بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شهید چمران اهواز،
خوزستان، ایران.
۱۲-۱۴ بهمن ۱۴۰۰

تاثیر میدان مغناطیسی بر گرادیان شتاب الکترون درون موجبر پر از پلاسما با استفاده از پالس موج الکترومغناطیس تویست

بهرام برزگر، علی حسن بیگی، حسن مهدیان

فیزیک پلاسما دانشگاه خوارزمی تهران

b_barzegar@yahoo.com , hbeigi@khu.ac.ir , mehdian@khu.ac.ir

چکیده- ما در این مقاله یک مدل تک ذره‌ای را در نظر گرفته‌ایم، در این مدل گرادیان شتاب الکترون در یک موجبر پر از پلاسما با استفاده از برهمکنش امواج الکترومغناطیس تویست با پلاسمای مغناطیسی محاسبه می‌شود. در این شبیه سازی گرادیان شتاب الکترون با استفاده از محاسبات عددی انجام می‌شود. نتایج عددی نشان می‌دهد که در درحین عبور الکترون در طول موجبر امواج الکترومغناطیس تویست و میدان مغناطیسی استاتیکی بر گرادیان شتاب الکترون تاثیر گذار است.

کلید واژه « امواج تویست، گرادیان شتاب الکترون، موجبر استوانه‌ای پلاسما، مدهای TM »

Effect of magnetic field on electron acceleration gradient in a plasma-filled waveguide by twisted electromagnetic waves

B.Barzegar, A. Hasanbeigi , H. Mehdian

Department of Physics and Institute for Plasma Research, Kharazmi University, Tehran

b_barzegar@yahoo.com , hbeigi@khu.ac.ir , mehdian@khu.ac.ir

Abstract-In this paper, we consider a single-particle model, in this model, the electron acceleration gradient in a plasma-filled waveguide is calculated using the interaction of twist electromagnetic waves with magnetic plasma. In this simulation, the electron acceleration gradient is performed using numerical calculations. Numerical results show that during the passage of electrons along the waveguide, twist electromagnetic waves and static magnetic field affect on the electron acceleration gradient.

Keywords – electron acceleration gradient, magnetized plasma , plasma waveguide, TM mode ,twisted electromagnetic waves.

مقدمه

تاکنون، مکانیزم‌های مختلف شتاب الکترون توسط دانشمندان فیزیک مورد بررسی قرار گرفته است [۱-۱۲].

در این راستا، مکانیزم شتاب الکترون در اثر برهمکنش امواج الکترومغناطیسی تویست با پلاسما و ارتباط آن با کاربردهای فراوان عملی مرزهای جدیدی از تحقیقات را برای بشر گشوده است[۱۷الی۱۰].

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]

برای اولین بار در دهه ۱۹۹۰ آلن و همکارانش گزارش دادند [۷] که پرتوهای نوری با جبهه فاز هلیکالی حامل تکانه زاویه‌ای مداری (OAM) هستند (پرتوها تویست). از جمله کاربرد امواج تویست می‌توان از سیستم‌های میکروسکوپ نوری[۱۸،۱۹]، دستگاههای نوری[۱۳،۱۴]، پلاسمای نامحدود ایده‌آل[۱۵،۱۶] و امواج پالس لیزری پلاریزه خطی [۱۵،۱۶] نام برد.

ما در این مقاله، شتاب الکترونی نسبیتی را در برهمکنش امواج الکترومغناطیسی تویست با یک موجبر پر از پلاسمای مغناطیده سرد و با استفاده از روش محاسبات عددی مورد بحث قرار داده‌ایم. در این روش دامنه و فاز متغییر امواج الکترومغناطیسی تویست موجب می‌شود که الکترون با انرژی اولیه 100 KeV در طول حدودا 3 cm انرژیی بالغ بر 2GeV را دریافت کند.

مدل فیزیکی و آنالیزهای نظری

یک موجبر استوانه‌ای پر از پلاسمای یکنواخت با مقطع دایره‌ای که در احاطه میدان مغناطیسی محوری ثابت $\vec{B}_{ext}=B_0\hat{z}$ می‌باشد مورد نظر ماست ، برای این سیستم داریم:

$$\vec{\vec{\varepsilon}}=\begin{bmatrix}\varepsilon_{11} & i\varepsilon_{12} & 0\\ -i\varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}\end{bmatrix} \qquad (۱)$$

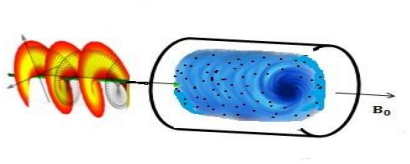
عناصر ماتریس دی الکتریک عبارتند از[۲۰] :

$$\varepsilon_{11}=\varepsilon_{22}=1+\frac{\omega_{pe}^2}{(\omega_{ce}^2-\omega^2)}\ ,\ \varepsilon_{12}=\frac{(\omega_{ce})\cdot(\omega_{pe}^2)}{\left[\omega\cdot\left(\omega_{ce}^2-\omega^2\right)\right]}\ ,\ \varepsilon_{33}=1-\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \qquad (۲)$$

در این رابطه $\omega_c=eB_0/m_e c$ فرکانس سیکلوترونی و $\omega_p=\sqrt{4\pi n_e e^2/m_e}$ فرکانس پلاسما است.

مولفه های مد TM

شکل۱ برهمکنش امواج الکترومغناطیسی تویست با موجبر استوانه‌ای دایره‌ای پر از پلاسما را نشان می‌دهد.



شکل ۱ . برهمکنش امواج الکترومغناطیسی تویست با موجبر استوانه‌ای دایره‌ای پر از پلاسما.

مولفه میدان الکتریکی مد TM به صورت زیر است:

$$\nabla^2 E_z+\frac{\omega^2}{c^2}\left[\vec{\varepsilon}\cdot\vec{E}\right]_z-\left[\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{E}\right)\right]_z=0 \qquad (۳)$$

با بسط این رابطه در مختصات استوانه‌ای داریم :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial E_z}{\partial r}+\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 E_z}{\partial\theta^2}+\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{33}E_z+\frac{i}{r}\frac{\varepsilon_{12}}{\varepsilon_{11}}\frac{\partial E_\theta}{\partial z}$$

$$+\frac{i\varepsilon_{12}}{\varepsilon_{11}}\frac{\partial}{\partial r}\frac{\partial E_\theta}{\partial z}-\frac{i\varepsilon_{12}}{r\varepsilon_{11}}\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial E_r}{\partial\theta}+\frac{\varepsilon_{33}}{\varepsilon_{11}}\frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2}=0 \qquad (۴)$$

شکل مد TM به صورت $E_z\sim A(z)J(\mu r)e^{iz_1}$ ، $z_1=-\omega t+n\theta+k_z z+\varphi(z)$ و $\varphi(z)$ مورد نظر است. با استفاده از رابطه (۴) برای مد تویست TM داریم:

$$E_r(r,\theta,z)=\Sigma_n\mu f'(z)J_n'(\mu r)e^{i(-\omega t+n\theta)} \qquad (۵)$$

$$E_\theta(r,\theta,z)=\Sigma_n\frac{f'(z)}{r}J_n(\mu r)e^{i(-\omega t+n\theta)} \qquad (۶)$$

$$E_z(r,\theta,z)=\Sigma_n\mu^2 f(z)J_n(\mu r)e^{i(-\omega t+n\theta)} \qquad (۷)$$

در اینجا $J_n(\mu r)$، nمین تابع بسل است و $2J_n'(\mu r)=J_{n-1}(\mu r)-J_{n+1}(\mu r)$، $f(z)=A(z)e^{ik_z z+i\varphi(z)}$ ، $J_n/\partial(\mu r)=J_n'(\mu r)$ ، $J_n(\mu r)/(\mu r)=J_{n-1}(\mu r)+J_{n+1}(\mu r)$ و $J_n(\mu r)/(\mu r)=J_{n-1}(\mu r)+J_{n+1}(\mu r)$. لذا میدانهای مغناطیسی به شکل زیر به دست می‌آید،

$$B_z=0 \qquad (۸)$$

$$B_\theta(r,\theta,z)=\Sigma_n\frac{ic\mu J_n'(x)}{\omega}A(z)\left(\mu^2+k_z^2+\frac{b}{c}\right)e^{iz_1} \qquad (۹)$$

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]

$$B_r(r,\theta,z)=\Sigma_n \frac{ncJ_n(x)}{r\omega} A(z)\left(\mu^2+k_z^2+\frac{b}{c}\right)e^{iz_1} \qquad (۱۰)$$

در اینجا $x=\mu r$ ، $k_r=\mu$ و $J_n'(x)=dJ_n(x)/dx$ است توجه داریم که در اینجا میدان‌های الکتریکی طولی E_z نقش غالب را ایفا می کنند[۲۱] لذا داریم:

$$A''=\frac{d^2A}{dz^2}=\left[-b_1 A(z)/c_1+2k_z A\varphi'+A\varphi'^2\right] \qquad (۱۱)$$

$$\varphi''=\frac{-\left[2k_z A'+2A'\varphi'\right]}{A(z)} \qquad (۱۲)$$

اینجا $A'=dA/dz$، $b_1=-\mu^4-[\frac{k_z^2\mu^2\varepsilon_{33}}{\varepsilon_{11}}]+[(\omega^2\varepsilon_{33}\mu^2)/c^2]$ ، $c_1=(\mu^2\varepsilon_{33})/\varepsilon_{11}$ و $\varphi'=d\varphi/dz$ می‌باشد.

توان انتقالی درون موجبر

برای محاسبه دامنه اولیه $A(z=0)$ می‌توانیم از میانگین توان و بردار پوئینتیک در نقطه فرودی استفاده کنیم :

$$\bar{p}=\left[\frac{c}{8\pi}\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^R\left(E_rB_\theta^*-E_\theta B_r^*\right)rdr\right] \qquad (۱۳)$$

$$\bar{p}=\frac{c^2A^2}{8\omega}\left[\left(k_z^2+\mu^2+\frac{b}{c}\right)\left(k_z+\varphi'\right)R^2\mu^2J_n'^2(\mu R)\right] \qquad (۱۴)$$

$$\left(k_z+\varphi'\right)A^2=\left(k_z+\varphi_0'\right)A_0^2 \qquad (۱۵)$$

در این جا $A_0=A(z=0)$ و $\varphi_0'=[d\varphi/dz]_{z=0}$ است. و لذا :

$$\bar{p}=\frac{c^2A_0^2}{8\omega}\left[\left(k_z^2+\mu^2+\frac{b}{c}\right)\left(k_z+\varphi_0'\right)R^2\mu^2J_n'^2(\mu R)\right] \qquad (۱۶)$$

$$A_0^2=\frac{(8\omega\bar{p})}{\left[c^2\left(k_z^2+\mu^2+\frac{b}{c}\right)\left(k_z+\varphi_0'\right)R^2\mu^2J_n'^2(\mu R)\right]} \qquad (۱۷)$$

شرایط مرزی

میدان الکتریکی روی دیواره موجبر صفر است لذا:

$$E_z(r=R)=0 \qquad (۱۸)$$

$$J_n(\mu R)=0\ ,\ \mu R=p_{nm} \qquad (۱۹)$$

p_{nm} در اینجا ریشه m مین تابع بسل مرتبه n ام می‌باشد.

انرژی دریافتی و گرادیان شتاب الکترون

برای گرادیان شتاب و انرژی داریم:

$$\frac{d}{dt}\left(m_e\gamma_e\vec{v}_e\right)=-e\left[\vec{E}+\vec{v}_e\times\left(\vec{B}+\vec{B}_{ext}\right)/c\right] \qquad (۲۰)$$

$$\frac{dU}{dt}=-e\vec{v_e}\cdot\vec{E} \qquad (۲۱)$$

در اینجا $\left(m_e\gamma_e\vec{v}_e\right)$ تکانه نسبیتی الکترون، $U=(\gamma_e-1)m_ec^2$ انرژی و $\vec{v}_e$ سرعت الکترون است پس:

$$\frac{dv_r}{dt}=\frac{v_\theta^2}{r}-\frac{v_r}{\gamma_e}\frac{d\gamma_e}{dt}-\frac{eE_r}{\gamma_em_e}-\frac{e}{c\gamma_em_e}\left[v_\theta(B_z+B_0)-v_zB_\theta\right] \qquad (۲۲)$$

$$\frac{dv_\theta}{dt}=-\frac{v_\theta v_r}{r}-\frac{v_\theta}{\gamma_e}\frac{d\gamma_e}{dt}-\frac{eE_\theta}{\gamma_em_e}+\frac{e}{c\gamma_em_e}\left[v_r(B_z+B_0)-v_zB_r\right] \qquad (۲۳)$$

$$\frac{dv_z}{dt}=-\frac{v_z}{\gamma_e}\frac{d\gamma_e}{dt}-\frac{eE_z}{\gamma_em_e}-\frac{e}{c\gamma_em_e}\left[v_rB_\theta-v_\theta B_r\right] \qquad (۲۴)$$

اینجا $v_z=\dot{z}$ ، $v_\theta=r\dot{\theta}$ و $v_r=dr/dt=\dot{r}$ می‌باشد. و لذا:

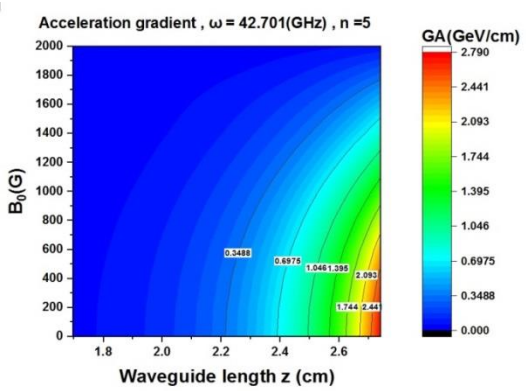
$$\frac{dU}{dz}=-e\left[\frac{dr}{dz}E_r+r\frac{d\theta}{dz}E_\theta+E_z\right] \qquad (۲۵)$$

نتایج عددی

در این بخش بر اساس مدل فیزیکی شبیه سازی شده در بخش ۳ نتایج به دست آمده از محاسبات عددی را با استفاده از روش Runge- Kutta مرتبه چهار و به زبان فرترن توصیف می‌کنیم. در شبیه سازی مورد مطالعه ما، چگالی پلاسما $n_0=1.08\times10^{11}cm^{-3}$، فرکانس پلاسما $\omega_p=18.53\ GHz$ ، توان فرودی $\bar{p}=14\times10^{13}(erg/sec)$، شعاع موجبر استوانه‌ای $R=2.1cm$ و انرژی اولیه الکترون $100(keV)$ است. الکترونی تزریق شده در موجبر در نقطه‌ای با مشخصات $r_0=R/2=1.05\ cm$, $\theta_0=\pi/6$ $v_{0z}=0.55\ c$ ،$\theta_0=\pi/6$, $z_0=0$, $v_{0r}=0$,$v_{0\theta}=0$ و فاز اولیه $\varphi_0=0$ وارد موجبر می‌شود. در این برهمکنش فرکانس

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]

امواج الکترومغناطیسی ورودی به موجبر f=6GHz و بنابراین فرکانس زاویه‌ای ω=2πf=37.68 GHz می‌باشد، با این تفاصیل $\omega>\omega_p$ شده و لذا موج می‌تواند در موجبر انتشار یابد



شکل۲ . گرادیان شتاب الکترون در طول موجبر برای تغییرات میدان مغناطیسی استاتیکی B_0 ، ω=42.701(GHz) و n =5 را نشان می‌دهد.

شکل۲ . نتایج عددی گرادیان شتاب الکترون را در طول موجبر برای تغییرات میدان مغناطیسی استاتیکی B_0 و ω=42.701(GHz) و n =5 نشان می‌دهد. افزایش میدان مغناطیسی استاتیکی اعمال شده به موجبر پر از پلاسما موجب کاهش گرادیان شتاب الکترون می‌شود. علت این این است که الکترون یک نیروی الکتریکی عرضی را تجربه می‌کند و برهمکنش بین میدان مغناطیسی عرضی موج تویست نیرویی $\vec{v}_p \times \vec{B}$ را در جهت محوری ایجاد می‌کند که موجب شتاب گرادیان بالایی خواهد شد.

نتیجه گیری

نتایج نشان می‌دهد که گرادیان شتاب الکترون به طور قابل توجهی در هنگام عبور الکترون در موجبر در اثر برهمکنش با امواج تویست مخصوصا برای n≥4 بالا می-رود.

مراجع

[1] C. Rubbia, Nucl. Phys. A, 553 , 375 (1993).
[2] Y. F. Ivanov , Surf. Coat. Technol, 125, 251 (2000).
[3] S. Hao , Methods Phys. Res. B, 240, 3, 646 (2005).
[4] L. R. Grisham, and J. W. Kwan, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A, 606, 1, 83 (2009).
[5] T. Kase, H. Harada, and T. Takahashi, Nucl. Energy, 29, 335 (1995).
[6] Z. Sun, and R. Karppi, J. Mater. Process. Technol, 59, 3, 257 (1996).
[7] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, Phys. Rev.A45, 8185 (1992).
[8] H. Hora, Nature 333, 337 (1988).
[9] M. A. Gashti, and S. Jafari, The European Physical Journal Plus, 131, 210 (2016).
[10] S. P. D. Mangles, B. R. Walton, Z. Najmudin, A. E. Dangor, K. Krushelnick, V. Malka, M. Manclossi, N. Lopes, C. Carias, G. Mendes, and F. Dorchies, Laser Part Beams 24, 185 (2006).
[11] Z.Gong, F. Mackenroth, T. Wang , X. Q.Yan, T. Toncian, and A.V. Arefiev , Phys. Rev. E.102, 013206 (2020).
[12] N. Iwata, Y. Sentoku, T. Sano and K. Mima, Nuclear Fusion , 59 ,086035 (2019).
[13] H. He, M. Friese, N. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, Phys. Rev.Lett. 75, 826 (1995).
[14] D. G. Grier, Nature 424, 810 (2003).
[15] T. W. Huang, C. T. Zhou, A.P.L. Robinson, B. Qiao,A. V.Arefiev, P.A. Norreys, X. T. He, and S. C. Ruan, Physics of Plasmas 24, 043105 (2017).
[16] M.Vaziri, M. Golshani, S. Sohaily, and A. Bahrampour, Physics of Plasmas 22, 033118 (2015)
[17] D. Nobahar, K. Hajisharifi, and H .Mehdian , Laser and Particle Beams , 35, 543 (2017).
[18] A. Jesacher, S. Furhapter, S. Bernet, and M. Ritsch-Marte, Phys. Rev. Lett. 94, 233902 (2005).
[19] C. Maurer, A. Jesacher, S. Bernet, and M. Ritsch-Marte, Laser Photonics Rev. 5(1), 81 (2011).
[20] N. A. Krall, and A. W. Trivelpiece, Principles of Plasma Physics, p. 178 (McGraw-Hill, New York, 1973).
[21] Yin Shi, David Blackman, Dan Stutman, and Alexey Arefiev, Phys. Rev. Lett. 126, 234801 – Published 11 June (2021).

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]