بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شهید چمران اهواز،
خوزستان، ایران.
۱۴-۱۲ بهمن ۱۴۰۰

# انتشار نور کوانتومی در دو موجبر خمیده دارای تقارن پاریته-زمان

**بهاره عبیدی ، مجتبی گلشنی ، محمدحسین زندی**

**دانشکده فیزیک دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران**

**b.abidi20@yahoo.com , Golshani@uk.avc.ir , mzandi@uk.ac.ir**

**در این مقاله، به بررسی نقطه شکست تقارن پاریته-زمان در دو موجبر نوری دارای فاصله‌ی متناوب، می‌پردازیم. بدین‌منظور از رهیافت کوانتومی برای انتشار نور ورودی درهم‌تنیده استفاده شده است. نتایج عددی نشان می‌دهد که در فاز تقارن پاریته-زمان، انرژی کل سیستم ثابت و انرژی بین دوموجبر به صورت نوسانی مبادله می‌شود. با افزودن میزان افت و بهره و در فاز شکست تقارن پاریته-زمان، که توسط معیار مبتنی بر شدت محاسبه شده است، انرژی در سیستم به صورت نمایی رشد می‌کند.**

**کلید واژه**- اپتیک کوانتومی، تقارن پاریته زمان، موجبرهای نوری خمیده، نقطه شکست تقارن پاریته-زمان.

# Propagation of Quantum light in two curved PT-symmetry optical waveguides

**Bahare Abidi, Mojtaba Golshani, Mohammad Hossein Zandi**

**Department of Physics, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran**

**b.abidi20@yahoo.com , Golshani@uk.avc.ir , mzandi@uk.ac.ir**

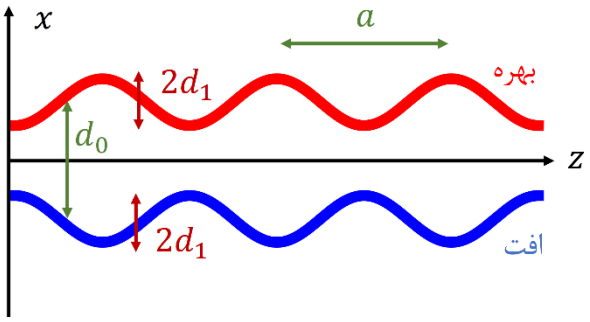
**In the paper, we investigate parity-time symmetry breaking point in two optical waveguides with alternative distance. To this end, a quantum approach is used to investigate light propagation for an entangled input state. Numerical results show that in the PT-symmetry phase total energy is constant and oscillates between two waveguides. By increasing gain/loss and in the PT-symmetry breaking phase, which is calculated by an intensity-based criterion , the total energy of the system increases exponentially.**

**Keywords**: quantum optics, PT-symmetry, curved optical waveguides, parity-time symmetry breaking point.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03 ]

## مقدمه

در اواخر دهه ۱۹۶۰ توجه به آرایه های موجبرهای نوری رشد چشمگیری نمود. آرایه موجبرهای نوری به دلیل توانایی کنترل دقیق پارامترها، در دسترس بودن و انعطاف‌پذیری زیاد، یک سیستم ایده‌آل برای بررسی پدیده‌های فیزیکی مختلف می‌باشند[۱]. در سال ۱۹۹۸، بندر و بوتچر نشان دادند که طبقه وسیعی از هامیلتونی‌های غیر هرمیتی در صورت جابه جایی با عملگرهای پاریته-زمان (داشتن تقارن پاریته-زمان) می‌توانند ویژه مقادیر حقیقی داشته باشند. با افزودن افت و بهره به یک آرایه موجبرهای نوری، می‌توان نحوه تحول نور در موجبرهای دارای تقارن پاریته-زمان را، به ازای ضریب جفت‌شدگی مختلف، مورد بررسی قرار داد. در حالت جفت‌شدگی قوی، بهره یک موجبر می‌تواند افت مربوط به موجبر دیگر را کاملا جبران کند و عملکرد سیستم در فاز تقارن پاریته زمان با ویژه مقادیر حقیقی باشد. در حالت جفت‌شدگی ضعیف، بهره قادر به جبران افت نیست و بنابراین سیستم در فاز شکست تقارن پاریته-زمان با ویژه مقادیر مختلط عمل می کند. در بین این دو حالت متفاوت، نقطه‌ای وجود دارد که در آن یک گذار فاز از طیف حقیقی به طیف مختلط اتفاق می‌افتد. این نقطه را نقطه شکست تقارن پاریته-زمان می‌نامند[۲]. آرایه موجبرهای نوری دارای تقارن پاریته-زمان قبلا مورد بررسی قرار گرفته است. اما تمام این بررسی‌ها در محدوده الکترومغناطیس کلاسیک بوده است. بررسی تئوری موجبرهای نوری در رژیم کوانتومی، به دلیل معادلات عملگری حاکم بر سیستم، چالش برانگیز است[۳]. ما در این مقاله به بررسی تحول نور کوانتومی در دو موجبر نوری دارای تقارن پاریته-زمان و پیدا کردن نقطه شکست آن، خواهیم پرداخت .




شکل ۱: دو موجبر نوری خمیده دارای افت و بهره

## تئوری مساله

در این پژوهش، سیستم متشکل از دو موجبرنوری خمیده تک مد دارای تقارن پاریته-زمان با فاصله متناوب بررسی می شود (شکل ۱) . در رژیم کوانتومی، هامیلتونی $\hat{H}(z)$ که انتشار نور در سیستم دو موجبر را توصیف می کند بصورت زیر می باشد[۳]:

$$\hat{H}(z) = \beta_1(z)\hat{a}_1^+\hat{a}_1 + \beta_2(z)\hat{a}_2^+\hat{a}_2 + c(z)(\hat{a}_1^+\hat{a}_2 + \hat{a}_1\hat{a}_2^+) \qquad (۱)$$

که در آن $a_n$ و $a_n^+$ به ترتیب عملگر فنا و خلق در موجبر n ام می باشد. در این رابطه ، $\beta_1(z)$ و $\beta_2(z)$ به ترتیب ثابت انتشار موجبر اول و دوم و $c(z)$ ضریب جفت شدگی نور بین دو موجبر می باشند. در این مقاله فرض می شود که انحنای موجبرها به صورت رابطه $x_{1,2}(z) = \pm\frac{d_0}{2} \mp d_1 cos\,(\frac{2\pi}{a}z)$ باشد که در آن $d_0$ فاصله متوسط بین موجبرها ، $d_1$ دامنه ی انحنا موجبرها، و $a$ دوره تناوب خمیدگی موجبرها است (شکل ۱). باتوجه به انحنای موجبرها و در نتیجه تغییر فاصله‌ی بین آنها، ثابت انتشار و ضریب جفت شدگی در طول انتشار تغییر می کنند و برای یک سیستم دارای



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03 ]

تقارن پاریته-زمان، با گسسته‌سازی معادله هلمهولتز پیرامحوری در تقریب جفت‌شدگی مدها به‌صورت[۴]

$$\beta_n(z) = (-1)^n \frac{2\pi^2 n_s}{a^2\lambda} d_0 d_1 \cos\left(\frac{2\pi}{a}z\right) + i(-1)^n g \quad (۲)$$

$$c(z) = c_0 + 2c_1 \cos\left(\frac{2\pi}{a}z\right) \quad (۳)$$

می باشند. در این رابطه، $c_0$ و $c_0 \pm 2c_1$ به ترتیب ضریب جفت‌شدگی مربوط به فاصله $d_0$ و $d_0 \mp 2d_1$ بین موجبرها می‌باشند. علاوه‌براین، $\lambda$ طول‌موج، $n_s$ ضریب شکست محیط زمینه و قسمت موهومی $\mp g$ به ترتیب نشان‌دهنده بهره و افت موجبر اول و دوم است. برای بررسی نحوه تحول نور در دو موجبر نوری خمیده در طول انتشار z ، از تصویر شرودینگر استفاده می شود. در این حالت تابع موج مربوط به حالت نور به صورت

$$|\psi(z)\rangle = \sum_{i,j} \gamma_{i,j}(z)|i,j\rangle \quad (۴)$$

می باشد، که در آن $|i,j\rangle$ نشان دهنده حالت عددی مربوط به i فوتون در موجبر اول و j فوتون در موجبر دوم است. با جایگذاری کت حالت (۴) و هامیلتونی (۱) در معادله شرودینگر $-i\frac{d|\psi(z)\rangle}{dz} = \hat{H}(z)|\psi(z)\rangle$ ، معادلات حاکم بر تحول دامنه $\gamma_{i,j}(z)$ بصورت زیر بدست می آید:

$$-i\frac{d\gamma_{i,j}(z)}{dz} = (\beta_1(z)i + \beta_2(z)j)\gamma_{i,j}(z) + c(z)\left[\gamma_{i-1,j+1}(z)\sqrt{i(j+1)} + \gamma_{i+1,j-1}(z)\sqrt{(i+1)j}\right]. \quad (۵)$$

با حل دستگاه معادلات فوق برای یک حالت ورودی مشخص $|\psi(0)\rangle = \sum_{i,j}\gamma_{i,j}(0)|i,j\rangle$ ، می توان شدت نور در هر موجبر را بر اساس روابط زیر محاسبه نمود :

$$I_1(z) = \langle \hat{a}_1^+ \hat{a}_1\rangle = \sum_{i,j}\left|\gamma_{i,j}(z)\right|^2 i \quad (۶)$$

$$I_2(z) = \langle \hat{a}_2^+ \hat{a}_2\rangle = \sum_{i,j}\left|\gamma_{i,j}(z)\right|^2 j \quad (۷)$$

## نتایج عددی

به منظور بررسی عددی مسئله، حالت نور ورودی نور به سیستم به صورت حالت درهم تنیده زیر در نظر گرفته شده است:

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1,0\rangle + |0,1\rangle) \quad (۸)$$

شکل (۲) نحوه تحول انرژی را در مقدار افت و بهره کوچک $g = 0.20\ mm^{-1}$ نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، در این شرایط انرژی کل در سیستم ثابت است و به صورت تناوبی بین دو موجبر جابه‌جا می‌شود. در این شرایط سیستم در فاز تقارن پاریته-زمان قرار دارد. با درنظر گرفتن مقدار افت و بهره بیشتر $g = 0.29\ mm^{-1}$، سیستم در فاز شکست تقارن پاریته-زمان قرار می‌گیرد. در این شرایط، با موهومی شدن ویژه مقادیر سیستم، توازن میان افت و بهره از بین رفته و انرژی سیستم در طول انتشار z بصورت نمایی رشد می کند (شکل(۳) را ببینید). به منظور تعیین دقیق نقطه شکست تقارن پاریته-زمان، می‌توان از الگوی انتشار نور در موجبرها استفاده کرد[۴]. بدین منظور از معیار معرفی شده در مرجع [۴]،استفاده می-کنیم:

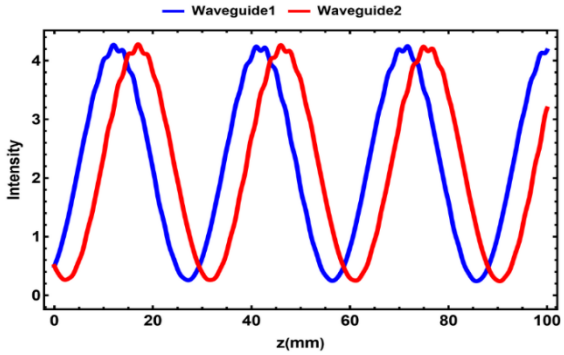
$$I_r = exp\left(-\alpha\left|\frac{I_{avg,2}-I_{avg,1}}{I_{avg,2}+I_{avg,1}}\right|^\beta\right) \quad (۹)$$

که $I_{avg,1}$ و $I_{avg,2}$ به ترتیب میانگین شدت کل در نیمه اول طول انتشار $(0 \le z \le \frac{z_{max}}{2})$ و میانگین شدت کل در نیمه دوم طول انتشار $(\frac{z_{max}}{2} \le z \le z_{max})$ و $\alpha$ ، $\beta$ دو ثابت مثبت خیلی بزرگتر از یک می‌باشند[۴]. در فاز تقارن پاریته-زمان ، انرژی منتشر شده سیستم نوسانی و $I_{avg,2} \approx I_{avg,1}$ ، درنتیجه معیار $I_r$ خیلی نزدیک یک خواهد بود. در جهت مخالف، در فاز شکست تقارن پاریته-زمان، به دلیل رشد نمایی

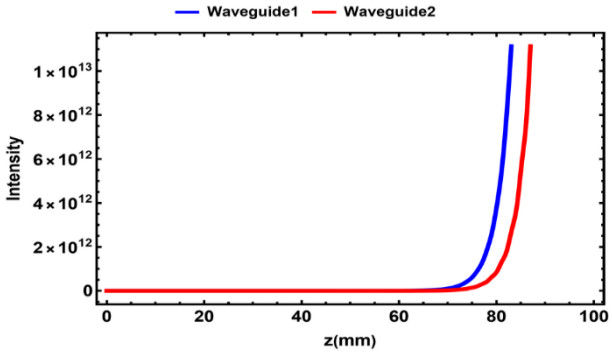


[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03 ]

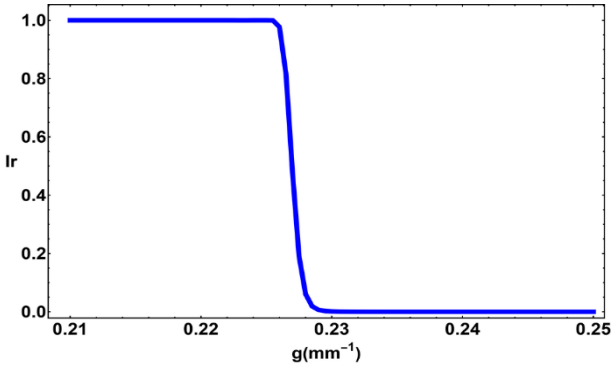
انرژی در طول انتشار z، $I_{avg,2} \gg I_{avg,1}$ و معیار $I_r$ خیلی نزدیک صفر خواهد بود . بنابراین می توان نقطه شکست تقارن پاریته-زمان را نقطه گذار معیار $I_r$ از یک به صفر در نظر گرفت. شکل (۴) نحوه تغییر معیار فوق را برحسب میزان افت و بهره نشان می‌دهد. با توجه به این شکل و با حل معادله $I_r = 0.5$، نقطه شکست تقارن پاریته-زمان $g_c = 0.226$ بدست آمده است. بنابراین، در مقادیر افت و بهره کمتر از این مقدار بحرانی سیستم دارای ویژه مقادیر حقیقی و در فاز تقارن پاریته-زمان قرار دارد، و در مقادیر بزرگتر از این مقدار بحرانی وارد فاز شکست گردیده و با موهومی شدن ویژه مقادیر، شدت موجود در سیستم به صورت نمایی افزایش می‌یابد.




شکل۲: نمودار شدت هر یک از موجبرها بر حسب طول انتشار در فاز تقارن پاریته-زمان ($g = 0.20\ mm^{-1}$)




شکل۳: نمودار شدت هر یک از موجبرها بر حسب طول انتشار در فاز شکست تقارن پاریته-زمان ($g = 0.29\ mm^{-1}$)




شکل ۴: نمودار معیار $I_r$ بر حسب میزان افت و بهره موجبرها $g$

## نتیجه گیری

در این مقاله به بررسی نقطه شکست تقارن پاریته زمان در دو موجبر نوری خمیده تک مد، در رژیم کوانتومی پرداخته شد. با حل عددی معادلات شروردینگر حاکم بر تحول مکانی عملگرهای میدان در هر یک از موجبرها، و محاسبه الگوی شدت موجبرها، از طریق معیار $I_r$ نقطه شکست تقارن سیستم، محاسبه گردید. نتایج عددی نشان می‌دهد که در مقادیر افت و بهره کمتر از این مقدار بحرانی شدت کل در سیستم ثابت باقی می‌ماند، درحالی که در مقادیر بزرگ‌تر از این مقدار بحرانی، شدت در موجبرها به صورت نمایی افزایش می‌یابد.

## مرجع‌ها

**[1]** D. N. Christodoulides, F. Lederer and Y. Silberberg. Discretizing light behaviour in linear and nonlinear waveguide lattices. Nature 424, 817 (2003).

**[2]** Ş. K. Özdemir, S. Rotter, F. Nori and L. Yang. Parity–time symmetry and exceptional points in photonics. Nature Materials, 18, 783 (2019).

**[3]** Y. N. Joglekar, C. Thompson, D. D. Scott, and G. Vemuri. Optical waveguide arrays: quantum effects and PT symmetry breaking. Eur. Phys. J. Appl. Phys. 63(3), 17 (2013).

**[۴]** *فاطمه رهرو، تاثیر میزان انحنا بر نقطه شکست تقارن پاریته-زمان در دو موجبر نوری خمیده، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان (۱۳۹۹).*

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03 ]