

بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران، دانشگاه شهید چمران اهواز، خوزستان، ایران. ۱۴-۱۴ بهمن ۱۴۰۰



استخراج فاز انواع فریزهای تداخلی تقریباً موازی و فریزهای بسته و تکفریز با استفاده از تبدیل موجک پیوسته یک بعدی و تبدیل هیلبرت

فرشته سخا^۱، محمد یگانه^۲ و سیفاله رسولی^۳

۱- گروه فیزیک، دانشگاه ارومیه، ارومیه، <mark>f.sakha٦١@gmail.com</mark>، ۲- مرکز ملی علوم و فنون لیزر ایران، تهران، تهران، <mark>moyeganeh@iasbs.ac.ir،</mark> ۳- دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان، rasouli@iasbs.ac.ir.

چکیده– استخراج فاز از روی الگوهای تداخلی بهروشهای مختلفی صورت می پذیرد. زمانی که استخراج فاز از الگوی تداخلی واحد و با تعداد فریزهای کم و بدون مدولاسیون با یک فرکانس فضایی حامل مدنظر با شد، روشهای معمول مثل فوریه و جابهجایی فاز قابل استفاده نیستند. در این کار استخراج فاز از روی طرح فریزهای تداخلی شبیه سازی شده با الگوی تقریباً موازی و با تعداد زیاد فریز، تک فریز و فریزهای بســته، با اســتفاده از روش موجک پیوســتهی یک بعدی و تبدیل هیلبرت، ارائه میشـود. اســتخراج فاز برای فریزهای یکنواخت، حتی با تعداد کم با این روش به سادگی امکان پذیر است.

كليد واژه- اسختراج فاز، تبديل هيلبرت، موجك، فريز بسته، موجك مادر.

Phase extraction of quasi parallel interference fringes, single fringe and closed fringes using one-dimensional continuous wavelet transform and Hilbert transform

Fereshteh Sakha', Mohammad Yeganeh', and Saifollah Rasouli"

۱– 00000000 00 0000000, 00000 00000000, 00000, 00000, 0.0000*,* 0.0000*/*1000000.000,

<u>rasouli@iasbs.ac.ir.</u>

Abstract- Phase extraction is performed from interference patterns by different methods. Conventional methods such as Fourier and phase-shifting methods cannot be used on a single interference pattern having a small number of fringes without the use of modulation with a carrier spatial frequency. In this paper, the phase of quasi-parallel simulated interference fringes having a large number of fringes, a single fringe, and closed fringes, using the one-dimensional continuous wavelet method and Hilbert transform, is presented. Phase extraction for quasi-parallel fringes, even having a small number of fringes, is easily available with this method.

Keywords: closed fringe, Hilbert transform, mother wavelet, phase extraction, wavelet.

تبدیل موجک پیوسته (CWT) در سالهای اخیر مورد مطالعه قرار گرفتهاند. تبدیل موجک پیوسته به عنوان روشی جایگزین برای تبدیل فوریه در بازهی محدود ارائه گردید و هدف آن، فائق آمدن بر مشکلات مربوط به تفکیک در تبدیل فوریه بازهی محدود است. در آنالیز موجک، مشابه با تبدیل فوریه بازهی محدود، سیگنال مورد نظر در یک تابع موج ضرب می شود که در حقیقت نقش همان تابع پنجره را دارد. همچنین به طور مشابه با قبل، تبدیل موجک نیز به طور جداگانه بر روی قطعههای مختلف طرح انجام می شود. با این حال دو اختلاف عمده در ماهیت آن با تبدیل فوریه بازهی محدود دارد؛ اولاً در تبدیل موجک از سیگنال پنجره شده، تبدیل فوریه گرفته نمی شود. دوماً در تبدیل موجک، عرض پنجره به موازات تغییر مؤلفههای فرکانسی تغییر می کند که مهم ترین ویژگی تبدیل موجک است.

مبانی نظری

تبدیل موجک پیوسته به صورت زیر تعریف می گردد:

$$CWT_{f}^{\psi}(l,s) = \Psi_{f}^{\psi} = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \Psi^{*}(\frac{x-l}{s}) dx.$$
 (1)

در رابطهی بالا l پارامتر انتقال است که میزان جابهجایی پنجره را نشان میدهد و s پارامتر مقیاس است که با فرکانس رابطهی عکس ($\frac{1}{v} = s$) دارد. (f(x) سیگنال مورد نظر در حوزهی مکان و Ψ تابع موجک مادر است. موجک مادر میتواند توابع متعددی را شامل شود و بسته به اینکه سیگنال با کدام یک مطابقت بیشتری دارد، میتوانیم موجک مادر را انتخاب کنیم.

در این روش، طرح تداخلی سطر به سطر تحلیل میشود. بدین ترتیب که هر سطر را که انتخاب کردیم تبدیل موجک آن را حساب میکنیم. تبدیل موجک یک بعدی ردیف x در راستای y بهصورت زیر داده میشود:

مقدمه

استخراج اطلاعات فازی موجود در طرحهای تداخلی مهم ترین هدف تحلیل فریزها است. برای بازسازی توزیع فاز از فریزهای تداخلی راههای متعددی گسترش پیدا کرده است[۱]. روشهای موجود برای تحلیل فریزهای تداخلی در سه دسته طبقهبندی می شوند: حوزهی فضا-زمان، مکان-فركانس فضايي و فركانس-زماني. روش شيفت فازي بهطورگسترده در حوزههای فضا-زمانی، برای استخراج فاز مورد استفاده قرار می گیرد [۲]. این روش بسیار دقیق است، اما برای تحلیل مواردی که در آن ارتعاش وجود دارد، یا مواردی که به اطلاعات در یک زمان مشخص نیاز است و فقط امکان ثبت یک طرح تداخلی وجود دارد، مثلاً در پدیدههای دینامیکی مناسب نیست. بنابراین، تکنیکهای حوزهی فضا- فرکانسی مانند روش تبدیل فوریه از طرح تداخلی گسترش پیدا کردهاند. همچنین در روش شیفت فازی، پردازش یک طرح تداخلی، پیکسل به پیکسل انجام می شود، ولی در روش فوریه، پردازش کل فریز، همزمان انجام می گیرد. این روش به نویزها مقاوم تر است، اما پیکسلها رویهم اثر میگذارند. بنابراین یک مصالحه بین پردازش پیکسل به پیکسل و پردازش کلی لازم است. در حال حاضر روشهای پیشرفتهای به وجود آمدهاند، مانند روش ردیابی منظم فریز، تبدیل موجک و تبدیل فوریهی پنجرهای. برای طرحهای تداخلی با فریزهای حامل، روش فوریه به شرطی که فرکانس حامل شناخته شده باشد، به خوبی عمل می کند. در واقعیت این فرکانس هیچگاه دقیق بەدست نمى آيد. ھمچنين بەدليل اينكە تبديل فوريه يک عملیات کلی است، روش مناسبی برای آشکارسازی دقیق مشخصات جایگزیدهی یک سیگنال نیست. برای رفع این مشکلات، در مواردی که فقط یک طرح تداخلی وجود دارد، تکنیکهای حوزهی فرکانس- زمانی به خاطر قابلیت بالای آنها در حل این مشکلات، مانند تبدیل فوریه پنجرهای و

$$W(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \xi) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{+\infty}^{-\infty} I(\mathbf{x}, \mathbf{y}) [\Psi(\frac{y - \xi}{s})^* \, \mathrm{dy}]. \quad (\Upsilon)$$

توزيع شدت فريز به صورت زير است:

$$I(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = I_0(x, y) \{1 + v(x, y) \cos[\varphi(\mathbf{x}, y)]\}, \quad (\texttt{T})$$

که I_0 دامنه و v(x,y) نمایانی فریزهاست. موجک مادر انتخاب شده، موجک کلاه مکزیکی است.

برای استخراج فاز در این روش احتیاج به تصویر دومی داریم که به اندازهی $\pi/2$ جابه جایی فاز پیدا کرده باشد. این کار با تبدیل هیلبرت انجام می شود [۳]. قبل از گرفتن تبدیل هیلبرت، با فرض اینکه $I_0(x, y)$ بسیار آرام تغییر کند، آنرا با فیلتر فرکانس پایین حذف می کنیم، بنابراین داریم:

$$I_{f} = M(x)\cos[\varphi(x)], M(x) = I_{0}(x)v(x),$$
 (*)

و با اعمال تبديل هيلبرت خواهيم داشت:

$$I_{d} = -M(x)\sin[\varphi(x)]. \tag{(a)}$$

$$W_{d}(x, y, \xi) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{+\infty}^{\infty} I_{d}(x, y) [\Psi(\frac{y - \xi}{s})^{*} dy].$$
(\$)

با داشتن تبدیل موجک سیگنالی که تبدیل هیلبرت به آن اعمال شده است، کمیت مختلط زیر را تعریف میکنیم:

$$W_{s}(\mathbf{x}, \mathbf{s}, \xi) = W(\mathbf{x}, \mathbf{s}, \xi) + iW_{d}(\mathbf{x}, \mathbf{s}, \xi).$$
 (Y)

ضرایب موجک
$$W_{
m s}$$
 ردیف x ، یک ماتریس است که دامنهی
مدولاسیون و فاز آن به شکل زیر محاسبه میشود:

$$\begin{cases} ABS(\mathbf{x},\xi) = |W_s(\mathbf{x},\mathbf{s},\xi)|, \\ \varphi(\mathbf{x},\xi) = \tan^{-1}\{\frac{Im[W_s(\mathbf{x},\mathbf{s},\xi)]}{Re[W_s(\mathbf{x},\mathbf{s},\xi)]}\}. \end{cases}$$
(A)

برای محاسبهی توزیع فاز ردیف x ، مقدار بیشینهی ضریب مدولاسیون هر ستون را تعیین کرده و سپس فاز متناسب با آن را پیدا می کنیم. این فرآیند را برای تمام سطرها تکرار

می کنیم. نتیجه، فازی است که به π گسسته شده است و نیازمند گسترش آن به ۲۳ است[۵].



شکل ۱: توزیع فاز فریزهای تقریباً موازی با الگوریتم تبدیل موجک و تبدیل هیلبرت. ردیف اول از چپ به راست: فریز تقریباً موازی با تعداد زیاد، تبدیل هیلبرت فریز تقریباً موازی با تعداد زیاد، توزیع فاز فریزهای تقریباً موازی با تعداد زیاد. ردیف دوم از چپ به راست: تک فریز، تبدیل هیلبرت تک فریز، توزیع فاز تک فریز.



شکل ۲: چپ: فاز ناپیوستهی تولید شده با روش موجک پیوسته یک بعدی بدون اعمال علامت در قسمت تبدیل هیلبرت، راست: فریز شبیه سازی شده.

نتايج شبيه سازى

در گام نخست فرآیند شبیه سازی، فاز فریزهای تقریباً موازی با تعداد زیاد را که کج هستند، بدست آوردیم. برای این کار ابتدا تبدیل هیلبرت فریز تداخلی محاسبه شد و سپس با برنامه ای که در فضای متلب برای استخراج فاز با استفاده از تبدیل موجک پیوسته یک بعدی نوشته شده بود، فاز الگوی تداخلی به دست آمد. مقدار کل تغییر فاز به دست آمده متناظر با طرح تداخلی شکل ۱، ردیف اول، برابر آمده متناظر با طرح تداخلی شکل ۱، ردیف اول، برابر ۱۸۸/۶۷ رادیان هم خوانی خوبی دارد. در قسمت بعدی، فاز یک تک فریز را به دست آوردیم که با الگوریتم فوریه ممکن

نیست. مقدار کل تغییر فاز بهدست آمده متناظر با طرح تداخلی شکل ۱، ردیف دوم، برابر ۶/۲۶ رادیان بود که با مقدار فاز اولیهی اعمالی برابر ۶/۲۸ رادیان همخوانی خوبی دارد.



شکل ۳: از چپ به راست: فریز شبیه سازی نصف شده، فاز ناپیوسته استخراج شده با برنامه موجک پپوستهی یک بعدی، فاز پیوسته

محاسبهی فاز با این روش برای فریزهای ی تقریباً موازی با تعداد زیاد ، ساده است، چرا که در تبدیل هیلبرت تمام فریزها به اندازه $\pi/2$ در یک جهت تغییر فاز پیدا می کنند. مشکل زمانی ظاهر می شود که فریزها بسته باشند. در این حالت، چون ما با یک طرح فریز تنها سروکار داریم، هیچ اطلاعاتی در مورد علامت گرادیان فاز نداریم. نه تنها این الگوریتم، بلکه هیچ الگوریتم دیگری با یک طرح فریز نمی تواند بین گرادیان مثبت و منفی تمایز قائل شود. این



شکل ۴: چپ: فاز اولیه اعمالی که از روی آن فریزهای شکل ۲ شبیه سازی شدهاند، وسط: فاز استخراج شده به روش موجک پیوستهی یک بعدی و راست: اختلاف فاز استخراج شده با فاز اعمالی اولیه در نقاط مختلف سطح الگو.

برای فریزهای شبیه سازی شده که دارای تقارن هستند و نویز ندارند، طرح فریز را نصف کرده، علامت تغییر فاز را

برای نیمه یدوم تعیین می کنیم (شکل ۳)، سپس آن را برای دو طرف اعمال می کنیم. مقدار کل تغییر فاز بهدست آمده متناظر با طرح تداخلی شکل ۲ برابر ۲۸/۳۵ رادیان بود که با مقدار فاز اولیه ی اعمالی برابر ۲۸/۵۹ رادیان هم خوانی خوبی دارد (شکل ۴). با این حال، در شکل ۴ اختلاف فاز استخراج شده با فاز اولیه تغییراتی تا حتی ۸/۳۳ رادیان را نیز نشان می دهد. این به معنی عدم تطابق دقیق فاز موضعی در تک تک نقاط، علی رغم تطبیق کلی الگوی فازی در کل الگوست.

نتيجهگيرى

در این مقاله فاز فریزهای شبیهسازی شدهی تقریباً موازی با تعداد زیاد، تک فریز و فریزهای بسته با استفاده از برنامهی موجک پیوستهی یک بعدی با دقت بالایی بدست آمد. در گام بعدی می توان فاز را برای فریزهای بدست آمده در آزمایشگاه که دارای عدم تقارن و نویز هستند، با استفاده از تعیین رد فریز بدست آورد [۴] که نتایج آن در مقالههای بعدی گزارش خواهد شد.

منابع مورد استفاده

- [1] SS. Gorthi, "Spatial fringe analysis methods and their application to holographic interferometry and fringe projection techniques", EPFL; Y.V.
- [Y] Osten, Wolfgang, ed. Fringe Y...o: The 5th International Workshop on Automatic Processing of Finge Patterns, Springer Science and Business Media, Y...J.
- [*] Mustapha Bahich, Mohamed Afifi, Elmostafa Barj, "Optical phase extraction algorithm based on the continuous wavelet and the Hilbert transforms", Journal of Computing, Volume ^Y, Issue ^o, May Y·)·.
- [*] Xia Yang, Qifeng Yu and Sihua Fu, "A combined method for obtaining fringe orientations of ESPI ", Opt. Comm. Vol YVY, 7.-77 (Y...Y).
- [•] Ma J. Two-dimensional Continuous Wavelet Transform in Fringe Pattern Analysis (Doctoral dissertation, Catholic University of America), Y, YY.