بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شهید چمران اهواز،
خوزستان، ایران.
۱۴-۱۲ بهمن ۱۴۰۰

# بررسی اثرات محیطی ساختار دو لایه‌ای غیرهرمیتی بر همدوسی مرتبه دوم حالت کوانتومی عددی عبوری از آن

**الناز پیله‌ور[۱]، احسان عموقربان[۲و۳] و محمدکاظم مروج‌فرشی[*۱]**

**[۱] هسته پژوهشی نانو پلاسمو فوتونیک، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تربیت مدرس**

**[۲] دانشگاه شهرکرد، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک**

**[۳] دانشگاه شهرکرد، مرکز تحقیقات نانوتکنولوژی**

e.pilehvar@modares.ac.ir; Ehsan.amooghorban@sku.ac.ir; *Moravvej@modares.ac.ir

**چکیده- در این مقاله، در چارچوب کوانتش دوم به بررسی اثرات پاشندگی و محیطی یک ساختار دولایه‌ای غیرهرمیتی متشکل از لایه‌های بهره و اتلاف را بر ویژگی غیرکلاسیکی پادگروهه‌ی حالت عددی فرودی بر آن می‌پردازیم، به‌ویژه در بسامدهایی که این ساختار دارای تقارن پاریته-وارون زمان است. بدین منظور همدوسی کوانتومی مرتبه دوم حالت خروجی از این ساختار را برای وضعیتی که حالت فرودی از سمت چپ و راست ساختار به ترتیب حالت عددی و خلاء کوانتومی هستند، محاسبه می‌کنیم. نشان داده می‌شود که ویژگی پادگروهه‌ی نور فرودی به ازای ضرایب بهره و اتلاف کوچک تا حدی حفظ می‌شود.**

کلید واژه- حالت عددی، دولایه‌ای متقارن پاریته-وارون زمان (PT)، همدوسی مرتبه دوم.

# Investigation of Medium Effects of Bilayer non-Hermitian Structure on the Second-Order Coherence of the Transmitted Number State

**Elnaz Pilehvar[1], Ehsan Amooghorban[2,3], and Mohammad Kazem Moravvej-Farshi[1]**

**[1]Nano Plasmo-Photonic Research Group, Faculty of Electrical and Computer Engineering, Tarbiat Modares University**

**[2] Shahrekord University, Faculty of Science, Department of Physics**

**[3] Shahrekord University, Nanotechnology Research Center**

e.pilehvar@modares.ac.ir; Ehsan.amooghorban@sku.ac.ir; *Moravvej@modares.ac.ir

**Abstract- In this paper, we investigate the dispersion and medium effects of a bilayer non-Hermitian structure composed of gain and loss layers on an antibunching quantum property of normally incident number states using second quantization, in particular at discrete frequencies that the structure is parity-time (PT)-symmetric. For this purpose, we calculate the second-order coherence of the output state of the structure for a situation in which the incident states on the left and right sides of the structure is the quantum vacuum and number states, respectively. It will be shown that the antibunching property of the incident light can be retained to some extent for small values of loss coefficient**.

Keywords: Number state, Bilayer parity-time (PT) Symmetric, Second order coherence.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30 ]

## مقدمه

هرمیتی بودن هامیلتونی سامانه‌های کوانتومی یکی از اصول موضوعه مکانیک کوانتومی است. با این وجود، در دهه ۹۰ بِندِر و همکاران [۱] نشان دادند، طیف انرژی هامیلتونی‌های غیرهرمیتی که با عملگرهای پاریته و وارون زمانی جابه‌جا می‌شوند، می‌تواند حقیقی باشد. آن‌ها این نوع هامیلتونی‌های غیرهرمیتی را هامیلتونی‌های متقارن پاریته-وارون زمان (PT) نام‌گذاری کردند. شرط لازم برای فراهم کردن این تقارن برقراری رابطه $V(\boldsymbol{r}) = V^*(-\boldsymbol{r})$ است. عملاً با توجه به این‌که امکان مهیاسازی چنین پتانسیل‌هایی در مکانیک کوانتومی وجود ندارد، بنابراین از سامانه‌های اپتیکی و فوتونی برای تحقق چنین پتانسیل استفاده می‌شود. هر سامانه اپتیکی دارای تقارن PT، از مواد تقویت کننده با گذردهی‌های الکتریکی $\varepsilon_g(\omega)$ و مواد جاذب با $\varepsilon_l(\omega)$، تشکیل شده است (دایمر PT). به‌طوری‌که، بهره و اتلاف در یک سامانه‌ی PT همدیگر را جبران می‌کنند، یعنی $\varepsilon_g(\omega) = \varepsilon_l^*(\omega)$ [۱-۷] . بنابراین، با در نظر گرفتن دایمر PT، برای بهره/اتلاف زیر مقدار آستانه آَبر مُدی وجود دارد که نشان دهنده توزیع یکسان میدان بین موجبرهای بهره/اتلاف است. به این ناحیه فاز تقارن PT می‌گویند. اتفاق جالب زمانی می‌افتد که مقدار بهره/اتلاف از حد آستانه بالاتر برود (نقطه‌ی گذار فاز) و وارد ناحیه شکست فاز PT شود. در این صورت، میدان الکتریکی فقط در موجبر بهره یا اتلاف باقی خواهد ماند [۱] .

تاکنون پژوهش‌های بسیاری در حوزه‌ی برهم‌کنش نورهای کلاسیکی با ساختارهای اپتیکی غیرهرمیتی دارای تقارن PT ارائه شده است [۲-۱] . با این حال، برهم‌کنش سامانه‌های متقارن PT با نورهای کوانتومی با توجه به ماهیت نوفه‌ای کمتر و هم‌بستگی قوی‌تر به ندرت مطالعه شده‌اند[۷-۳]. اخیرا در چارچوب کوانتش دوم برهم‌کنش نورهای کوانتومی چلانده به صورت جریانی از فوتون‌ها به جای امواج الکترومغناطیسی کلاسیکی با ساختارهای اپتیکی متقارن PT بررسی شده‌اند [۷-۳]. مطابق قضیه افت‌وخیز-اتلاف، در این سامانه‌ها به خاطر ماهیت اتلافی و تقویت کنندگی به طور حتم نوفه‌های کوانتومی حضور دارند [۷-۳]. به همین خاطر، این نوفه‌های کوانتومی بر ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت‌های کوانتومی عبوری ازساختارهای متقارن PT اثر می گذارد. در این مقاله قصد داریم به بررسی اثرات محیطی یک سامانه دولایه‌ای متقارن PT بر روی حالت عددی فرودی بپردازیم. بدین منظور، با بررسی همدوسی مرتبه دوم به مطالعه ویژگی پادگروهه‌ی نور خروجی می‌پردازیم.

## روابط پایه و الگوسازی سامانه

سامانه‌ی دولایه‌ای غیرهرمیتی متشکل از دو لایه‌ی بهره و اتلاف با ضخامت کل $2l$ را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم سامانه مزبور توسط خلاء احاطه شده باشد و نورهای کوانتومی به صورت عمود بر ساختار فرود می‌آیند(شکل۱). بر اساس کوانتش کانونی میدان الکترومغناطیسی در حضور محیط‌های جاذب، تقویت‌کننده و پاشنده، مولفه‌ی بسامدی مثبت میدان الکتریکی در لایه‌ی j ام به شکل زیر نوشته می‌شود [۹-۸]:

$$\hat{E}_+^{(j)}(z,t) = i\int_0^\infty d\omega e^{-i\omega t}\left\{\sqrt{\hbar\omega/4\pi\varepsilon_0 c\sigma}\right. \\ \left.\times\left(\hat{a}_R^{(j)}(z,\omega)e^{i\omega l/c} + \hat{a}_L^{(j)}(z,\omega)e^{-i\omega l/c}\right)\right\}, \quad (۱)$$

که در آن $\sigma$, $\hbar$, $\varepsilon_0$ و c به ترتیب بیانگرثابت گذردهی خلاء، ثابت پلانک کاهش یافته، مساحت کوانتش و سرعت نور در خلاء هستند. در این‌جا، مولفه‌ی بسامد منفی میدان به صورت $\hat{E}_-^{(j)}(z,t) = \hat{E}_+^{(j)\dagger}(z,t)$ به دست می‌آید. با استفاده از روابط کوانتومی ورودی-خروجی، مدهای خروجی میدان $\hat{a}_L^{(1)}(-l,\omega)$ و $\hat{a}_R^{(4)}(l,\omega)$ بر حسب مدهای فرودی $\hat{a}_R^{(1)}(-l,\omega)$ و $\hat{a}_L^{(4)}(l,\omega)$ و عملگر نوفه‌ی کوانتومی $\hat{F}$ ناشی شده از فرایند جذب و تقویت در لایه‌ها به صورت زیر نوشته می‌شوند[۸] :

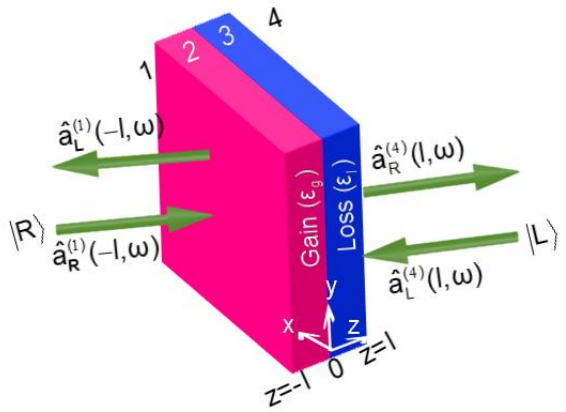
$$\begin{pmatrix}\hat{a}_L^{(1)}(-l,\omega)\\ \hat{a}_R^{(4)}(l,\omega)\end{pmatrix} = \mathbb{S}\begin{pmatrix}\hat{a}_R^{(1)}(-l,\omega)\\ \hat{a}_L^{(4)}(l,\omega)\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\hat{F}_L(\omega)\\ \hat{F}_R(\omega)\end{pmatrix}, \quad (۲)$$

$$\mathbb{S} \equiv \begin{pmatrix} r_L & t \\ t & r_R \end{pmatrix}. \quad (۳)$$

در این‌جا $\mathbb{S}$ ماتریس پراکندگی سامانه بوده که در آن t، $r_R$ و



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30 ]




شکل ۱: طرحواره‌ای از ساختار اپتیکی غیرهرمیتی دو لایه با لایه‌های اتلاف $\varepsilon_l$ و بهره $\varepsilon_g$. در این‌جا، پیکان‌ها و عملگرهای روی آن‌ها نشان دهنده مُدهای میدان‌های ورودی و خروجی هستند.

$r_L$ به ترتیب بیانگر ضرایب عبور و بازتاب از سمت راست $(z = l)$ و چپ $(z = -l)$ سامانه هستند. جزییات روابط مربوط به عملگر $\hat{F}$ و مولفه های ماتریس پراکندگی در مرجع [۸] به تفصیل بیان شده‌اند. لازم به ذکر است که عملگرهای نابودی ورودی در رابطه (۲) در رابطه جابجایی بوزونی زیر صدق می‌کنند:

$$\left[\hat{a}_R^{(1)}(\omega),\hat{a}_R^{(1)\dagger}(\omega')\right]=\left[\hat{a}_L^{(4)}(\omega),\hat{a}_L^{(4)\dagger}(\omega')\right]=$$
$$\left[\hat{a}_L^{(1)}(\omega),\hat{a}_L^{(1)\dagger}(\omega')\right]=\left[\hat{a}_R^{(4)}(\omega),\hat{a}_R^{(4)\dagger}(\omega')\right] \quad (۴)$$
$$=\delta(\omega-\omega').$$

مشابه این روابط برای عملگرهای خروجی نیز برقرار است. به منظور بررسی اثرات محیطی ساختار دولایه‌ی مزبور بر مدهای تابشی ورودی، حالت کلی سامانه تابشی را به صورت $|\psi\rangle = |\mathrm{N},\xi\rangle_R|0\rangle_L|F\rangle$ در نظر می‌گیریم، که در آن $|\mathrm{N},\xi\rangle_R$ بیانگر حالت عددی فرودی از سمت چپ، $|0\rangle_L$ حالت خلاء میدان الکترومغناطیسی در سمت راست و $|F\rangle$ نشانگر حالت کوانتومی دو لایه است. به علاوه، ضرایب گذردهی الکتریکی لایه‌های بهره/اتلاف ساختار دولایه‌ای را توسط الگوی لورنتس زیر مدل‌سازی می‌کنیم [۱۰]:

$$\varepsilon_{g(l)}(\omega)=\varepsilon_{bg(l)}-\frac{\alpha_{g(l)}\,\omega_{0g(l)}\,\gamma_{g(l)}}{\omega^2-\omega_{0g(l)}^2+i\omega\gamma_{g(l)}}. \quad (۵)$$

در این‌جا، $\varepsilon_{bg(l)}$ ضریب دی الکتریک محیط زمینه، $\omega$ بسامد نور ورودی، $\omega_{0g(l)}$ بسامد تشدید، $\gamma_{g(l)}$ پهنای خط بهره/تلف و $\alpha_{g(l)}$ ضریب بهره/تلف است. با اندکی محاسبات ساده می‌توان نشان داد که با انتخاب پارامترهای مادی $\varepsilon_{bg}=\varepsilon_{bl}=2$، $\omega_{0g}=\omega_{0l}=1$ PHz و $\gamma_g=\gamma_l=0.067$ PHz می‌توان به شرط تقارن PT در بسامد $\omega_{PT}/\omega_{0g}=1$ و به ازای $\alpha_g|=\alpha_l|$ رسید[۵-۴، ۹].

## تجزیه و تحلیل همدوسی مرتبه‌ی دوم

به منظور بررسی ویژگی‌های غیرکلاسیکی فوتون‌های خروجی از دولایه‌ای متقارن PT، هم‌بستگی مرتبه دوم[۹]:

$$g^2(x,t,\tau)=\frac{\left\langle\hat{E}_+^{(4)}(z,t)\hat{E}_-^{(4)}(z,t+\tau)\hat{E}_+^{(4)}(z,t+\tau)\hat{E}_-^{(4)}(z,t)\right\rangle}{\left\langle\hat{E}_-^{(4)}(z,t)\hat{E}_+^{(4)}(z,t)\right\rangle\left\langle\hat{E}_-^{(4)}(z,t+\tau)\hat{E}_+^{(4)}(z,t+\tau)\right\rangle}. \quad (۶)$$

را محاسبه می‌کنیم که در آن $\tau$ تاخیر زمانی است. به خوبی می‌دانیم که اگر رابطه $g^{(2)}(0)>g^{(2)}(\tau)$ $(g^{(2)}(0))$ $g^{(2)}(\tau)>$ برقرار باشد، فوتون‌ها تمایل دارند به صورت گروهه (پادگروهه) از ساختار دولایه‌ای خارج شوند. فرض می‌کنیم توزیع بسامدی حالت عددی فرودی به‌صورت توزیع گاوسی $\xi(\omega)=\left(\lambda^2/2\pi c^2\right)^{1/4}\exp\left[-\lambda^2(\omega-\omega_c)^2/4c^2\right]$ باشد. در این‌جا، $\omega_c$ و $\lambda$ به ترتیب بسامد مرکزی و عرض بسته موج هستند. با به کاربردن روابط کوانتومی ورودی-خروجی (۲) و (۳) و انجام محاسبات بسیار طولانی، همدوسی مرتبه دوم نور عبوری از ساختار مورد مطالعه برای لحظه‌ای که قله‌ی موج وارد آشکارساز می‌شود، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$g^{(2)}(x,t,\tau)=$$
$$\Big\{N(N-1)|J_1(t_r)|^2|J_1(t_r+\tau)|^2$$
$$NJ_2(0)\times[|J_1(t_r)|^2+|J_1(t_r+\tau)|^2]+2N$$
$$\times\mathrm{Re}[J_1(t_r)J_1^*(t_r+\tau)J_2(\tau)]+|J_2(\tau)|^2+J_2^2(0)\Big\}$$
$$\times\Big\{[N|J_1(t_r)|^2+J_2(0)][N|J_1(t_r+\tau)|^2+J_2(0)]\Big\}^{-1}, \quad (۷)$$

که در آن $t_r=t-z/c$، N بیانگر تعداد فوتون و توابع J1 و J2 به صورت زیر تعریف می‌شوند:

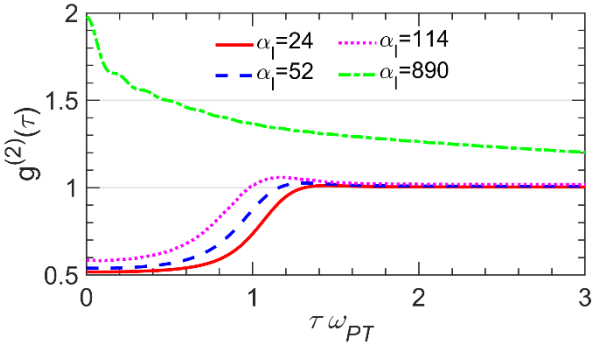
$$J_1(q)\equiv\sqrt{\hbar/4\pi\varepsilon_0 c\sigma}\int_0^\infty d\omega e^{-i\omega q}\,\omega^{1/2}\,t(\omega)\beta(\omega), \quad (۸الف)$$

$$J_2(q)\equiv\frac{\hbar}{4\pi\varepsilon_0 c\sigma}\int_0^\infty d\omega e^{-i\omega q}\,\omega\left\langle\hat{F}_R^\dagger(\omega)\hat{F}_R(\omega')\right\rangle \quad (۸ب)$$



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30 ]

در این‌جا، $q$ متغیر زمانی و مقدار $\left\langle \hat{F}_R^{\dagger}(\omega)\hat{F}_R(\omega') \right\rangle$ شار نوفه است که در رابطه (۵۳) مرجع [۸] به صورت دقیق محاسبه شده است. در این‌جا، به منظور سادگی محاسبات دمای سامانه برابر با صفر در نظر می‌گیریم. در شکل ۲ نتایج عددی نمودار $g^{(2)}$ بر حسب $\tau\omega_{PT}$ و به ازای $|\alpha_g| = \alpha_l$ برابر با ۲۴، ۵۲، ۱۱۴ و ۸۹۰ و N=2 رسم شده است. در این‌جا، ضریب‌های جذب ۲۴ و ۱۱۴ متناظر با نقاط تشدید عبور ناهمسانگرد، ۵۲ بیانگر تبهگنی تصادفی و ۸۹۰ متناظر با نقطه گذار فاز برای این سامانه است [۴]. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدار اولیه‌ی $g^{(2)}(0)$ به ازای ۱۱۴ و ۵۲، $|\alpha_g| = \alpha_l$ =۲۴ همواره کوچکتر از واحد است. در حالی‌که به ازای $|\alpha_g| = \alpha_l$ = ۸۹۰ مقدار $g^{(2)}(0)$ بزرگتر از واحد است و با افزایش $\tau$ مقدار آن کاهش یافته و به درستی به سمت یک میل می‌کند. از این جهت، ویژگی غیرکلاسیکی حالت خروجی با افزایش $\alpha_l$ کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر، اگر چه سامانه برای $|\alpha_g| = \alpha_l <$ ۸۹۰ در فاز تقارن PT به سر می‌برد و اثرات اتلافی توسط تیغه‌ی بهره جبران می‌شود ولی اثرات نوفه‌های کوانتومی به ازای $\alpha_l$ های بزرگ غالب شده و باعث می‌شوند تا نور عبوری ویژگی غیرکلاسیکی پادگروهه بودنش را از دست بدهد.




شکل ۲: تابع همدوسی مرتبه دوم بر حسب $\tau\omega_{PT}$ برای نور کوانتومی عددی دو فوتونی خروجی از ساختار شکل ۱ با توزیع بسامدی گاوسی شکل به ازای ضرایب اتلاف مختلف در بسامد تقارن $\omega_{PT} / \omega_{0g} = 1$.

## نتیجه‌گیری

در این مقاله اثرات محیط یک سامانه‌ی اپتیکی غیرهرمیتی دو لایه بر ویژگی پادگروهه‌ی نور عددی فرودی عمود بر آن بررسی شد. با محاسبه‌ی همدوسی مرتبه دوم نشان داده شد که در شرایطی که سامانه کوانتومی در تقارن فاز PT به سر می‌برد و دمای سامانه نیز صفر کلوین است نور عبوری به ازای $\alpha_l$ های بزرگ ویژگی همدوسی خود را از دست می‌دهد و دیگر پادگروهه نیست.

## مرجع‌ها

[1] C. M. Bender, and S. Boettcher, “Real spectra in non-Hermitian Hamiltonians having PT symmetry,” Phys. Rev. Lett., vol 80, pp. 5243-5246, 1998.

[2] F. Nazari, M. Nazari, and M. K. Moravvej-Farshi, “A 2×2 spatial optical switch based on PT–symmetry,” Opt. Lett., vol 36, pp. 4368-4370, 2011.

[3] E. Pilehvar, E. Amooghorban, and M. K. Moravvej-Farshi, “Quantum squeezed light propagation in an optical parity-time (PT)-symmetric structure,” Int. J. Optics and Photonics (IJOP), vol 13, p. 181, 2020.

[4] E. Pilehvar, E. Amooghorban, and M. K. Moravvej-Farshi, “Quantum optical analysis of squeezed state of light through dispersive non-Hermitian optical bilayers,” J. Opt., vol 24, no 2, 025201, 2022.

[5] E. Pilehvar, E. Amooghorban, and M. K. Moravvej-Farshi, “Oblique propagation of the squeezed states of s(p)-polarized light through non-Hermitian multilayered structures,” Optics Exp., 2022 (accepted).

[6] E. Pilehvar, E. Amooghorban, M. K. Moravvej-Farshi, “Propagation of quantum squeezed radiation in symmetric Rydberg atomic structures,” Presented at 27th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE2019), April 30-May 2, 2019, Yazd, Iran.

[7] S. Scheel, and A. Szameit, “PT-symmetric photonic quantum systems with gain and loss do not exist,” Euro Phys. Lett., vol 122, 34001, 2018.

[8] E. Amooghorban and M. Wubs, “Quantum optical effective-medium theory for layered metamaterials,” Arxiv:1606.07912v1, 2016.

[9] M. Artoni and R. Loudon, “Propagation of nonclassical light through an absorbing and dispersive slab,” Phys. Rev. A, vol 59, p. 2279, 1999.

[10] O. V. Shramkova, K. G. Makris, D. N. Christodoulides, and G. P. Tsironis, “Dispersive non-Hermitian optical heterostructures,” Photonics Res., vol 6, p. A1, 2018.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30 ]