



بررسی پراکندگی پولاریتون‌های پلاسمون سطحی در حضور تک نقیصه‌ی سطحی به روش پراکندگی رایلی

سلمی موسوی^۱، پرنیان خوانین^۱ و فردین خیراندیش^۲

^۱گروه فیزیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان

^۲گروه پژوهشی اپتیک کوانتومی، دانشگاه اصفهان، اصفهان

چکیده- در این مقاله به بررسی پراکندگی امواج سطحی پلاسمون توسط نقیصه منفرد که در فصل مشترک فلز و خلأ قرار دارد می پردازیم. با اصلاح روش های قبلی توانستیم نقص هایی با اشکالی کلی تر را بررسی کنیم و ضرایب عبور، بازتاب و پراکندگی پلاسمون های سطحی را، به کمک معادلات رایلی و به روش حل عددی دقیق بدست آوریم. با ارایه یک نقص جدید، میزان بازتاب از ساختار نسبت به ساختارهای متداول به میزان چشمگیری افزایش یافت. بیشترین بازتاب زمانی بدست می آید که نقیصه باریک باشد که به آن آینه‌ی پلاسمونی گفته می شود.

واژه‌های کلیدی: آینه پلاسمونی، پراکندگی، پولاریتون پلاسمون سطحی، ضریب بازتاب، نقیصه

Investigation of surface plasmon polaritons scattering in the presence of an individual surface defect using Rayleigh scattering

Salma Mousavi¹, Parnian Khavanin¹ and Fardin Kheirandish²

¹Department of Physics, University of Isfahan, Isfahan, Iran

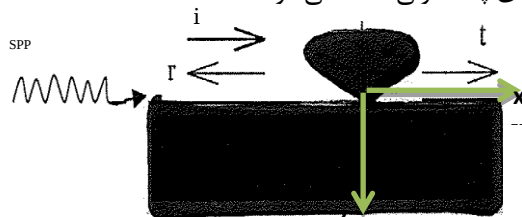
²Quantum Optics Group, University of Isfahan, Isfahan, Iran

Abstract- In this paper the scattering of surface waves in the presence of a single defect in the metal-vacuum interface is investigated. By modifying the previous methods we could explore more general forms of defect and get transmission, reflection and scattering coefficients of surface plasmon using both Rayleigh expansions and the exact numerical solution of integral equation. Providing a new defect, reflection coefficient of the structure greatly increased compared to conventional structures. The maximum reflectivity is achieved when the defect is narrow which is called plasmon mirror.

Key words: defect, reflection coefficient, scattering, surface plasmon polaritons, plasmon mirror

۱- مقدمه

پولاریتون های پلاسمون سطحی به امواج الکترومغناطیس سطحی گفته می شود که در طول فصل مشترک فلز- خلاء انتشار پیدا می کنند. این امواج سطحی در طول فصل مشترک محیط هایی منتشر می شوند که بخش حقیقی تابع دی الکتریک آن ها مختلف علامه باشند [۱]. دامنه ی میدان الکترومغناطیس این امواج در راستای عمود بر فصل مشترک میرا می باشد [۲]. تا کنون سیستم های فیزیکی مطالعه شده مربوط به پراکندگی امواج سطحی توسط نقیصه های روی سطح فلز با ساختار هندسی ساده (به عنوان مثال نقیصه ی گاوسی، مربعی یا مثلثی) بوده است و میزان عبور، بازتاب و پراکندگی این امواج سطحی را از این نقیصه ها (به صورت برآمدگی یا فرورفتگی) به کمک حل تقریبی معادلات انتگرالی محاسبه کرده اند [۳]. با مطالعه ی پراکندگی اینگونه نقیصه ها، دانشمندان به این نتیجه رسیدند که تا وقتی پهنای نقیصه های روی سطح خیلی کم باشد ($a \leq 0.3\lambda$) و $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ، رفتار برآمدگی های روی سطح فلز و یا فرورفتگی های آن تقریباً مثل هم می باشد، ولی هر چه پهنای نقیصه ها افزایش یابد رفتارشان متفاوت می شود. اما ساختاری که ما در این مقاله بررسی کرده ایم مربوط به نقیصه هایی است که دارای معادلات پارامتریک می باشند و ساختار آن با ساختارهایی که تا کنون مورد بررسی قرار گرفته اند متفاوت است. سپس میزان عبور، بازتاب و پراکندگی این امواج سطحی را با اصلاح روش های قبلی بدست آورده ایم. اگر در اثر برخورد این امواج به نقیصه بیشترین بازتاب حاصل شود، به این نقیصه ها اصطلاحاً آینه ی پلاسمونی گفته می شود [۴].



شکل ۱: طرحواره ی از ساختار هندسی پراکندگی امواج سطحی پلاسمون

۲- فرمول بندی

امواج سطحی پولاریتون های پلاسمون سطحی با قطبش موازی را در نظر می گیریم. در این مسئله، این امواج با فرکانس ثابت روی فصل مشترک فلز- خلاء انتشار می یابند و در طول مسیرشان به نقیصه ای که در شکل (۱) نشان داده شده برخورد می کنند. تحت این شرایط، مؤلفه ی غیر صفر میدان مغناطیسی از حل معادله ی دو بعدی هلمهولتز در نیم فضای بالایی (خلاء) و پایینی (فلز) بدست می آید. میدان مغناطیسی موجود در خلاء، به صورت جمعی از پولاریتون های پلاسمون سطحی فرودی و میدان پراکنده شده می توان نوشت

$$H_y(x, z) = e^{i(k_p x - k_z z)} + \int_{-\infty}^{\infty} dk H_y(k) e^{i(kx - k_z z)} \quad (1)$$

معادله ی پارامتری نقیصه به صورت زیر است

$$x = F(t) = \frac{a}{2} \sin(2t) \quad (2)$$

$$z = G(t) = h \sin(t)$$

که در آن پارامتر t در بازه ی $(0, \pi)$ تغییر می کند، a پهنای نقیصه، h ارتفاع آن و داریم

$$k_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k^2} \quad |k| \leq \frac{\omega}{c} \\ = i \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \quad |k| \geq \frac{\omega}{c} \quad (3)$$

$$k_p = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon(\omega)}{\epsilon(\omega) + 1}} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{1}{\epsilon(\omega)}} \quad (4)$$

$$g = \frac{\omega}{c}, \quad k_{zp} = \sqrt{g^2 - k_p^2} = -\zeta g \quad (5)$$

در این معادلات ω فرکانس موج پلاسمون فرودی، c سرعت نور در خلاء، $\epsilon(\omega)$ تابع دی الکتریک فلز می باشد که از مدل ساده ی درود پیروی می کند و $\zeta = \frac{1}{\sqrt{\epsilon(\omega)}}$ را تابع امپدانس سطح تعریف می کنیم [۲].

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (6)$$

$$N_x = -\frac{X}{\sqrt{1+X^2}} \quad (11)$$

$$N_z = \frac{1}{\sqrt{1+X^2}} \quad (12)$$

می‌رسیم که به ترتیب مؤلفه‌های موازی و عمودی بردار یک‌ی عمود بر سطح این نقیصه می‌باشند و در آن‌ها $X = \frac{G'}{F'}$ است.

۲-۲- معادله‌ی انتگرالی دامنه‌های میدان پراکنده شده

اکنون می‌توانیم با جایگذاری معادلات (۱۱) و (۱۲) در

$$\text{معادله‌ی (۷) و به کارگیری معادلات } q = \frac{k}{g}, q_p = \frac{k_p}{g} \text{ و}$$

$$q_z = \frac{k_z}{g} \text{ و انجام محاسبات نسبتاً طولانی به معادله‌ی انتگرالی}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dq' r(q') G(q') U(t, q') = -U(t, q_p) \quad (13)$$

که اصلی‌ترین معادله‌ی این مقاله است، می‌رسیم و در آن $r(q) = g H_y(k) G(q)^{-1}$ دامنه بازپهنجار شده میدان و $G(q) = \frac{1}{q_z + \zeta}$ نیز تابع گرین پلاسمون سطحی بر روی

سطوح صاف نامیده می‌شود. از طرفی

$$U(t, q) = e^{ig(qF(t) - q_z G(t))} (q N_x - \zeta - q_z N_z) \quad (14)$$

نیز پتانسیل پراکندگی نام دارد.

۳- محاسبه‌ی ضریب عبور، بازتاب و اتلاف پراکندگی

برای بدست آوردن این ضرایب در فاصله‌ی نسبتاً دور از نقیصه، کافی است از تابع گرین $G(q)$ در رابطه‌ی (۱) استفاده کنیم

$$H_y(x \rightarrow \infty, 0) = (1 + \tau) e^{ik_p x} \quad (15)$$

$$H_y(x \rightarrow -\infty, 0) = \rho e^{-ik_p x} \quad (16)$$

که $\rho = \frac{2i\pi\zeta}{q_p} r(-q_p)$ و $\tau = \frac{2i\pi\zeta}{q_p} r(q_p)$ به ترتیب دامنه

عبور و بازتاب پلاسمون‌های سطحی در برخورد با این نقیصه می‌باشند و برای ضرایب بازتاب و عبور به ترتیب داریم

$$R = |\rho|^2, T = |1 + \tau|^2 \quad (17)$$

از برقراری قانون پایستگی انرژی ($1 - R - S - T = 0$) داریم

که $\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m\epsilon_0}}$ فرکانس پلازما است و در آن n چگالی

الکترون‌های آزاد فلز، e بار الکترون، m جرم الکترون و ϵ_0 ضریب گذردهی خلأ است. k_p و k_{zp} به ترتیب اعداد موج موازی و عمود بر فصل مشترک این امواج سطحی در خلأ هستند. k و k_z نیز به ترتیب اعداد موج موازی و عمود بر فصل مشترک مربوط به میدان پراکنده شده در خلأ می‌باشند که در این روابط حد $|\epsilon(\omega)| \gg 1$ اعمال شده است. با در نظر گرفتن معادلات ماکسول و شرایط مرزی پیوستگی

در طول فصل مشترک رابطه

$$E_x(x, z) N_z - E_z(x, z) N_x = \zeta H_y(x, z) \quad (7)$$

حاصل می‌شود. از طرفی با در نظر گرفتن معادلات ماکسول دامنه‌های میدان الکتریکی از روابط

$$E_z = \left(\frac{i}{g}\right) \left(\frac{\partial H_y}{\partial x}\right) \quad (8)$$

$$E_x = \left(-\frac{i}{g}\right) \left(\frac{\partial H_y}{\partial z}\right)$$

تبعیت می‌کنند [۳].

۲-۱- محاسبه‌ی بردار یک‌ی عمود بر سطح نقیصه

بردار $\mathbf{r}(t) = F(t)\mathbf{i} + G(t)\mathbf{k}$ نشان دهنده‌ی برداری است که هر نقطه از نقیصه‌ی روی سطح را به مبدأ مختصات وصل می‌کند. بنابراین بردار یک‌ی مماس بر سطح این نقیصه را به کمک معادله‌ی

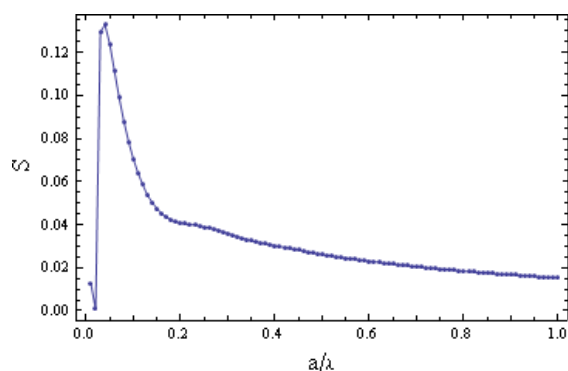
$$\mathbf{T} = \frac{\frac{d\mathbf{r}}{dt}}{\left\|\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right\|} = \frac{F'(t)\mathbf{i} + G'(t)\mathbf{k}}{\sqrt{(F')^2 + (G')^2}} \quad (9)$$

می‌توان بدست آورد و به کمک آن می‌توانیم بردار یک‌ی عمود بر سطح را بدست آوریم

$$\mathbf{N} = \frac{\frac{d\mathbf{T}}{dt}}{\left\|\frac{d\mathbf{T}}{dt}\right\|} = \frac{F''G'^2 - F'G'T''}{(F'G'' - F''G')\sqrt{F'^2 + G'^2}} \mathbf{i} + \frac{G''F'^2 - F'G'T''}{(F'G'' - F''G')\sqrt{F'^2 + G'^2}} \mathbf{k} \quad (10)$$

در هندسه دیفرانسیل مشتق بردار یک‌ی مماس بر هر منحنی، عمود بر آن منحنی است. بنابراین $\mathbf{N}$ را به صورت مشتقی از $\mathbf{T}$ تعریف می‌کنیم که در آن F' و G' مشتق مرتبه اول توابع $F(t)$ و $G(t)$ نسبت به پارامتر t هستند [۵].

با ساده کردن رابطه‌ی (۱۰) به معادلات



شکل ۴: تغییرات ضریب اتلاف پراکندگی پولاریتون‌های پلاسمون سطحی نسبت به تغییرات پهنای نقیصه‌ی موجود بر روی سطح نقره

۴- نتیجه‌گیری

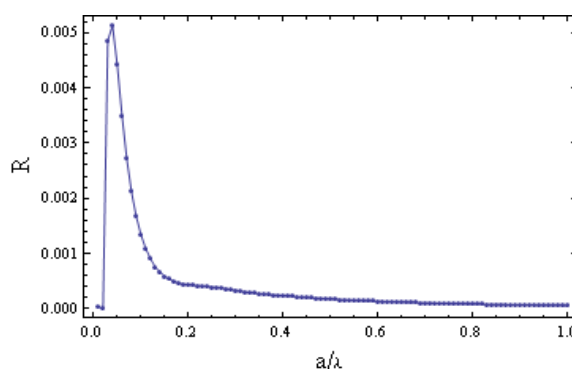
در این مقاله با اصلاح روش‌های قبلی برای بررسی پراکندگی امواج سطحی پلاسمون توسط نقیصه‌ای با ساختار کلی‌تر، یک معادله‌ی انتگرالی جدید بدست می‌آوریم. به دلیل دشوار بودن حل تحلیلی این معادله‌ی انتگرالی، آن را به روش عددی و بدون احتساب هرگونه تقریبی به طور دقیق محاسبه کردیم. همانطور که از روی نمودارها مشخص است تغییرات ضرایب بازتاب، عبور و اتلاف پراکندگی تنها دارای یک مقدار بیشینه و کمینه هستند و میزان تغییرات این ضرایب از پهنای ($a \geq 0.2\lambda$) تقریباً یکنواخت است. ویژگی بارز این ساختار نسبت به ساختارهای قبلی، داشتن ضریب انعکاس بالای آن است.

مراجع

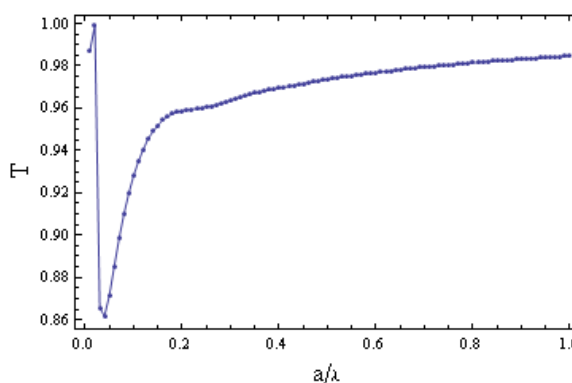
- [1] Stefan Alexander Maier, *Plasmonics Fundamentals and applications*, p 39, 2007
- [2] Lukas Novotny and Bert Hecht, *Principles of nano-optics*, p 385, 2006
- [3] A. Yu. Nikitin, F. Lopez-Tejiera, and L. Martin-Moreno, *Scattering of surface plasmon polaritons by one-dimensional inhomogeneities*, arxiv:mat/0609278v3, 2006
- [4] Jose. A. Sanchez-Gil, Alexei. A. Maradudin, *Near field and far field scattering of surface plasmon polaritons by one-dimensional surface defects*, arxiv:mat/9904347v1, 19
- [5] Barrett O'Neill, *Elementary differential geometry*, 2nd ed, Elsevier Inc., 2006

$$S = \frac{4\pi|\epsilon|}{q_p} \int_{-1}^1 dq q_z |r(q)G(q)|^2 \quad (18)$$

که ضریب اتلاف پراکندگی نامیده می‌شود [۳]. با حل عددی معادله‌ی انتگرالی (۱۳) و بدون احتساب هرگونه تقریبی و به کمک معادلات (۱۷) و (۱۸) نمودار تغییرات ضریب بازتاب، عبور و پراکندگی امواج پلاسمون سطحی را نسبت به تغییرات پهنای نقیصه‌ی موجود در سطح فلز نقره با $\epsilon = -17.2$ بدست می‌آوریم. ارتفاع نقیصه‌ی ذکر شده در مقدار $h = 0.02\lambda$ ثابت و $\lambda = 632.8\text{nm}$ می‌باشد. با توجه به این نمودارها و مقایسه‌ی آن با نتایج کارهای قبلی، رفتار این نقیصه تا حدودی شبیه به رفتار نقیصه‌ی گاوسی می‌باشد با این تفاوت که شدت تغییرات در این نقیصه بیشتر از حالت گاوسی است و میزان بازتاب از این ساختار نسبت به ساختارهای متداول به میزان چشمگیری افزایش یافته است.



شکل ۵: تغییرات ضریب بازتاب پولاریتون‌های پلاسمون سطحی نسبت به تغییرات پهنای نقیصه موجود بر روی سطح نقره



شکل ۶: تغییرات ضریب عبور پولاریتون‌های پلاسمون سطحی نسبت به تغییرات پهنای نقیصه موجود بر روی سطح نقره