بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شهید چمران اهواز،
خوزستان، ایران.
۱۲-۱۴ بهمن ۱۴۰۰

درهم‌تنیدگی پایدار مکانیکی ماکروسکوپی در دو سیستم اپتومکانیکی اتلاف‌گر دور از هم

میثم ستوده خیرآبادی؛ محمدکاظم توسلی؛ مهران رفیعی

گروه اپتیک و لیزر، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد

meysam.setodeh@stu.yazd.ac.ir, mktavassoly@yazd.ac.ir, mehran.rafeie@stu.yazd.ac.ir

چکیده: در این مقاله روشی برای تولید درهم‌تنیدگی پایدار بین دو مد مکانیکی ماکروسکوپی دور از هم در سامانه‌های اپتومکانیکی با استفاده از اندازه‌گیری یک حالت بِل معرفی می‌شود. دو زیرسامانه اپتومکانیکی یکسان و مستقل هستند؛ هر کدام شامل یک کاواک با آینه متحرک و یک اتم دوترازی است و به وسیله یک میدان پمپ خارجی کنترل می‌شود. با انتخاب مناسب بسامدهای اجزای سامانه، هامیلتونی موثر محاسبه می‌شود. با در نظر گرفتن اتلاف‌های اتمی، فوتونی و فونونی، تحول زمانی هر زیرسامانه و همچنین سامانه کلی بدست آمده است. با اندازه‌گیری یک حالت بِل مناسب از مدهای اپتیکی بر روی حالت کلی سامانه، درهم‌تنیدگی میان دو مد مکانیکی ماکروسکوپی ایجاد می‌شود. محاسبه سنجه تلاقی به ازای پارامترهای مناسب نشان می‌دهد که می‌توان به میزان درهم‌تنیدگی قابل‌توجه و پایداری دست یافت.

کلید واژه: اندازه‌گیری حالت بِل، پایداری درهم‌تنیدگی، تولید درهم‌تنیدگی، سامانه‌های اپتومکانیکی اتلاف‌گر.

Stable macroscopic mechanical entanglement in two distant dissipative optomechanical systems

Meysam Setodeh Kheirabady; Mohammad Kazem Tavassoly and Mehran Rafeie

Laser and Optics Group, Faculty of Physics, Yazd University

meysam.setodeh@stu.yazd.ac.ir, mktavassoly@yazd.ac.ir, mehran.rafeie@stu.yazd.ac.ir

Abstract: In this paper, we introduce a method for the generation of stable entanglement between two remote macroscopic mechanical modes in optomechanical systems using Bell-state measurement. Two identical optomechanical systems each driven by an external pump field and comprising a cavity with a movable mirror and a two-level atom. By appropriate choice of frequencies of system's component, effective Hamiltonian is calculated. With considering atomic, photonic and phononic dissipations, the time evolution of each subsystem and also the whole system have been achieved. By measuring suitable Bell state of optical modes on the state of the whole system, entanglement between two macroscopic mechanical modes is created. Calculating concurrence measure for appropriate parameters indicates that a significant and stable degree of entanglement can be achieved.

Keywords: Bell-state measurement, Dissipative optomechanical systems, Entanglement generation, Entanglement stability.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-12-17]

مقدمه

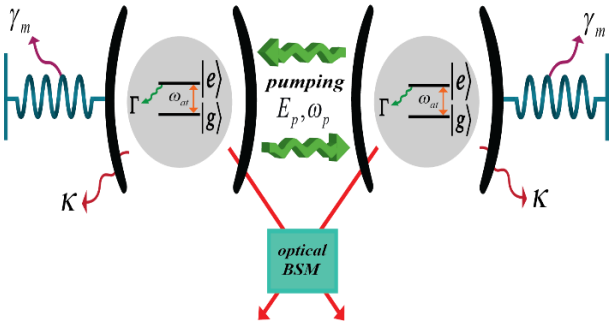
تولید درهم‌تنیدگی بدلیل نقش مهمی که در تکنولوژی‌های کوانتومی دارد، یکی از هدف‌های اساسی مطالعات تجربی و نظری است [۱]. امروزه سامانه‌های اپتومکانیکی به‌خاطر توانایی آن‌ها در تولید درهم‌تنیدگی‌های دوجزئی و سه‌جزئی بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند [۳،۲]. در این سامانه‌ها از برهم‌کنش یک نوسانگر مکانیکی (آینه متحرک) و فشار تابشی کاواک اپتومکانیکی برای تولید درهم‌تنیدگی ماکروسکوپی استفاده می‌شود. یکی از روش‌های تبادل درهم‌تنیدگی، اندازه‌گیری یک حالت بِل است که در سامانه‌های اپتیکی و اپتومکانیکی مورد استفاده قرار گرفته است [۴]. در این مقاله نیز با استفاده از این روش، درهم‌تنیدگی بین مدهای مکانیکی از دو زیرسامانه اپتومکانیکی بررسی شده است. با انتخاب مناسب مقادیر اتلاف‌ها و دیگر پارامترهای سامانه می‌توان به درهم‌تنیدگی پایدار و قابل توجهی دست یافت.

مدل سامانه و اندازه‌گیری درهم‌تنیدگی

سامانه کلی مدل ما متشکل از دو زیرسامانه اپتومکانیکی یکسان می‌باشد، که هر کدام شامل یک کاواک تک‌مد با یک آینه متحرک است. هر کدام از کاواک‌های اپتومکانیکی به وسیله یک میدان پمپ خارجی با بسامد ω_p و دامنه E_P کنترل می‌شوند. مدل در نظر گرفته شده در شکل ۱ نمایش داده شده است. در هر زیرسامانه، یک اتم دوترازی با بسامد گذار ω_{at} و آهنگ واپاشی Γ، یک میدان اپتیکی تک‌مد با بسامد ω_c و آهنگ اتلاف κ قرار دارد. آینه متحرک به صورت یک نوسانگر هماهنگ با بسامد ω_m و آهنگ میرایی γ_m درنظر گرفته شده است. هامیلتونی هر زیرسامانه به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$\begin{aligned}\hat{H} &= \omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega_m \hat{b}^\dagger \hat{b} + \frac{\omega_{at}}{2}\hat{\sigma}_z \\ &- iE_p\left(\hat{a}e^{-i\omega_p t} - \hat{a}^\dagger e^{i\omega_p t}\right) \\ &+ \Omega\left(\hat{a}\hat{\sigma}_+ + \hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_-\right) - G\hat{a}^\dagger\hat{a}\left(\hat{b}^\dagger + \hat{b}\right),\end{aligned} \qquad (۱)$$

که در این معادله $\hat{a}$ ($\hat{a}^\dagger$) و $\hat{b}$ ($\hat{b}^\dagger$) به ترتیب عملگرهای نابودی (خلق) مدهای اپتیکی و مکانیکی، $\hat{\sigma}_+, \hat{\sigma}_-, \hat{\sigma}_z$ عملگرهای اتمی، Ω و G به ترتیب جفت‌شدگی اتم-میدان و فونون-میدان می‌باشند.



شکل ۱: مدل سامانه شامل دو کاواک اپتومکانیکی با آینه متحرک که هر کدام شامل یک اتم دوترازی است و با یک میدان خارجی کنترل می‌شوند.

به کمک عملگر یکانی $R(t) = e^{-i\hat{H}_0 t}$ (که $\hat{H}_0$ هامیلتونی آزاد زیرسامانه است)، هامیلتونی برهم‌کنش در تصویر برهمکنش مشخص می‌شود:

$$\hat{H}_I = \hat{R}(t)\hat{H}\hat{R}^\dagger(t) - i\hat{R}(t)\frac{\partial}{\partial t}\hat{R}^\dagger(t). \qquad (۲)$$

با انتخاب شرایط تشدید $\omega_p = \omega_{at}$، $\omega_c = \omega_m + \omega_{at}$ و به کمک روش ارائه شده در مرجع [۵] می‌توان هامیلتونی موثر هر زیرسامانه را به‌صورت زیر بدست آورد:

$$\begin{aligned}\hat{H}_{eff} &= \Omega G\left(\hat{a}^\dagger\hat{b}\hat{\sigma}_- + \hat{a}\hat{b}^\dagger\hat{\sigma}_+\right) - G^2\left(\hat{a}^\dagger\hat{a}\right)^2 \\ &+ i\Omega E_p\left(\hat{\sigma}_- - \hat{\sigma}_+\right) + iGE_p\left(\hat{a}^\dagger\hat{b} - \hat{a}\hat{b}^\dagger\right) \\ &- \Omega^2\left(\hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{\sigma}_z + \hat{\sigma}_+\hat{\sigma}_-\right),\end{aligned} \qquad (۳)$$

در این رابطه ضریب $1/\omega_m$ بدلیل ثابت بودن و موثر نبودن بر دینامیک درهم‌تنیدگی حذف شده است. جمله اول در رابطه (۳) نشان دهنده برهم‌کنش سه‌جزئی است که نقش مهمی در ایجاد درهم‌تنیدگی‌های دوجزئی و سه‌جزئی ایفا می‌کند. برای وارد کردن اتلاف و بررسی واقعی‌تر سامانه، با رویکرد پدیده‌شناسی، هامیلتونی زیر را معرفی می‌کنیم [۷،۶]:

$$\hat{H}'_{eff} = \hat{H}_{eff} - \frac{i\Gamma}{2}\hat{\sigma}_+\hat{\sigma}_- - \frac{i\kappa}{2}\hat{a}^\dagger\hat{a} - \frac{i\gamma_m}{2}\hat{b}^\dagger\hat{b}. \qquad (۴)$$

با درنظر گرفتن حالت اولیه هر زیرسامانه به‌صورت زیر:

$$|\psi(0)\rangle = \left(\cos\theta|e\rangle + \sin\theta|g\rangle\right) \otimes |1_f, 0_m\rangle, \qquad (۵)$$

و به کمک معادله شرودینگر وابسته به زمان، کت حالت

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-12-17]

وابسته به زمان هر زیرسامانه و هم‌چنین حالت کلی سامانه به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}|\psi(t)\rangle_1 &= c_1|1_{f_1},0_{m_1},e_1\rangle + c_2|1_{f_1},0_{m_1},g_1\rangle \\ &\quad + c_3|0_{f_1},1_{m_1},e_1\rangle + c_4|0_{f_1},1_{m_1},g_1\rangle, \\ |\psi(t)\rangle_2 &= d_1|1_{f_2},0_{m_2},e_2\rangle + d_2|1_{f_2},0_{m_2},g_2\rangle \\ &\quad + d_3|0_{f_2},1_{m_2},e_2\rangle + d_4|0_{f_2},1_{m_2},g_2\rangle, \\ |\Psi(t)\rangle &= |\psi(t)\rangle_1 \otimes |\psi(t)\rangle_2 .\end{aligned} \tag{۶}$$

بدلیل پیچیده بودن روابط از بیان شکل صریح آن‌ها صرف نظر می‌کنیم. حال برای ایجاد درهم‌تنیدگی مکانیکی مورد نظر، حالت بِل اپتیکی زیر را معرفی می‌کنیم [۹,۸]:

$$|\phi\rangle_{f_1,f_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0_{f_1},0_{f_2}\rangle - |1_{f_1},1_{f_2}\rangle\right). \tag{۷}$$

روش اندازه‌گیری حالت بِل به‌صورت اثر عملگر تصویر ساخته شده با حالت بِل روی حالت کلی سامانه به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$|\phi\rangle_{f_1,f_2}\langle\phi|\Psi(t)\rangle = |\phi\rangle_{f_1,f_2} \otimes |\psi_p\rangle, \tag{۸}$$

که $|\psi_p\rangle$ با رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}|\psi_p\rangle &= D_1|1_{m_1},1_{m_2},e_1,e_2\rangle + D_2|1_{m_1},1_{m_2},e_1,g_2\rangle \\ &\quad + D_3|1_{m_1},1_{m_2},g_1,e_2\rangle + D_4|1_{m_1},1_{m_2},g_1,g_2\rangle \\ &\quad + D_5|0_{m_1},0_{m_2},e_1,e_2\rangle + D_6|0_{m_1},0_{m_2},e_1,g_2\rangle \\ &\quad + D_7|0_{m_1},0_{m_2},g_1,e_2\rangle + D_8|0_{m_1},0_{m_2},g_1,g_2\rangle, \\ D_1 &= \frac{c_3d_3}{\sqrt{2}},\ D_2 = \frac{c_3d_4}{\sqrt{2}},\ D_3 = \frac{c_4d_3}{\sqrt{2}},\ D_4 = \frac{c_4d_4}{\sqrt{2}}, \\ D_5 &= -\frac{c_1d_1}{\sqrt{2}},\ D_6 = -\frac{c_1d_2}{\sqrt{2}},\ D_7 = -\frac{c_2d_1}{\sqrt{2}},\ D_8 = -\frac{c_2d_2}{\sqrt{2}}.\end{aligned} \tag{۹}$$

در ادامه سنجه تلاقی را برای ارزیابی میزان درهم‌تنیدگی حالت حاصل شده محاسبه می‌کنیم. با استفاده از $|\psi_p\rangle$ در (۹) ماتریس چگالی را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\hat{\rho} = \frac{|\psi_p\rangle\langle\psi_p|}{Tr\left(|\psi_p\rangle\langle\psi_p|\right)}. \tag{۱۰}$$

با گرفتن رَد روی اتم‌های ۱ و ۲ و به کمک پایه‌های $|1_{m_1},1_{m_2}\rangle$ ، $|1_{m_1},0_{m_2}\rangle$، $|0_{m_1},1_{m_2}\rangle$ و $|0_{m_1},0_{m_2}\rangle$ می‌توان ماتریس چگالی کاهش‌یافته برای دو مد مکانیکی از دو زیرسامانه را به‌صورت زیر بدست آورد:

$$\rho_{m_1,m_2}(t) = \frac{1}{N}\begin{pmatrix}\Lambda_1(t) & 0 & 0 & \Lambda_2(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Lambda_3(t) & 0 & 0 & \Lambda_4(t)\end{pmatrix}, \tag{۱۱}$$

که $N = Tr\left(|\psi_p\rangle\langle\psi_p|\right)$ و عناصر ماتریس نیز در زیر آمده است:

$$\begin{aligned}\Lambda_1(t) &= |D_1|^2 + |D_2|^2 + |D_3|^2 + |D_4|^2 \\ \Lambda_2(t) &= D_1D_5^* + D_2D_6^* + D_3D_7^* + D_4D_8^* \\ \Lambda_3(t) &= D_5D_1^* + D_6D_2^* + D_7D_3^* + D_8D_4^* \\ \Lambda_4(t) &= |D_5|^2 + |D_6|^2 + |D_7|^2 + |D_8|^2 .\end{aligned} \tag{۱۲}$$

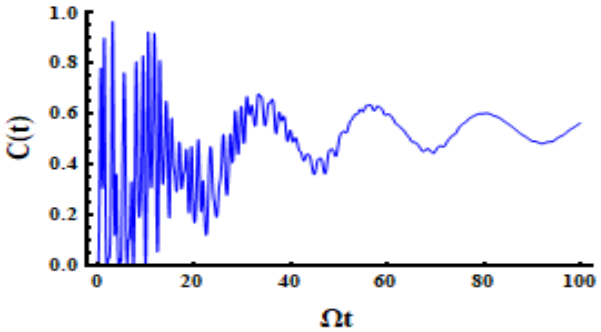
سنجه تلاقی با رابطه زیر مشخص می‌شود:

$$C(t) = Max\left(0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}\right), \tag{۱۳}$$

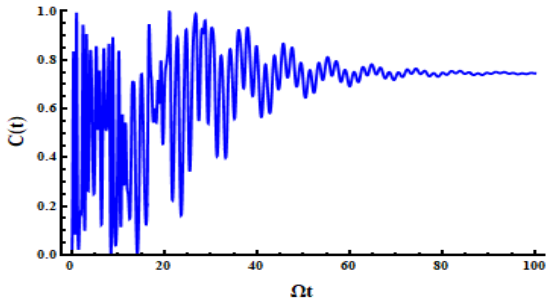
که در این رابطه $\lambda_i (i = 1,\cdots,4)$ ویژه‌مقادیر ماتریس زیر هستند، که به‌ترتیب کاهشی نوشته شده است:

$$\hat{\rho}_{m_1,m_2}\left(\hat{\sigma}_y \otimes \hat{\sigma}_y\right)\hat{\rho}^*_{m_1,m_2}\left(\hat{\sigma}_y \otimes \hat{\sigma}_y\right), \tag{۱۴}$$

که $\hat{\sigma}_y$ ماتریس پائولی می‌باشد. در ادامه نمودارهای تلاقی بین دو مد مکانیکی برحسب زمان بهنجار شده Ωt در شکل‌های ۷-۲ رسم شده است که به علت کمبود جا فقط به ذکر پارامترها در هر شکل بسنده کردیم.

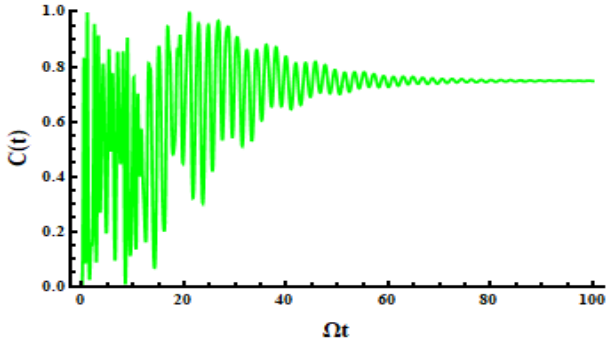


شکل ۲: $\theta = \frac{\pi}{4},\ G = \sqrt{2}\Omega,\ E_p = \frac{\Omega}{2},\ \Gamma = \gamma_m = 0.2\Omega,\ \kappa = 0.4\Omega$.

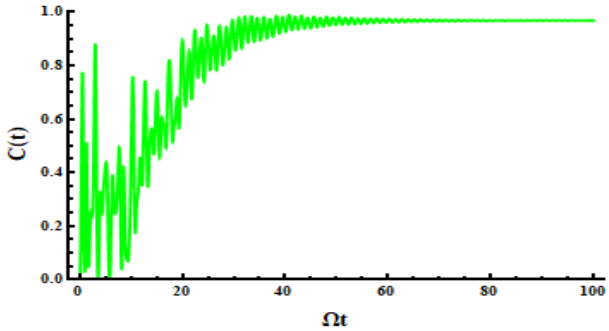


شکل ۳: $\theta = \frac{\pi}{4},\ G = \sqrt{2}\Omega,\ E_p = \Omega,\ \Gamma = \gamma_m = 0.2\Omega,\ \kappa = 0.4\Omega$.

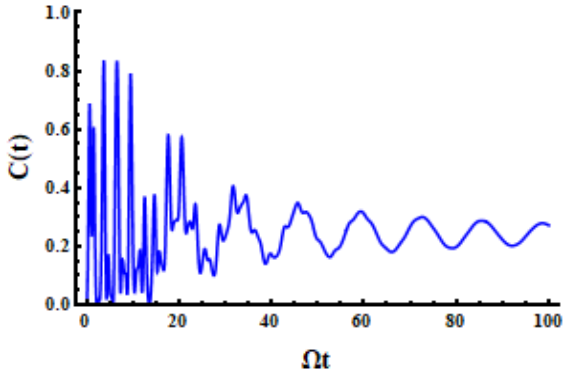
[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-12-17]



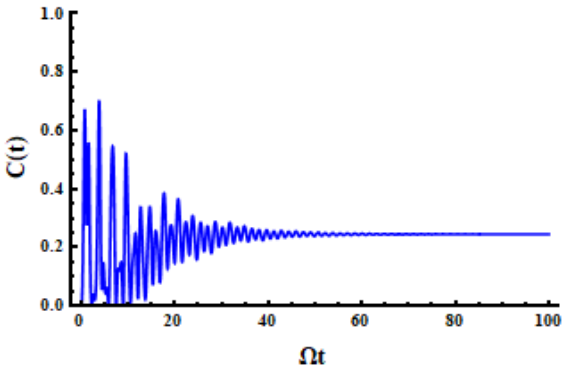
شکل ۴: $\theta=\frac{\pi}{4}, G=\sqrt{2}\Omega, E_p=\Omega, \Gamma=\gamma_m=\kappa=0.2\Omega$.



شکل ۵: $\theta=\frac{\pi}{6}, G=\sqrt{2}\Omega, E_p=2\Omega, \Gamma=\gamma_m=0.2\Omega, \kappa=0.4\Omega$.



شکل ۶: $\theta=\frac{\pi}{4}, G=\Omega, E_p=\frac{\Omega}{2}, \Gamma=0.3\Omega, \gamma_m=0.01\Omega, \kappa=0.001\Omega$.



شکل ۷: $\theta=\frac{\pi}{4}, G=\Omega, E_p=\frac{\Omega}{2}, \Gamma=0.3\Omega, \gamma_m=0.3\Omega, \kappa=0.001\Omega$.

بحث و نتیجه‌گیری

در این بخش شرایط مناسب برای دست‌یابی به میزان درهم‌تنیدگی بالا و پایدار مورد بررسی قرار گرفته است. در شکل‌های ۲ و ۳ تلاقی به ترتیب به ازای دامنه پمپ $E_p=\Omega/2$ و $E_p=\Omega$ رسم شده است. با افزایش دامنه پمپ، میزان درهم‌تنیدگی افزایش و افت و خیزها کاهش می‌یابد و تقریبا بعد از گذشت ۷۰ واحد زمان بهنجار شده در شکل ۳، درهم‌تنیدگی پایدار $C(t)\simeq 0.75$ قابل دسترس است. در شکل ۵ مشاهده می‌کنیم که با افزایش دامنه پمپ به $E_p=2\Omega$ و اتلاف فوتونی به $\kappa=0.4\Omega$ نسبت به شکل ۴، درهم‌تنیدگی پایدار تقریبا به میزان ۰/۲ افزایش می‌یابد و به مقدار بیشینه خود می‌رسد. برای بررسی اثر اتلاف فونونی شکل‌های ۶ و ۷ رسم شده است. مشاهده می‌کنیم که افزایش اتلاف فونونی از $\gamma_m=0.01\Omega$ به $\gamma_m=0.3\Omega$ اثر مثبتی در پایدارسازی درهم‌تنیدگی دارد. در شکل ۷ با انتخاب یک کاواک با ضریب کیفیت نسبتا بالا و میزان اتلاف فونونی $\gamma_m=0.3\Omega$، به درهم‌تنیدگی پایدار $C(t)\simeq 0.25$ دست می‌یابیم. نتایج بدست آمده نشان‌دهنده این است که برخلاف بسیاری از موارد که اتلاف نقش مخربی دارد، اما در مدل ما اتلاف بیشتر می‌تواند نقش مثبتی بر میزان و پایداری درهم‌تنیدگی داشته باشد. بنابراین مشاهده می‌شود که با انتخاب مناسب پارامترهای مدل می‌توان به درهم‌تنیدگی پایدار و قابل توجهی دست یافت.

مرجع‌ها

[1] R. Horodecki, P. Horodecki, M. Horodecki, K. Horodecki, “Quantum entanglement”, Rev. Mod. Phys., Vol. 81, pp. 865, 2009.
[2] P. Meystre, “A short walk through quantum optomechanics”, Ann. Phys., Vol. 525, pp. 215, 2013.
[3] Y. D. Wang, S. Chesi, A. A. Clerk, “Bipartite and tripartite output entanglement in three-mode optomechanical systems”, Phys. Rev. A, Vol. 91, pp. 013807, 2015.
[4] M. A. Fasihi, B. Mojaveri, “Entanglement protection in Jaynes–Cummings model”, Quantum Inf. Process., Vol. 18, pp. 75, 2019.
[5] Y. X. Zeng, J. Shen, M. S. Ding, C. Li, “Macroscopic Schrödinger cat state swapping in optomechanical system”, Opt. Express, Vol. 28, pp. 9587, 2020.
[6] C. D. Fidio, W. Vogel, “Entanglement signature in the mode structure of a single photon”, Phys. Rev. A, Vol. 79, pp. 050303, 2009.
[7] D. Y. Wang, C. H. Bai, S. Liu, S. Zhang, H. F. Wang, “Photon blockade in a double-cavity optomechanical system with nonreciprocal coupling”, New J. Phys., Vol. 22, pp. 093006, 2020.
[8] M. Ghasemi, M. K. Tavassoly, A. Nourmandipour, “Dissipative entanglement swapping in the presence of detuning and Kerr medium: Bell state measurement method”, Eur. Phys. J. Plus, Vol. 132, pp. 531, 2017.
[9] Q. H. Liao, Q. Zhang, N. R. Zhou, J. Korean, “Entanglement swapping in two independent atom-cavity-optomechanical systems”, Phys. Soc., Vol. 69, pp. 505, 2016.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-12-17]