بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شهید چمران اهواز،
خوزستان، ایران.
۱۴-۱۲ بهمن ۱۴۰۰

# درهم‌تنیدگی جفت فوتون در رادارهای چلانیده دو مدی کوانتومی

**میلاد نوروزی[۱*]، سید محمد حسینی[۲]، جمیله سیدیزدی[۳*]، محمد حسین قامت[۴] و میلاد کعبی[۵]**

**[۱و۳] گروه فیزیک دانشگاه ولی‌عصر رفسنجان، miladnorozi۱۳۶۹۷۰@gmail.com**

**[۲] گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه ارومیه، ارومیه sm.hosseiny@urmia.ac.ir**

**[۴] دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه شیراز، شیراز h.ghamat@gmail.com**

**[۵] گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه پیام نور، شیراز mk۵۸۲۵۲۸۷@gmail.com**

**چکیده-درهم‌تنیدگی، قلب رادار کوانتومی و کلیدی‌ترین بخش یک رادار چلانیده دو مدی کوانتومی (QTMS)، منبع تولید جفت فوتون درهم‌تنیده یعنی تقویت‌کننده پارامتری جوزفسون (JPA) است. با بکارگیری ابزار سنجش درهم‌تنیدگی در اپتیک کوانتومی، میدان تحقیق متمرکز بر بررسی رفتار درهم‌تنیدگی خروجی JPA با توجه به دمای محیط رادار QTMS است. با افزایش دما درهم‌تنیدگی از بین می‌رود اما با افزایش پارامتر چلانیدگی و حذف زاویه چلانیدگی، درهم‌تنیدگی در رادار QTMS حفظ می‌شود.**

کلید واژه- جفت فوتون درهم‌تنیده، چلانیدگی دو مدی، درهم‌تنیدگی، رادار کوانتومی، همبستگی کوانتومی.

# Photon Pair Entanglement in the QTMS Radar

**Milad Norouzi[۱*], Seyed Mohammad Hosseiny[۲], Jamileh Seyedyazdi[۳*], Mohammad Hossein Qamat[۴] and Milad Kabi[۵]**

[۱،۳] □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□, □□□□-□-□□□ □□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□,
miladnorozi۱۳۶۹۷۰@gmail.com
[۲] □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□, □□□□□□□□ □□ □□□□□□□□, □□□□□ □□□□□□□□□□□□ sm.hosseiny@urmia.ac.ir
[۴] □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□, □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ h.ghamat@gmail.com
[۵] □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□, □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□۵۸۲۵۲۸۷□□□□□□□.□□□

**Abstract- Entanglement is the heart of quantum radar and the key component of a quantum two mode squeezed (QTMS) radar, is the entangled photon pair generation source, the Josephson parametric amplifier (JPA). Using entanglement measurement tools in quantum optics, the research field focuses on investigating the entanglement behavior of JPA output with respect to QTMS radar environment temperature. The entanglement disappears by**

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03 ]

**increasing temperature, but the entanglement is maintained in the QTMS radar by increasing the squeezing parameter and removing the squeezing angle.**

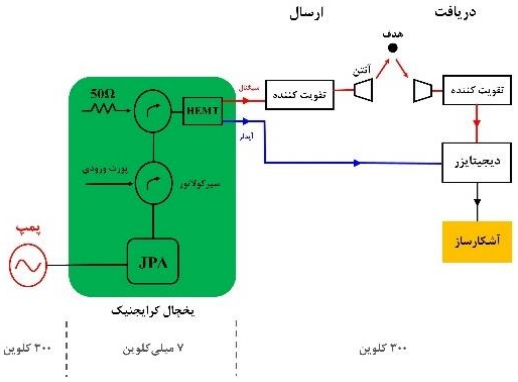
**Keywords**: Entanglement, Entangled photon pair, Quantum correlation, Quantum radar, Two modes squeezed.

## مقدمه

اساس کار یک رادار ساده است: رادارها امواج رادیویی را به سمت اهداف ارسال می‌کنند و اکوی آن را اندازه‌گیری می‌کنند تا حضور یا عدم حضور اهداف را بررسی کنند [۱]. تفاوت بین رادار کلاسیک و کوانتومی در مفاهیمی همچون اصل عدم قطعیت، درهم‌تنیدگی، همبستگی، آمار فوتون، افت و خیزهای خلاء، چلانیدگی، اپتیک کوانتومی و... است که در رادارهای کوانتومی استفاده می‌شود [۹-۱]. نمونه‌های اولیه عملیاتی رادارهای کوانتومی توسط پژوهشگران زیادی از جمله برزنجه و همکاران [۱]، بالاجی و همکاران [۸] و ... ارائه شده است. نمونه‌ای از رادار کوانتومی، رادار چلانیده دومدی کوانتومی (QTMS) است که منبع درهم‌تنیده آن یک تقویت‌کننده پارامتری جوزفسون (JPA) است. در این کار با استفاده از ابزار سنجش درهم‌تنیدگی، درهم‌تنیدگی خروجی JPA مورد بررسی قرار می‌گیرد.

## اساس کار یک رادار QTMS

اساس کار یک رادار QTMS را می‌توان به اختصار بیان کرد [۹-۱]: تولید جریانی از جفت فوتون‌های درهم‌تنیده (سیگنال-آیدلر) توسط JPA. بعد از تولید دو سیگنال همبسته، یکی از آن‌ها بعد از تقویت ارسال می‌شود و آیدلر حفظ می‌شود. بعد از دریافت سیگنال در آنتن گیرنده، مچ فیلترینگ بین سیگنال و آیدلر اعمال می‌شود. با استفاده از آشکارساز، حضور یا عدم حضور اهداف قابل استنباط است. طرحواره بلوکی یک رادار QTMS در شکل ۱ طراحی شده است. فرکانس‌های سیگنال و آیدلر به ترتیب برابر ۶٫۱۴ و ۷٫۵۳ گیگاهرتز است. JPA دارای ابررساناست، لذا درون یخچال رقیق‌ساز هلیومی با دمای ۷ mK قرار می‌گیرد.




شکل ۱: طرحواره بلوکی یک رادار QTMS با منبع JPA.

در حقیقت JPA، سیگنال چلانیده دومدی تولید می‌کند. عبارت چلانیدگی در اینجا به حالتی از میدان الکترومغناطیسی اشاره دارد که با کاهش عدم قطعیت در یکی از مؤلفه‌های میدان نسبت به حالت همدوس، عدم قطعیت در مؤلفه دیگر افزایش می‌یابد [۱۰]. به بیان دقیق‌تر، نویز کوانتومی در ترکیبات خطی برخی از کوادراتورها کاهش می‌یابد و در سایر ترکیبات افزایش می‌یابد [۳و۱].

## ماتریس کوواریانس رادار QTMS

هامیلتونی دو فوتونی دومدی برابر است با [۱۱و۱۰]:

$$\mathrm{H} = i\hbar\left(g a_1^{\dagger} a_2^{\dagger} - g^{*} a_1 a_2\right), \qquad (۱)$$

$g$ ضریب جفت‌شدگی است و $a$ و $a^{\dagger}$ به ترتیب عملگر نابودی و خلق فوتون هستند. عملگر چلانیدگی دو مدی نیز بصورت زیر بیان می‌شود [۱۱ و ۱۰]:

$$S(\xi) = exp\left(-\xi^{*} a_1 a_2 + \xi a_1^{\dagger} a_2^{\dagger}\right), \qquad (۲)$$

که $\xi = r exp(i\phi)$ یک عدد مختلط اختیاری است. $r$ و $\phi$ به ترتیب پارامتر چلانیدگی و زاویه چلانیدگی (فاز) محسوب می‌شوند.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03 ]

با استفاده از فرمول بیکر-کمبل-هاسدورف (BCH) و با استفاده از بسط توابع سینوس و کسینوس، در نهایت برای $\phi = 0$ ماتریس کوواریانس بصورت زیر خواهد بود [۱۱]:

$$Cov_{sq2}^{\phi=0} = \begin{pmatrix} cosh2r & 0 & sinh2r & 0 \\ 0 & cosh2r & 0 & -sinh2r \\ sinh2r & 0 & cosh2r & 0 \\ 0 & -sinh2r & 0 & cosh2r \end{pmatrix}, \quad (۳)$$

و برای $\phi \neq 0$، داریم [۳-۱]:

$$Cov_{sq2}^{\phi\neq0} \quad (۴)$$

$$= \begin{pmatrix} cosh2r & 0 & sinh2rcos\phi & sinh2rsin\phi \\ 0 & cosh2r & sinh2rsin\phi & -sinh2rcos\phi \\ sinh2rcos\phi & sinh2rsin\phi & cosh2r & 0 \\ sinh2rsin\phi & -sinh2rsin\phi & 0 & cosh2r \end{pmatrix}.$$

## درهم‌تنیدگی

مَنفیّت لگاریتمی به صورت زیر بیان می‌شود [۱۲]:

$$E_N = \max[0, -\log(2\eta^-)], \quad (۵)$$

که $\eta^-$ ویژه مقدار بسیط ترانهاده جزئی ماتریس $Cov$ است و توسط رابطه زیر داده می‌شود [۱۲]:

$$\eta^- = 2^{-1/2}[C_{11}^2 + C_{33}^2 + 2C_{13}^2 - \sqrt{(C_{11}^2 - C_{33}^2)^2 + 4C_{13}^2(C_{11} + C_{33})^2}]^{1/2}. \quad (۶)$$

که در آن

$$C_{11} = C_{22} = \frac{(1+n_1+n_2)\cosh(2r) + (n_1 - n_2)}{2} \quad (۷)$$

$$C_{33} = C_{44} = \frac{(1+n_1+n_2)\cosh(2r) - (n_1 - n_2)}{2}$$

$$C_{13} = -C_{24} = \frac{(1+n_1+n_2)\sinh(2r)cos\phi}{2}$$

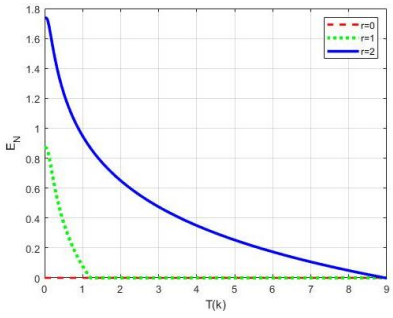
و $n_i$ تعداد فوتون است که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$n_i = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_i}{k_B T}\right) - 1} \quad (۸)$$

به طوریکه در آن $\hbar$ ثابت پلانک، $k_B$ ثابت بولتزمن، $\omega_i$ فرکانس سیگنال و آیدلر $(i = 1, 2)$ و $T$ دما می‌باشد.

## بحث و نتایج

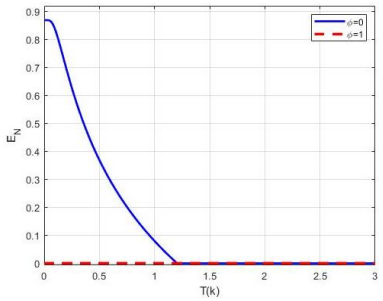
در شکل ۲، رفتار درهم‌تنیدگی برحسب دما برای پرامترهای چلانیدگی مختلف ترسیم شده است. لذا بیان می‌شود زمانیکه پارامتر چلاندیگی صفر است، درهم‌تنیدگی نیز کمینه است اما با افزایش پارامتر چلانیدگی، درهم‌تنیدگی برای دماهای بیشتر افزایش می‌یابد. یعنی هرچه سیگنال و آیدلر همبسته‌تر باشند، درهم‌تنیدگی می‌تواند در دماهای بیشتر حفظ شود.



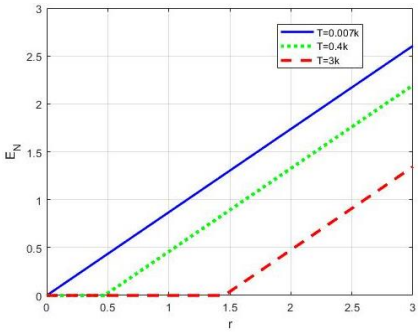

شکل ۲: درهم‌تنیدگی $E_n$ بر حسب دما $T$ با پارامتر $r$ مختلف زمانی که $\phi = 0$.

شکل‌های ۳ و ۵، بیان می‌کنند که همیشه باید زاویه چلانیدگی (فاز) در رادارهای QTMS صفر در نظر گرفته شود تا درهم‌تنیدگی حفظ شود. همچنین در شکل ۴ نشان داده شده با افزایش دما برای حفظ درهم‌تنیدگی، باید پارامتر چلانیدگی نیز افزایش یابد. لذا مهمترین بخش حفظ درهم‌تنیدگی در دماهای بالا مانند دمای اتاق، ساخت سیگنال‌های بسیار همبسته است.

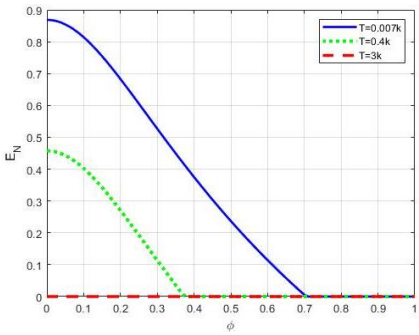
[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03 ]




شکل ۳: درهم‌تنیدگی $E_n$ بر حسب دما $T$ با زاویه چلانیدگی $\phi$ مختلف زمانی که $r=1$ .




شکل ۴: درهم‌تنیدگی $E_n$ بر حسب پارامتر چلانیدگی $r$ با دماهای $T$ مختلف زمانی که $\phi=0$ .




شکل ۵: درهم‌تنیدگی $E_n$ بر حسب زاویه چلانیدگی $\phi$ با دماهای $T$ مختلف زمانی که $r=1$.

## نتیجه‌گیری

در این کار با استفاده از منفیّت لگاریتمی، درهم‌تنیدگی خروجی JPA یک رادار QTMS بررسی شد. مشاهده شد که با افزایش دما درهم‌تنیدگی از بین می‌رود. از طرفی با حذف زاویه چلانیدگی و همچنین با افزایش پارامتر چلانیدگی می‌توان درهم‌تنیدگی را در دماهای بالا نیز حفظ کرد. از نتایج این کار می‌توان در ساخت رادارهای کوانتومی با بردهای زیاد استفاده کرد.

## مرجع‌ها

**[۱]** D. Luong, C. W. Sandbo Chang, A. M. Vadiraj, A. Damini, C. M. Wilson, and B. Balaji, "Receiver operating characteristics for a prototype quantum two-mode squeezing radar", accepted for publication in *IEEE*, ۲۰۱۹.

**[۲]** C. W. Sandbo Chang, A. M. Vadiraj, J. Bourassa, B. Balaji, C. M. Wilson, "Quantum-enhanced noise radar", Appl. Phys. Lett., Vol. ۱۱٤(۱۱), ۱۱۲٦۰۱ (۲۰۱۸).

**[۳]** D. Luong, B. Balaji, C. W. Sandbo Chang, V. M. Ananthapadmanabha Rao, C. Wilson, "Microwave quantum radar: An experimental validation", *2018 International Carnahan Conference on Security Technology (ICCST), Montreal, QC*: ۱–۵., ۲۰۱۸.

**[٤]** D. Luong, S. Rajan, B. Balaji, "Entanglement-based quantum radar: From myth to reality", IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine , ۳۵(٤), ۲۲-۳۵, (۲۰۲۰).

**[۵]** D. Luong, S. Rajan, B. Balaji, "Are quantum radar arrays possible?", ۲۰۱۹ IEEE International Symposium on Phased Array System & Technology (PAST)

**[٦]** R. Gallego Torrome´, N. B. Bekhti-Winkel, and P. Knott, "Introduction of quantum radar". ۲۰۱۹, arXiv:۲۰۰٦,۱٤۲۳۸.

**[۷]** S. Barzanjeh, S. Guha, C. Weedbrook, D. Vitali, J. H. Shapiro, S. Pirandola, "Microwave quantum illumination", Phys. Rev. Lett., ۱۱٤ (۸), ۰۸۰۵۰۳ (۲۰۱۵).

**[۸]** S. Barzanjeh, S. Pirandola, D. Vitali, J. M. Fink, "Microwave quantum illumination using a digital receiver", IEEE Radar Conference, ۱-٦ (۲۰۲۰).

**[۹]** M. Lanzagorta, Quantum Radar Synthesis Lectures on Quantum Computing, ۱۳۹ pages (۲۰۱۱).

**[۱۰]** M. O. Scully, M. S. Zubairy, *Quantum Optics*, Cambridge University Press. p ۲۲۳-۲۲٤ (۱۹۹۷).

**[۱۱]** X. B. Wang, T. Hiroshima, A. Tomita, M. Hayashi, Quantum information with Gaussian states, Rhys. Rep., ٤٤۸, ۱-٤ (۲۰۰۸).

**[۱۲]** S. Barzanjeh, E. S. Redchenko, M. Peruzzo, M. Wulf, D. P. Lewis, G. Arnold, J. M. Fink, Stationary entangled radiation from micromechanical motion, Nature, ۵۷۰, ٤۸۰-٤۸۳ (۲۰۱۹).

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03 ]