بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

# بررسی پراکندگی پولاریتون‌های پلاسمون سطحی در حضور تک نقیصه‌ی سطحی به روش پراکندگی رایلی

سلمی موسوی [۱]، پرنیان خوانین [۱] و فردین خیراندیش [۲]

[۱]گروه فیزیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان

[۲]گروه پژوهشی اپتیک کوانتومی، دانشگاه اصفهان، اصفهان

**چکیده- در این مقاله به بررسی پراکندگی امواج سطحی پلاسمون توسط نقیصه منفرد که در فصل مشترک فلز و خلأ قرار دارد می پردازیم. با اصلاح روش های قبلی توانستیم نقص هایی با اشکالی کلی تر را بررسی کنیم و ضرایب عبور، بازتاب و پراکندگی پلاسمون های سطحی را، به کمک معادلات رایلی و به روش حل عددی دقیق بدست آوریم. با ارایه یک نقص جدید، میزان بازتاب از ساختار نسبت به ساختارهای متداول به میزان چشمگیری افزایش یافت. بیشترین بازتاب زمانی بدست می آید که نقیصه باریک باشد که به آن آینه‌ی پلاسمونی گفته می شود.**

واژه‌های کلیدی: آینه پلاسمونی، پراکندگی، پولاریتون پلاسمون سطحی، ضریب بازتاب ، نقیصه

# Investigation of surface plasmon polaritons scattering in the presence of an individual surface defect using Rayleigh scattering

Salma Mousavi[1], Parnian Khavanin[1] and Fardin Kheirandish[2]

[1]Department of Physics, University of Isfahan, Isfahan, Iran

[2]Quantum Optics Group, University of Isfahan, Isfahan, Iran

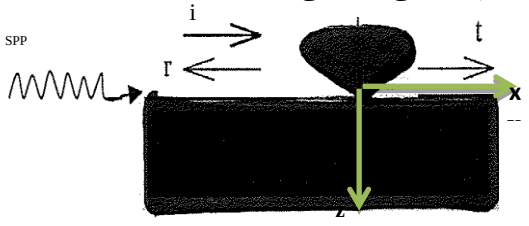
Abstract- In this paper the scattering of surface waves in the presence of a single defect in the metal-vacuum interface is investigated. By modifying the previous methods we could explore more general forms of defect and get transmission, reflection and scattering coefficients of surface plasmon using both Rayleigh expansions and the exact numerical solution of integral equation. Providing a new defect, reflection coefficient of the structure greatly increased compared to conventional structures. The maximum reflectivity is achieved when the defect is narrow which is called plasmon mirror.

Key words: defect, reflection coefficient, scattering, surface plasmon polaritons, plasmon mirror

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06 ]

## ۱- مقدمه

پولاریتون های پلاسمون سطحی به امواج الکترومغناطیس سطحی گفته می‌شود که در طول فصل مشترک فلز- خلأ انتشار پیدا می‌کنند. این امواج سطحی در طول فصل مشترک محیط‌هایی منتشر می‌شوند که بخش حقیقی تابع دی الکتریک آن‌ها مختلف العلامه باشند[۱]. دامنه‌ی میدان الکترومغناطیس این امواج در راستای عمود بر فصل مشترک میرا می‌باشد[۲]. تا کنون سیستم‌های فیزیکی مطالعه شده مربوط به پراکندگی امواج سطحی توسط نقیصه‌های روی سطح فلز با ساختار هندسی ساده (به عنوان مثال نقیصه‌ی گاؤسی، مربعی یا مثلثی) بوده است و میزان عبور، بازتاب و پراکندگی این امواج سطحی را از این نقیصه‌ها (به صورت برآمدگی یا فرورفتگی) به کمک حل تقریبی معادلات انتگرالی محاسبه کرده اند[۳]. با مطالعه‌ی پراکندگی اینگونه نقیصه‌ها، دانشمندان به این نتیجه رسیدند که تا وقتی پهنای نقیصه‌های روی سطح خیلی کم باشد( $a \le 0.3\lambda$ و $\lambda = 632.8nm$)، رفتار برآمدگی‌های روی سطح فلز و یا فرورفتگی‌های آن تقریبا مثل هم می‌باشد، ولی هر چه پهنای نقیصه‌ها افزایش یابد رفتارشان متفاوت می‌شود. اما ساختاری که ما در این مقاله بررسی کرده ایم مربوط به نقیصه‌هایی است که دارای معادلات پارامتریک می‌باشند و ساختار آن با ساختارهایی که تا کنون مورد بررسی قرار گرفته اند متفاوت است. سپس میزان عبور، بازتاب و پراکندگی این امواج سطحی را با اصلاح روش‌های قبلی بدست آورده ایم .اگر در اثر برخورد این امواج به نقیصه بیشترین بازتاب حاصل شود، به این نقیصه‌ها اصطلاحاً آیینه‌ی پلاسمونی گفته می‌شود[۴].




شکل ۱: طرحواره‌ای از ساختار هندسی پراکندگی امواج سطحی پلاسمون

## ۲- فرمول بندی

امواج سطحی پولاریتون‌های پلاسمون سطحی با قطبش موازی را در نظر می‌گیریم. در این مسئله، این امواج با فرکانس ثابت روی فصل مشترک فلز- خلأ انتشار می‌یابند و در طول مسیرشان به نقیصه‌ای که در شکل (۱) نشان داده شده برخورد می‌کنند. تحت این شرایط، مؤلفه‌ی غیر صفر میدان مغناطیسی از حل معادله‌ی دو بعدی هلمهولتز در نیم فضای بالایی(خلأ) و پایینی (فلز) بدست می‌آید. میدان مغناطیسی موجود در خلأ، به صورت جمعی از پولاریتون‌های پلاسمون سطحی فرودی و میدان پراکنده شده می‌توان نوشت

$$H_y(x,z) = e^{i(k_p x - k_{zp} z)} + \int_{-\infty}^{\infty} dk\, H_y(k)\, e^{i(kx - k_z z)} \qquad (۱)$$

معادله‌ی پارامتری نقیصه به صورت زیر است

$$x = F(t) = \frac{a}{2}\mathrm{Sin}(2t)$$
$$z = G(t) = h\,\mathrm{Sin}(t) \qquad (۲)$$

که در آن پارامتر $t$ در بازه‌ی $(0,\pi)$ تغییر می‌کند، $a$ پهنای نقیصه، $h$ ارتفاع آن و داریم

$$k_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k^2} \quad |k| \le \frac{\omega}{c}$$
$$= i\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \quad |k| \ge \frac{\omega}{c} \qquad (۳)$$

$$k_p = \frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\varepsilon(\omega)}{\varepsilon(\omega)+1}} = \frac{\omega}{c}\sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon(\omega)}} \qquad (۴)$$

$$g = \frac{\omega}{c},\ k_{zp} = \sqrt{g^2 - k_p^2} = -\zeta g \qquad (۵)$$

در این معادلات $\omega$ فرکانس موج پلاسمون فرودی، $c$ سرعت نور در خلأ، $\varepsilon(\omega)$ تابع دی‌الکتریک فلز می‌باشد که از مدل ساده‌ی درود پیروی می‌کند و $\zeta = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon(\omega)}}$ را تابع امپدانس سطح تعریف می‌کنیم[۲].

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \qquad (۶)$$



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06 ]

که $\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m\varepsilon_0}}$ فرکانس پلاسما است و در آن n چگالی الکترون‌های آزاد فلز، e بار الکترون، m جرم الکترون و $\varepsilon_0$ ضریب گذردهی خلأ است. $k_p$ و $k_{zp}$ به ترتیب اعداد موج موازی و عمود بر فصل مشترک این امواج سطحی در خلأ هستند. $k$ و $k_z$ نیز به ترتیب اعداد موج موازی و عمود بر فصل مشترک مربوط به میدان پراکنده شده در خلأ می باشند که دراین روابط حد $|\varepsilon(\omega)| \gg 1$ اعمال شده است. با در نظر گرفتن معادلات ماکسول و شرایط مرزی پیوستگی در طول فصل مشترک رابطه

$$E_x(x,z)N_z - E_z(x,z)N_x = \zeta H_y(x,z) \qquad (۷)$$

حاصل می‌شود. از طرفی با در نظر گرفتن معادلات ماکسول دامنه‌های میدان الکتریکی از روابط

$$E_z = (\frac{i}{g})(\frac{\partial H_y}{\partial x})$$
$$E_x = (-\frac{i}{g})(\frac{\partial H_y}{\partial z}) \qquad (۸)$$

تبعیت می‌کنند[۳].

## ۲-۱- محاسبه‌ی بردار یکه‌ی عمود بر سطح نقیصه

بردار $\mathbf{r}(t) = F(t)\mathbf{i} + G(t)\mathbf{k}$ نشان دهنده‌ی برداری است که هر نقطه ازنقیصه‌ی روی سطح را به مبدأ مختصات وصل می‌کند. بنابراین بردار یکه‌ی مماس بر سطح این نقیصه را به کمک معادله‌ی

$$\mathbf{T} = \frac{\frac{d\mathbf{r}}{dt}}{\left\|\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right\|} = \frac{F'(t)\mathbf{i} + G'(t)\mathbf{k}}{\sqrt{(F')^2 + (G')^2}} \qquad (۹)$$

می‌توان بدست آورد و به کمک آن می‌توانیم بردار یکه‌ی عمود بر سطح را بدست آوریم

$$\mathbf{N} = \frac{\frac{d\mathbf{T}}{dt}}{\left\|\frac{d\mathbf{T}}{dt}\right\|} = \frac{F''G'^2 - F'G'F''}{(F'G'' - F''G')\sqrt{F'^2 + G'^2}}\mathbf{i} + \frac{G''F'^2 - F'G'F''}{(F'G'' - F''G')\sqrt{F'^2 + G'^2}}\mathbf{k} \qquad (۱۰)$$

در هندسه دیفرانسیل مشتق بردار یکه مماس بر هر منحنی، عمود بر آن منحنی است. بنابراین $\mathbf{N}$ را به صورت مشتقی از $\mathbf{T}$ تعریف می‌کنیم که در آن $F'$ و $G'$ مشتق مرتبه اول توابع $F(t)$ و $G(t)$ نسبت به پارامتر $t$ هستند[۵].
با ساده کردن رابطه‌ی (۱۰) به معادلات

$$N_x = -\frac{X}{\sqrt{1+X^2}} \qquad (۱۱)$$

$$N_z = \frac{1}{\sqrt{1+X^2}} \qquad (۱۲)$$

می‌رسیم که به ترتیب مؤلفه‌های موازی و عمودی بردار یکه‌ی عمود بر سطح این نقیصه می‌باشند و در آن‌ها $X = \frac{G'}{F'}$ است.

## ۲-۲- معادله‌ی انتگرالی دامنه‌های میدان پراکنده شده

اکنون می‌توانیم با جایگذاری معادلات (۱۱) و (۱۲) در معادله‌ی (۷) و به‌کارگیری معادلات $q = \frac{k}{g}$، $q_p = \frac{k_p}{g}$ و $q_z = \frac{k_z}{g}$ و انجام محاسبات نسبتا طولانی به معادله‌ی انتگرالی

$$\int_{-\infty}^{\infty} dq' r(q')G(q')U(t,q') = -U(t,q_p) \qquad (۱۳)$$

که اصلی‌ترین معادله‌ی این مقاله است، می‌رسیم و در آن $r(q) = gH_y(k)G(q)^{-1}$ دامنه بازبهنجار شده میدان و $G(q) = \frac{1}{q_z + \zeta}$ نیز تابع گرین پلاسمون سطحی بر روی سطوح صاف نامیده می‌شود. از طرفی

$$U(t,q) = e^{ig(qF(t) - q_z G(t))}(qN_x - \zeta - q_z N_z) \qquad (۱۴)$$

نیز پتانسیل پراکندگی نام دارد.

## ۳- محاسبه‌ی ضریب عبور، بازتاب و اتلاف پراکندگی

برای بدست آوردن این ضرایب در فاصله‌ی نسبتا دور از نقیصه، کافی است از تابع گرین $G(q)$ در رابطه‌ی (۱) استفاده کنیم

$$H_y(x \to \infty, 0) = (1+\tau)e^{ik_p x} \qquad (۱۵)$$

$$H_y(x \to -\infty, 0) = \rho e^{-ik_p x} \qquad (۱۶)$$

که $\tau = \frac{2i\pi\zeta}{q_p} r(q_p)$ و $\rho = \frac{2i\pi\zeta}{q_p} r(-q_p)$ به ترتیب دامنه عبور و بازتاب پلاسمون‌های سطحی در برخورد با این نقیصه می‌باشند و برای ضرایب بازتاب و عبور به ترتیب داریم

$$R = |\rho|^2 \ , \ T = |1+\tau|^2 \qquad (۱۷)$$

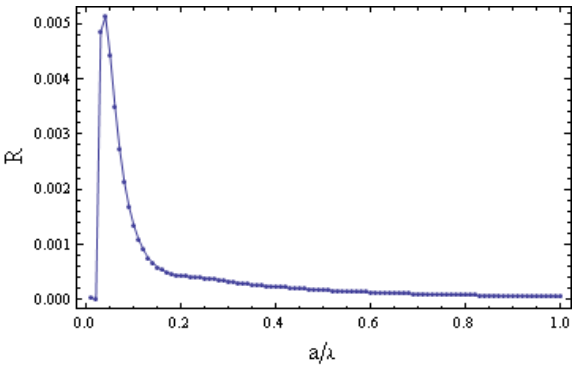
از برقراری قانون پایستگی انرژی( $1 - R - S - T = 0$ ) داریم



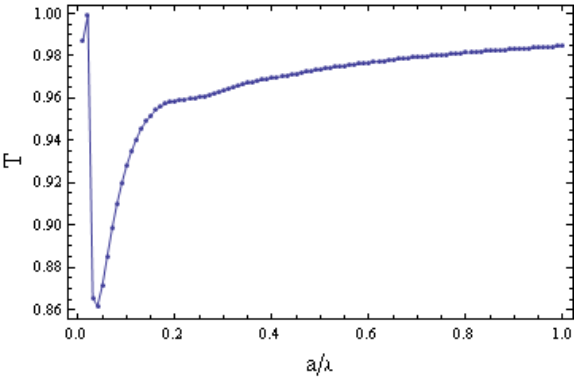
[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06 ]

$$S = \frac{4\pi|\zeta|}{q_p}\int_{-1}^{1} dq\, q_z |r(q)G(q)|^2 \qquad (۱۸)$$

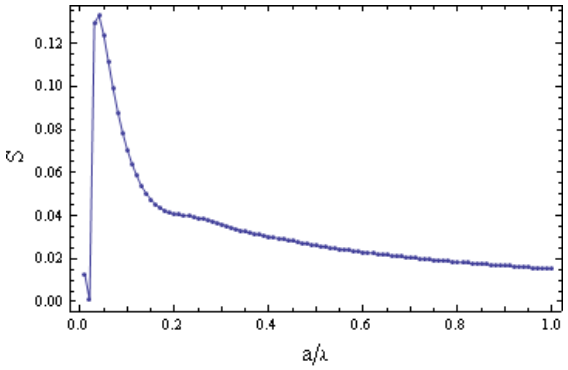
که ضریب اتلاف پراکندگی نامیده می شود [۳]. با حل عددی معادله‌ی انتگرالی (۱۳) و بدون احتساب هرگونه تقریبی و به کمک معادلات (۱۷) و (۱۸) نمودار تغییرات ضریب بازتاب، عبور و پراکندگی امواج پلاسمون سطحی را نسبت به تغییرات پهنای نقیصه‌ی موجود در سطح فلز نقره با $\varepsilon = -17.2$ بدست می‌آوریم. ارتفاع نقیصه‌ی ذکر شده در مقدار $h = 0.02\lambda$ ثابت و $\lambda = 632.8nm$ می‌باشد. با توجه به این نمودارها و مقایسه‌ی آن با نتایج کارهای قبلی، رفتار این نقیصه تا حدودی شبیه به رفتار نقیصه‌ی گاؤسی می‌باشد با این تفاوت که شدت تغییرات در این نقیصه بیشتر از حالت گاؤسی است و میزان بازتاب از این ساختار نسبت به ساختارهای متداول به میزان چشمگیری افزایش یافته است.




شکل ۲: تغییرات ضریب بازتاب پولاریتون‌های پلاسمون سطحی نسبت به تغییرات پهنای نقیصه موجود بر روی سطح نقره




شکل ۳: تغییرات ضریب عبور پولاریتون‌های پلاسمون سطحی نسبت به تغییرات پهنای نقیصه موجود بر روی سطح نقره




شکل ۴: تغییرات ضریب اتلاف پراکندگی پولاریتون‌های پلاسمون سطحی نسبت به تغییرات پهنای نقیصه‌ی موجود بر روی سطح نقره

## ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله با اصلاح روش‌های قبلی برای بررسی پراکندگی امواج سطحی پلاسمون توسط نقیصه‌ای با ساختار کلی‌تر، یک معادله‌ی انتگرالی جدید بدست می‌آوریم. به دلیل دشوار بودن حل تحلیلی این معادله‌ی انتگرالی، آن را به روش عددی و بدون احتساب هرگونه تقریبی به طور دقیق محاسبه کردیم. همانطورکه از روی نمودارها مشخص است تغییرات ضرایب بازتاب، عبور و اتلاف پراکندگی تنها دارای یک مقدار بیشینه وکمینه هستند و میزان تغییرات این ضرایب از پهنای ($a \geq 0.2\lambda$) تقریبا یکنواخت است. ویژگی بارز این ساختار نسبت به ساختارهای قبلی، داشتن ضریب انعکاس بالای آن است.

## مراجع


[1] Stefan Alexander Maier ,*Plasmonics Fundamentals and applications*, p 39, 2007

[2] Lukas Novotny and Bert Hecht, *Principles of nano– optics* , p 385, 2006

[3] A. Yu. Nikitin , F. Lopez-Tejeira , and L. Martin- Morento, *Scattering of surface plasmon polaritons by one-dimensional inhomogeneities*, arxiv:mat/ 0609278v3, 2006

[4] Jose. A. Sanchez-Gil, Alexei. A. Maradudin, *Near field and far field scattering of surface plasmon polaritons by one- dimensional surface defects*,arxiv:mat /9904347v1 ,19

[5] Barrett O'Neill, *Elementary differential geometry*, 2nd ed, Elsevier Inc., 2006




[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06 ]