بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

بررسی ویژگی‌های غیرکلاسیک میدان تابشی در سامانه‌ی برهم‌کنشی اتم-میدان در حضور غیرخطیت کر و همدوسی خلأ القائیده

زهرا موسوی‌مدنی[۱] و محمدحسین نادری[۲]

[۱]گروه‌فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه اصفهان، خیابان‌هزارجریب، اصفهان

[۲]گروه پژوهشی اپتیک کوانتومی،گروه فیزیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان

چکیده – دراین مقاله، کنترل درهم‌تنیدگی و چلاندگی حالت ایستای میان دومد درون کاواک را توسط همدوسی حاصل از فرایند گسیل خودبه‌خود در اتم سه ترازی و با حضور غیرخطیت کر بررسی می‌کنیم. نشان می‌دهیم به ازای برخی مقادیر ثابت جفت‌شدگی غیرخطی کر، هم‌بستگی بین مدی در حضور عوامل اتلافی افزایش می‌یابد. به علاوه، نشان می‌دهیم درهم‌تنیدگی و چلاندگی بین مدی در شرایط بازآوایی میان بسامد میدان لیزری و بسامد گذار اتمی نیز افزایش می‌یابد.

کلید واژه- چلاندگی، درهم‌تنیدگی ، غیرخطیت کر، همدوسی حاصل از فرایند گسیل خود به خود.

Investigation of Non-Classical Properties of the Radiation Field in the Interacting Atom-Field System in the Presence of Kerr Nonlinearity and Vacuum-Induced Coherence

Zahra Musavi Madani[1] and Mohammad Hossein Naderi[2]

[1]Department of physics, University of Isfahan, Isfahan, Iran

[2]Quantum Optics Group, Department of Physics, University of Isfahan, Isfahan, Iran

Abstract- In this paper, we study the possibility of controlling the stationary entanglement and squeezing between the two modes of a cavity by spontaneously generated coherence in the three level atoms in the presence of the Kerr nonlinearity. We show that the correlation between the two modes increases for some values of the nonlinearity coupling parameter in the presence of dissipative processes. In addition, the entanglement and the squeezing between the two modes increase when the resonance condition between the atom and the field is fulfilled.

Keywords: squeezing, entanglement, Kerr nonlinearity, spontaneously generated coherence.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

۱- مقدمه

تولید حالت‌های درهم‌تنیده‌ی گاوسی به ویژه حالت خلأ چلانده‌ی دو مدی به عنوان یک گام اساسی در پردازش اطلاعات کوانتومی به شمار می‌آید. تولید این حالت‌ها در سامانه‌های الکترودینامیک کوانتومی درون کاواک از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بر این اساس، جفت‌شدگی غیرخطی میان مدهای درون کاواک، برای تولید این حالت‌ها از طریق جفت‌شدن آنسامبل از اتم‌های غیر برهم‌کنشی[۱] و یا یک محیط غیرخطی[۲و۳] امکان‌پذیر است. در سال‌های اخیر یکی از پدیده‌هایی که برای تحقق این هدف مورد مطالعه قرار گرفته است، پدیده‌ی همدوسی حاصل از گسیل خودبه‌خود (همدوسی خلأ القائیده) است[۴]. مطالعات نظری انجام شده نشان می‌دهد در صورت بروز تداخل کوانتومی میان مسیرهای گذار در سامانه‌های اتم چندترازی امکان تولید حالت‌هایی با بیشینه‌ی درهم‌تنیدگی در شرایط بازآوایی وجود دارد.

در این مقاله به بررسی امکان کنترل و تقویت ویژگی‌های غیرکلاسیک میدان تابشی در حضور یک محیط غیرخطی کر درون کاواک و همدوسی خلأ القائیده می‌پردازیم. با استفاده از معادله‌ی حرکت عملگر چگالی سامانه هم‌بستگی میان دو مد و تعداد فوتون های هر مد را به دست می‌آوریم. نشان می‌دهیم در شرایط ایستا درصورتی که ضریب جفت‌شدگی غیرخطی کر ($D>g_{12}$) باشد هم‌بستگی میان دو مد افزایش می‌یابد و به ازای همان مقادیر سهم ناشی از تغییر فوتون‌های هر مد بسیار ناچیز خواهد بود. همچنین با بکارگیری سنجه دوان[۵] میزان درهم‌تنیدگی و در نهایت چلاندگی را به دست می‌آوریم. نشان می‌دهیم برای مقادیر ($D>g_{12}$) در شرایط بازآوایی درهم‌تنیدگی و چلاندگی بیشینه می‌شود.

۲- الگوسازی فیزیکی

مطابق شکل ۱، سامانه‌ای متشکل از یک اتم سه‌ترازی با پیکربندی V همراه با یک محیط غیرخطی کر درون یک کاواک دو مدی قرار دارد، که درآن دو مد میدان تابشی با ثابت جفت‌شدگی g دو تراز $|2\rangle$ و $|3\rangle$ را به یکدیگر جفت می‌کند. به علاوه، این دو تراز $|2\rangle$ و $|3\rangle$ اتم تحت برانگیزش یک میدان لیزری با بسامد ω_L و بسامد رابی 2Ω قرار می‌گیرد. تحول زمانی ماتریس چگالی کل سامانه دریک دستگاه چرخیده نسبت به بسامد میدان لیزری ω_L به صورت زیر است

$$\frac{d}{dt}\rho = -i[H_c + H_a + V + V_{Kerr}, \rho] + L_c\rho + L_a\rho. \qquad (۱)$$

که در آن

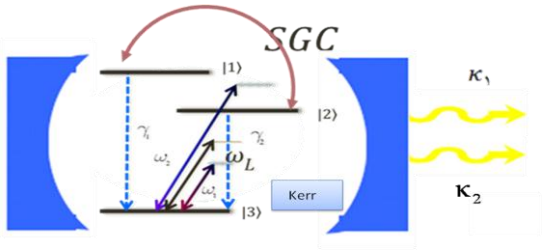
$$\begin{aligned} H_c &= -\delta_1 a_1^\dagger a_1 + \delta_2 a_2^\dagger a_2, \\ H_{a-f} &= (\Delta_L + \Delta_0)A_{11} + \Delta_L A_{22} - \Omega A_{23} + h.c, \\ V &= (a_1 + a_2)gA_{23} + h.c, \\ V_{Kerr} &= g_{12} a_2^\dagger a_2 a_1^\dagger a_1. \end{aligned} \qquad (۲)$$

و

$$\begin{aligned} L_c\rho &= \sum_{j=1}^{2} \kappa_j (2a_j \rho a_j^\dagger - a_j^\dagger a_j \rho - \rho a_j^\dagger a_j), \\ L_a\rho &= \gamma_1[A_{31}, \rho A_{13}] + \gamma_2[A_{32}, \rho A_{23}] + \\ &\eta[A_{31}, \rho A_{23}] + \eta[A_{32}, \rho A_{13}]. \end{aligned} \qquad (۳)$$

در این روابط، $\hbar$ را برابر یک قرار داده‌ایم. H_a و H_{a-f} و V و V_{Kerr} به ترتیب هامیلتونی میدان، هامیلتونی برهم‌کنش اتم با میدان لیزری، هامیلتونی برهم‌کنش دو مد درون کاواک با اتم و هامیلتونی برهم‌کنش دو مد میدان با محیط غیرخطی است. علاوه بر این، $L_c\rho$ و $L_a\rho$ اتلاف میدان درون کاواک و سامانه اتمی را نشان می‌دهند. $\gamma_i (i=1,2)$ و η به ترتیب آهنگ گسیل خودبه‌خود اتم در فضای آزاد و پارامتر همدوسی است. در ادامه فرض می‌شود که سمت‌گیری گشتاورهای دوقطبی بایکدیگر موازی باشد ($\eta = 1$) عملگرهای a_1 و a_2 عملگرهای نابودی دو مد ۱ و ۲ است. همچنین g_{12} و g به ترتیب ثابت جفت‌شدگی دو مد با محیط غیرخطی کر و اتم است. Δ_L و Δ_0 وادندیگی بسامد میدان لیزری نسبت به بسامد گذار اتم (ω_{23}) و بسامد شکافتگی دو تراز برانگیخته ($\omega_{21} = \omega_2 - \omega_1$) است. هم‌چنین $\kappa_j (j=1,2)$ آهنگ فرار فوتون‌ها به بیرون از کاواک است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]



شکل ۱: طرحواره از اتم سه ترازی همراه با غیرخطیت کر درون کاواک دو مدی.

با بکارگیری از معادله حرکت عملگر چگالی و ردگیری جزیی روی حالت‌های اتم می‌توان ماتریس چگالی میدان را به شکل زیر به دست آورد[۴]

$$\frac{d}{dt}\rho_c = -i(\delta_{12}+2A)[a_1^\dagger a_1 + a_2^\dagger a_2, \rho_c] - iD[a_1^\dagger a_2^\dagger + a_1 a_2, \rho_c] - ig_{12}[a_1^\dagger a_2^\dagger a_1 a_2, \rho_c] + L_c\rho_c, \quad (۴)$$

که در آن، $\delta_{12} \equiv \delta_1 - \delta_2$ و D به ترتیب اختلاف وادنیدگی و ضریب جفت شدگی غیرخطی میان دو مد درون کاواک است. همچنین A پارامتر جابه جایی اشتارک است که منجر به یک اثر مخرب بر درهم‌تنیدگی و چلاندگی میان دو مد می‌شود. بنابراین با انتخاب مناسب وادنیدگی یعنی $(\delta_{12} = \delta_2 - \delta_1 = A)$ می‌توان اثرات ناشی از آن را کاملاً سرکوب کرد[۴]. معادلات حرکت متغیرهای میدان را از معادله‌ی (۱) به صورت زیر می‌توان به دست آورد.

$$\frac{d}{dt}\langle a_j^\dagger a_j\rangle = i2D(\langle a_1^\dagger a_2^\dagger\rangle - \langle a_1 a_2\rangle) - 2\kappa_j\langle a_j^\dagger a_j\rangle, \quad (۵)$$
$$\frac{d}{dt}\langle a_1 a_2\rangle = i2D(\langle a_1^\dagger a_1\rangle + \langle a_2^\dagger a_2\rangle) + (i(\delta_{12}+2A+2g_{12}) - 2\kappa_j)\langle a_1 a_2\rangle + i(2D+g_{12}),\ j=(1,2).$$

معادله (۵) چهار دسته معادله جفت شده را نشان می‌دهد که با حل آن‌ها در شرایط ایستا داریم

$$\langle a_1^\dagger a_1\rangle = \langle a_2^\dagger a_2\rangle = \frac{D^2}{(D^2-\kappa^2-(2A+(\delta_{12}+2g_{12}))^2)}. \quad (۶)$$
$$\langle a_1 a_2\rangle = \frac{(D+g_{12})(2A+(\delta_{12}+2g_{12}))+i\kappa}{(D^2-\kappa^2-(2A+(\delta_{12}+2g_{12}))^2)}.$$

همچنین به ازای $Re(2\kappa + i(\delta_{12}+g_{12}) - \sqrt{(2\kappa)^2+4D^2}) > 0$ جواب‌های معادلات (۵) پایدار خواهند بود. روابط بالا نشان می‌دهد درصورتی که ضریب جفت‌شدگی غیرخطی دو مد کوچکتر از ثابت جفت‌شدگی غیرخطی کر باشد $(D < g_{12})$ آنگاه اختلاف وادنیدگی میان دو مد $(\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2 + 2g_{12})$ افزایش می‌یابد. به این ترتیب، با کاهش سهم جفت‌شدگی دو مد با اتم در تحول متغیرهای میدان تعداد فوتون های هر مد و به خصوص هم‌بستگی میان دو مد کاهش می‌یابد. این درحالی است که اگر ضریب جفت‌شدگی غیرخطی دو مد بزرگتر از ثابت جفت‌شدگی غیرخطی کر $(D > g_{12})$ باشد هم‌بستگی میان دو مد افزایش می‌یابد.

۲-۱- درهم‌تنیدگی بین مدی

یکی از معیار های تفکیک پذیری حالت‌های گاوسی، معیار دوان است. دوان با توجه به اصل عدم قطعیت هایزنبرگ یک نامساوی برای ترکیب خطی عملگرهای کوادراتوری استخراج کرد که منجر به یک شرط لازم و کافی برای جداپذیری حالت‌های گاوسی گردید. عملگرهای که واریانس آنها محاسبه می‌شود عبارتند از[۵]:

$$\hat{U} = |a|X_1 + 1/|a|X_2, \hat{V} = |a|Y_1 + 1/|a|Y_2. \quad (۷)$$

مطابق با معیار دوان حالت های گاوسی درهم‌تنیده هستند اگر و تنها اگر جمع واریانس‌ها رابطه زیر را برآورده کند

$$\Sigma = \langle(\Delta U)^2\rangle + \langle(\Delta V)^2\rangle = 2na^2 + 2m/^2 - 4c \le a^2 + 1/a^2 \quad (۸)$$

که در آن

$$a = \sqrt{(2m-1)/(2n-1)}, n = \langle a_1^\dagger a_1\rangle + 1/2, n = \langle a_2^\dagger a_2\rangle + 1/2, c = |\langle a_1 a_2\rangle|. \quad (۹)$$

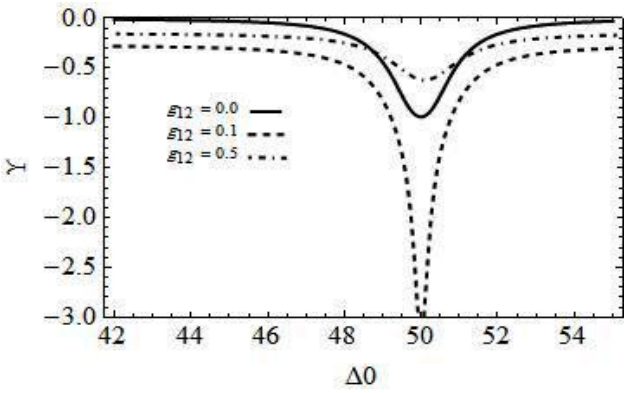
به این ترتیب سنجه درهم‌تنیدگی برای دو مد میدان تابشی به صورت زیر است

$$\Upsilon = \Sigma - a^2 - 1/a^2 = 4(\langle a_1^\dagger a_1\rangle - |\langle a_1 a_2\rangle|). \quad (۱۰)$$

عبارت فوق نشان می‌دهد که سنجه‌ی درهم‌تنیدگی وابسته به تعداد فوتون‌ها و هم‌بستگی میان دو مد است. در صورتی که سنجه‌ی درهم‌تنیدگی کوچکتر از یک باشد میدان دو مدی درهم‌تنیده خواهد بود. از منحنی درهم‌تنیدگی برحسب فاصله جدایی ترازهای برانگیخته (شکل۲) در می‌یابیم که درهم‌تنیدگی در شرایط بازآوایی Δ_L ایجاد می‌شود. منحنی ممتد درهم‌تنیدگی را در غیاب محیط غیرخطی کر نشان می‌دهد. منحنی خط

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

چین افزایش درهم‌تنیدگی را به ازای $D> g_{12}$ در حضور عوامل اتلاف نشان می‌دهد. منحنی خط-نقطه چین به ازای $g_{12} >D$ نشان می‌دهد که درهم‌تنیدگی به ازای تمام مقادیر Δ_0 کاهش و به مقدار ثابتی می‌رسد.



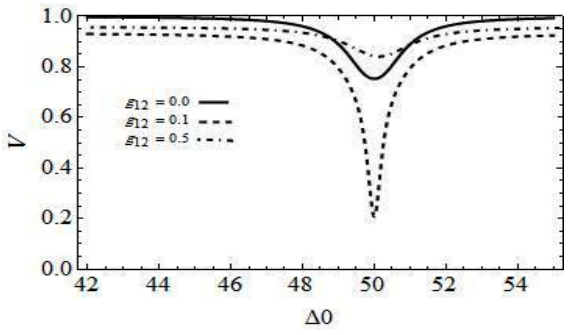
شکل۲: نمودار درهم‌تنیدگی برحسب Δ_0 برای مقادیر مختلف g_{12}: $\eta = 1, \Delta_L = 0, \Omega = 50, \gamma_1 = 0.02, \kappa_1 = \kappa_2 = 0.63, g = 10$,

۲-۲- چلاندگی بین مدی

با انتخاب a=1 در رابطه‌های (۷) و (۸) بخش قبل، جمع واریانس‌ها به واریانس مشخصه چلاندگی بین مدی کاهش می‌یابد[۱]

$$V = \langle (X_1 - X_2)^2 \rangle = \langle (Y_1 - Y_2)^2 \rangle = 2(\langle a_1^\dagger a_1 \rangle - |\langle a_1 a_2 \rangle|) + 1. \qquad (۱۱)$$

در صورتی که V<1 چلاندگی بین دو مد حاصل می‌شود. در حد $V \to 0$ این مقدار بیشینه می‌شود. از منحنی چلاندگی برحسب فاصله جدایی ترازهای برانگیخته (شکل۳) در می‌یابیم که همانند درهم‌تنیدگی در شرایط بازآوایی چلاندگی وجود دارد. منحنی خط-نقطه چین و خط چین به ترتیب نشان می‌دهد چلاندگی به ازای $D> g_{12}$ افزایش و به ازای $g_{12} >D$ کاهش می‌یابد.



شکل ۳: نمودار چلاندگی برحسب Δ_0 برای مقادیر مختلف g_{12} و مقادیر پارامترها همانند شکل (۲) است.

۳- نتیجه‌گیری

با مطالعه‌ی نظری درهم‌تنیدگی و چلاندگی بین مدی حالت ایستای دو مد میدان در حضور محیط غیرخطی کر و همدوسی خلأ القائیده نشان دادیم در حضور عوامل اتلافی (فرار فوتون ها به خارج از کاواک)، در صورتی که احتمال جفت‌شدگی کر با دو مد درون کاواک کوچک‌تر از جفت‌شدگی غیرخطی بین مدی باشد هم‌بستگی بین مدی افزایش می‌یابد. در غیر اینصورت $g_{12} >D$ منجر به افزایش اختلاف وادنیدگی میان دو مد میدان می‌شود و سهم جفت‌شدگی دو مد با اتم را کاهش می‌دهد. به علاوه با افزایش هم‌بستگی بین مدی، درهم‌تنیدگی و چلاندگی بین مدی در شرایط بازآوایی ($\Delta_L = 0$) افزایش می‌یابد. در نتیجه ثابت جفت‌شدگی غیرخطی کر به عنوان یک پارامتر کنترل، تنها به ازای برخی مقادیر $D> g_{12}$ ویژگی‌های غیرکلاسیک میدان را افزایش می‌دهد.

سپاسگزاری

نویسندگان تشکر خود را از معاونت تحصیلات تکمیلی دانشگاه اصفهان اعلام می‌دارند.

مراجع

[1] M. Macovei and G. X. Li, *Enhancement of Entanglement for Two-Mode Fields generated from Four-Wave mixing with the help of the Auxiliary Atomic Transition.* **Phys.Rev. A.** 76, 023818 (2007)

[2] R. M. Serra, C. J. Villas-B˜oas, N. G. de Almeida, and M. H. Y. Moussa, *Frequency up- and down-Conversions in Two-Mode Cavity Quantum Electrodynamics*,**Phys. Rev. A.** 71, 045802 (2005).

[3] G. X. Li, H. T. Tan, and S. S. Ke, *Quantum-Feedback-Induced Enhancement of Continuous-Variable Entanglement In a self-Phase-Locked type-II Nondegenerate Optical Parameter Oscillator*, **Phys. Rev. A**. 74, 012304 (2005).

[4] Z.Tang, G. Li and Z. Ficek. *Entanglement Created by Spontaneously Generated Coherence*. **Phy. Rev A**. 82, 063837 (2010).

[5] L. M. Duan, J. I. Cirac, P. Zoller, and E. S. Polzik, *Inseparability Criterion for Continuous Variable Systems*, **Phys. Rev. Lett**. 85, 5643 (2000).

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]