غیرخطی برای توصیف نتایج آزمایش‌های روبش z نمونه‌های نازک، نمونه‌هایی که ضخامت آن‌ها به مراتب کم‌تر از طول رایلی باریکه گاؤسی مورد استفاده باشد، بهینه شده است. با استفاده از این اختلاف فاز، روابط مربوط به گذردهی میدان دور باریکه گاؤسی و نیز اختلاف فاصله و اختلاف گذردهی میان قله و دره محاسبه شده‌اند. از نظریه انتشار امواج گاؤسی و روش تجزیه به باریکه‌های گاؤسی برای به دست آوردن این روابط استفاده شده است. در انتها روشی ساده برای به دست آوردن ضریب شکست غیرخطی و نیز پارامتر غیرموضعی محیط با استفاده از نتایج اندازه‌گیری‌های روبش z ارائه شده و شرایط اولیه مورد نیاز برای کاربرد نظریه روبش z غیرموضعی به دست آمده‌اند.

کلید واژه- اپتیک غیرخطی، اثر کر، نظریه روبش z.

Finding the Z-scan relations for nonlinear media with nonlocal response

Mohammad Reza Rashidian Vaziri

Laser and optics research school, NSTRI, Tehran, Iran

Abstract- In this paper, the used relations for obtaining the nonlinear refractive index of nonlinear samples have been generalized by considering the possibility of their nonlocal response to the applied laser radiation in Z-scan experiments. This is made possible by introducing a nonlocal parameter in the nonlinear photoinduced phase shift between the impinging and outgoing Gaussian beams from a nonlocal nonlinear sample. This phase shift has been optimized to be appropriate for describing the Z-scan results of samples with thicknesses much smaller than the Rayleigh length of the Gaussian beams (thin samples). Using this kind of phase shift, the basic formulae for the on-axis Gaussian beam transmittance in the far-field and peak-to-valley separation distance and transmittance difference have been provided. A simple method has been devised for obtaining the nonlinear index of refraction as well as the nonlocal parameter from the Z-scan curves and the main criterion for the applicability of our model has been established in terms of the measurable Z-scan data.

Keywords: Nonlinear optics, Kerr effect, Z-scan theory.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

۱- مقدمه

وابستگی ضریب شکست محیط‌های غیرخطی کِر به شدت نور تابشی را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$n = n_0 + n_2 I \qquad (۱)$$

در این رابطه n_0 و n_2 به ترتیب ضریب شکست‌های خطی و غیرخطی و I شدت نور تابشی است. اثر وابستگی ضریب شکست محیط به شدت نور تابشی را می‌توان با مشاهده باز شدن یا بسته شدن باریکه نور تابشی به محیط پس از خروج از آن استنباط نمود. بنابراین از دیدگاه اپتیک هندسی می‌توان با قرار دادن روزنه‌ای در فاصله دور (فاصله فرانهوفر)، تغییر میزان نور عبوری از میان آن ناشی از اثر خودکانونی یا واگرایی ماده تحت تابش را اندازه‌گیری نمود. این ایده نخستین بار توسط شیخ بهایی و همکاران [۱] به عنوان روش روبش z روزنه بسته به کار گرفته شد. به دلیل سادگی چیدمان اپتیکی مورد استفاده و وابستگی آن تنها به یک باریکه لیزری این روش از مقبولیت گسترده‌ای در میان محقّقان برخوردار گردیده و به طور روزافزون مورد استفاده واقع می‌شود.

در به دست آوردن روابطی که برای تحلیل نتایج آزمایش‌های روبش z مورد استفاده قرار می‌گیرند، فرض بر آن بوده است که پاسخ محیط غیرخطی به صورت موضعی است [۲]. به این معنی که ضریب شکست نمونه تنها تابعی از شدت میدان موضعی است [۳]. این درحالی است که در برخی از مواد نظیر بلورهای مایع نماتیک به دلیل جهت‌گیری مولکول‌ها در امتداد میدان تابشی، پاسخ محیط به صورت غیرموضعی است [۲ و ۳]. علاوه بر این، زمانی که از لیزرهای پیوسته یا نانوثانیه در آزمایشات روبش z استفاده می‌شود به علت غالب بودن فرآیند گرمایی و پخش گرما پاسخ محیط‌ها غیرموضعی است [۴].

در این مقاله، با در نظرگرفتن احتمال پاسخ غیرموضعی نمونه‌های غیرخطی به تابش لیزری مورد استفاده در آزمایش‌های روبش z، روابط مورد استفاده برای به دست آوردن ضرائب شکست غیرخطی تعمیم داده شده‌اند. روابط مربوط به گذردهی میدان دور باریکه گاؤسی و نیز اختلاف فاصله و اختلاف گذردهی میان قله و دره محاسبه شده و شرایط اولیه مورد نیاز برای کاربرد نظریه روبش z غیرموضعی به دست آمده‌اند.

۲- نظریه روبش z غیرموضعی

در این بخش خلاصه‌ای از روش روبش z غیرموضعی و محاسبات و روابط به دست آمده در آن ارائه خواهد شد. برای آشنایی بیشتر با این روش می‌توان به مراجع [۵ و ۶] مراجعه نمود. دامنه‌ی باریکه موج گاؤسی که در راستای z در حال انتشار است به صورت زیر نوشته میشود:

$$E(z,r) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left(\frac{-r^2}{w^2(z)}\right) \exp\left(-\mathrm{i}\frac{kr^2}{2R(z)}\right) \exp\left(-\mathrm{i}\varphi(z)\right)$$

که در آن $w(z) = w_0\sqrt{1+\left(z/z_0\right)^2}$ شعاع باریکه و $R(z) = z\left[1+\left(z/z_0\right)^2\right]$ شعاع انحنای موج هستند. جمله فاز $\exp(-\mathrm{i}\varphi(z))$ دربردارنده کلیه فازهای موج غیروابسته به مختصه شعاعی می‌باشد. فرض کنیم که در فاصله z از کمر باریکه، این موج با سطح محیط غیرخطی کِر با ضخامت L برخورد نماید (شکل ۱). در تقریب اپتیک هندسی، تنها اثر این محیط غیرخطی القای یک ضریب فاز در میدان خروجی از نمونه خواهد بود [۳]. اگر پاسخ نمونه را به صورت غیرموضعی در نظر بگیریم، مطابق با تئوری پاسخ غیرموضعی نمونه‌های غیرخطی [۲] برای ضخامت‌های کم نمونه ($L<<z_0$) اختلاف فاز القا شده را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\Delta\varphi(z,r) = \Delta\varphi_0(z)\exp\left(\frac{-2mr^2}{w^2(z)}\right) \qquad (۲)$$

$$\Delta\varphi_0(z) = \frac{\Delta\Phi_0}{1+\left(\frac{z}{z_0}\right)^2}$$

$\Delta\Phi_0$ بیشینه اختلاف فاز در محل کمر باریکه به صورت زیر تعریف می‌شود:

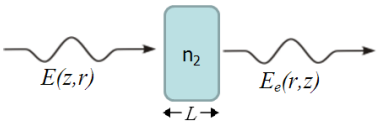
$$\Delta\Phi_0 = kn_2 I_0\left(1-\exp(-\alpha L)\right)/\alpha$$

در این رابطه I_0 مقدار شدت الکتریکی در محل کمر باریکه و α ضریب جذب خطی نمونه است. پارامتر پدیده‌شناختی m عبارت است از مرتبه غیرموضعیت محیط و می‌تواند هر مقدار مثبتی را اختیار نماید. برای $m<1$ توزیع شعاعی اختلاف فاز از توزیع شدت میدان الکتریکی پهن‌تر و برای $m>1$ توزیع آن باریک‌تر خواهد بود. تنها برای $m=1$ اختلاف فاز غیرخطی موجود در رابطه (۲-۳۳) با توزیع شدت میدان الکتریکی همخوانی داشته و پاسخ نمونه به صورت موضعی است. با در نظر گرفتن

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

اختلاف فاز غیرخطی، میدان الکتریکی خروجی از نمونه به صورت زیر خواهد بود:

$$E_e(r,z)=E(z,r)\exp\left(-\frac{\alpha L}{2}\right)\exp(i\Delta\varphi(z,r)) \quad (۳)$$



شکل ۱: میدان ورودی و خروجی از نمونه غیرخطی کِر. در تقریب اپتیک هندسی میدان خروجی از نمونه تنها یک ضریب فاز غیرخطی نسبت به میدان ورودی اضافه خواهد داشت.

مطابق با شرایط آزمایشگاهی روش روبش z، توزیع میدان الکتریکی روی صفحه روزنه در فاصله دور را می‌توان با استفاده از روش تجزیه‌ی گاؤسی به دست آورد [۷]. در این روش از بسط تیلور ضریب فاز غیرخطی استفاده میشود. با جایگذاری این بسط در رابطه (۳) و پس از ساده سازی میدان الکتریکی خروجی از نمونه را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$E_e(r,z)=E(z,r=0)\exp(-\alpha L/2)$$
$$\times\sum_{n'=0}^{\infty}\frac{\left[i\Delta\varphi_0(z)\right]^{n'}}{n'!}\exp\left(\frac{-(2mn'+1)r^2}{w^2(z)}\right)$$

در روش تجزیه‌ی گاؤسی، فرض بر آن است که هر یک از موج‌های گاؤسی موجود در این رابطه مطابق با تئوری موج‌های گاؤسی تا صفحه روزنه منتشر شده و در آنجا پس از بازترکیب، شکل میدان الکتریکی را تعیین می کنند. بنابراین مطابق با روش تجزیه گاؤسی، می‌توان میدان روی صفحه روزنه را به دست آورد.

با فرض کوچک بودن اختلاف فاز غیرخطی ($|\Delta\Phi_0|\ll\pi$)، می‌توان تراگسیل به‌هنجارشده از روزنه را به صورت زیر به دست آورد:

$$T(z,\Delta\Phi_0)=\frac{\left|E_a(z,r=0,\Delta\varphi_0)\right|^2}{\left|E_a(z,r=0,\Delta\varphi_0=0)\right|^2}$$

که E_a دامنه میدان الکتریکی روی سطح روزنه است. پس از انجام مقداری عملیات جبری، می‌توان این رابطه را به صورت ساده‌تر زیر نوشت:

$$T(z,\Delta\Phi_0)=1-\frac{4m\Delta\Phi_0 x}{\left(x^2+(2m+1)^2\right)\left(x^2+1\right)} \quad (۴)$$

که در آن $x=z/z_0$ است. به ازای $m=1$ این رابطه به درستی با رابطه متناظر مربوط به روش روبش z موضعی مطابقت دارد (رابطه (A۲) در مرجع [۱]). این موضوع نشان‌دهنده صحت محاسبات انجام شده جهت دست‌یابی به این رابطه است. با استفاده از این رابطه می‌توان اختلاف فاصله مابین قله و دره $\Delta Z_{p\text{-}v}$ در منحنی‌های روبش z و نیز اختلاف تراگسیل میان آن‌ها $\Delta T_{p\text{-}v}$ را برحسب m و $\Delta\Phi_0$ به دست آورد. مکان قله و دره در منحنی‌های تراگسیل روبش z را می‌توان با مساوی صفر قرار دادن مشتق رابطه (۴) به دست آورد. پس از مشتق‌گیری و حل رابطه به دست آمده برحسب x و با فرض $m'=(2m+1)^2$ می‌توان به روابط زیر رسید:

$$\Delta Z_{p-v}=2\sqrt{\frac{\sqrt{\left(m'+7\right)^2-48}-\left(m'+1\right)}{6}}z_0 \quad (۵)$$

$$\Delta T_{p-v}=\frac{24\sqrt{6}\left(\sqrt{m'}-1\right)\sqrt{\sqrt{\left(m'+7\right)^2-48}-\left(m'+1\right)}}{\left(\sqrt{\left(m'+7\right)^2-48}+\left(5m'-1\right)\right)\left(\sqrt{\left(m'+7\right)^2-48}+\left(5-m'\right)\right)}\Delta\Phi_0$$

با دقت در این دو رابطه می‌توان روش ساده‌ای را برای به دست آوردن پارامتر m و نیز ضریب شکست غیرخطی یک محیط خاص ارائه نمود. $\Delta Z_{p\text{-}v}$ کمیتی است که مقدار آن را می‌توان از روی منحنی تراگسیل یک نمونه خاص در آزمایش‌های روبش z به راحتی به دست آورد. با در دست داشتن مقدار این کمیت و نیز مقدار طول رایلی باریکه گاؤسی به کار گرفته شده z_0، مقدار پارامتر m را می‌توان با حل رابطه (۵) برحسب m' به دست آورد:

$$m=\frac{16-(s+1)^2}{4(s-7)} \quad (۶)$$

$$s=1+6\left(\frac{\Delta Z_{p-v}}{2z_0}\right)^2 \quad \text{و}$$

همانطور که پیش‌تر اشاره شد، m باید کمیتی مثبت باشد. با استفاده از رابطه (۶) این شرط در صورتی تحقق خواهد یافت که:

$$2\sqrt{1/3}<\frac{\Delta Z_{p-v}}{z_0}<2$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که مدل غیرموضعی ارائه شده تنها در صورتی قادر به ارائه پاسخ‌های فیزیکی است که مقدار $\Delta Z_{p\text{-}v}$ حاصل از آزمایش‌های روبش z در فاصله بین z_0 ۱/۵۴ و $2z_0$ قرار گیرد. با به دست آوردن m، مقدار ضریب شکست غیرخطی محیط را می‌توان با استفاده از

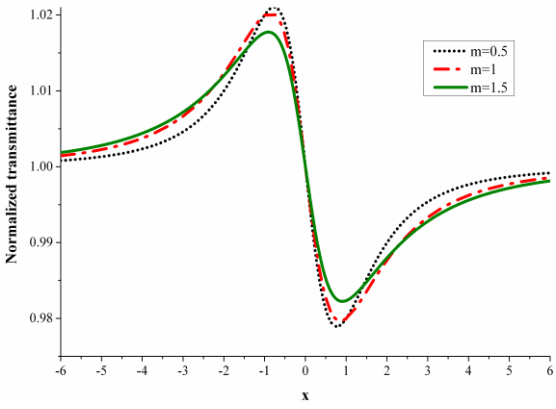
[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

رابطه زیر به دست آورد:

$$n_2 = \frac{\Delta\Phi_0}{kI_0L_{\text{eff}}}$$

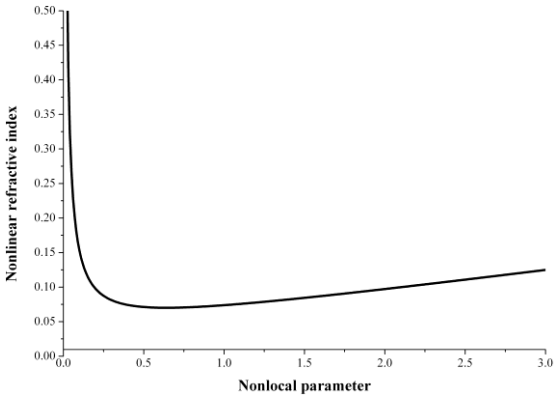
۳- نتایج

در شکل ۲ منحنی‌های روبش z برای نمونه‌ای با $\Delta\Phi_0$ =۰/۱ رادیان و برحسب مقادیر مختلف پارامتر m ترسیم شده‌اند. با توجه به شکل، برای m<۱ دامنه در نقاط اکسترموم از دامنه‌های متناظر در حالت موضعی بزرگ‌تر و برای m>۱ دامنه در این نقاط از دامنه‌های متناظر در حالت موضعی کوچک‌تر است. علت این موضوع را با نگاهی دوباره به رابطه مربوط به دامنه میدان الکتریکی خروجی از نمونه و با دقت در این نکته که هر یک از مؤلفه‌های گاؤسی در حاصل‌جمع، شعاع باریکه‌ای متناسب با $w(z)/\sqrt{m}$ دارد می‌توان درک نمود. بنابراین مقادیر بزرگ‌تر پارامتر m در حاصل‌جمع متناظر با مؤلفه های موج گاؤسیی با شعاع‌های انحنای کوچک‌تر در حاصل‌جمع خواهند بود. با توجه به تئوری موج‌های گاؤسی، مقادیر کوچک‌تر شعاع انحنای موج منجر به اثرات پراکندگی بیش‌تر شده و لذا از مقدار کلی تراگسیل به هنجارشده در میدان دور کاسته خواهد شد.



شکل ۲: نمودارهای روبش z ترسیم شده به ازای $\Delta\Phi_0$ =۰/۱ و مقادیر مختلف پارامتر m. نمودارها با ترسیم رابطه (۴) به دست آمده‌اند.

در شکل ۳ وابستگی ضریب شکست غیرخطی محیط به تغییرات مقدار پارامتر غیرموضعی m نشان داده شده است. این شکل جهت مشخص نمودن وابستگی ضریب شکست غیرخطی محاسبه شده به تغییرات پارامتر m، زمانی که ΔT_{p-v} از طریق آزمایش های روبش z اندازه گیری شده باشد مفید خواهد بود. با توجه به این شکل با افزایش مقادیر پارامتر m، n_2 به سرعت کاهش یافته، به یک کمینه رسیده و در ادامه به سمت مقادیر بزرگ‌تر میل می‌نماید.



شکل ۳: وابستگی ضریب شکست غیرخطی محیط به تغییرات مقدار پارامتر غیرموضعی. مقدار ΔT_{p-v} برابر با ۰/۰۳ فرض شده است.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله با فرض پاسخ غیرموضعی لایه‌های نازک تحت بررسی در آزمایش‌های روبش z روزنه بسته، فرمولبندی ارائه شده در مدل شیخ بهایی [۱] گسترش یافته است. در این فرمول‌بندی جدید با اندازه‌گیری مقدار اختلاف تراگسیل و اختلاف فاصله میان قله و دره از روی نمودارهای تجربی روبش z روزنه بسته، می‌توان به سادگی مقدار پارامتر غیرموضعی و نیز ضریب شکست غیرخطی لایه‌ها را تعیین نمود [۶]. در واقع با در نظر گرفتن نقش پارامتری اضافه در فرمول‌بندی روش روبش z، می‌توان با تفکیک اثرات غیرموضعی، که احتمال رخداد آن‌ها در آزمایش‌هایی که به دلیل استفاده از لیزرهای موج پیوسته یا با پالس‌های با گستردگی زمانی بیش‌تر از پیکوثانیه اثرات حرارتی غالب است؛ مقادیر دقیق‌تری را برای ضریب شکست غیرخطی نمونه‌ها به دست آورد.

مراجع

[1] M. Sheik-Bahae, A.A. Said, T.H. Wei, D.J. Hagan, E.W. Van Stryland, IEEE J. Quantum Electron. **26**, 760 (1990).
[2] E.V.G. Ramirez, M.L.A. Carrasco, M.M.M. Otero, S.C. Cerda, and M.D.I. Castillo, *Opt. Express* **18**, 22067–22079 (2010).
[3] E.V.G. Ramirez, M.L.A. Carrasco, M.M.M. Otero, E.R. Lara, S.C. Cerda and M.D.I. Castillo, *J. Opt.* **13** (8), 085203 (2011).
[4] F.W. Dabby and J. R. Whinnery, *Appl. Phys. Lett.***13**(8), 284–286 (1968).
[5] M.R. Rashidian Vaziri, *Appl. Optics* **52**(20), 4843-4848 (2013).
[6] M.R. Rashidian Vaziri, F. Hajiesmaeilbaigi and M.H. Maleki, *J. Opt.* **15**(2), 025201 (2013).
[7] D. Weaire, B.S. Wherrett, D.A.B. Miller, and S.D. Smith, *Opt. Lett.* **4**, 331-333 (1979).

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]