بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و
چهاردهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شهید چمران اهواز،
خوزستان، ایران.
۱۲-۱۴ بهمن ۱۴۰۰

به‌کارگرفتن حالت‌های غیرگاوسی تک مده به‌منظور بهبود درهم‌تنیدگی حالت‌های اتمی در مدل تاویس-کامینگز

راضیه موحدی، داود افشار و مجتبی جعفرپور

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز

raz.movahedi@gmail.com

da_afshar@yahoo.com

mojtaba_jafarpour@yahoo.com

چکیده – با استفاده از مدل تاویس-کامینگز و به‌کارگرفتن میدان‌های تک مدی غیرگاوسی بهبود درهم‌تنیدگی حالت‌های اتمی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. حالت‌های همدوس زوج و فرد به‌عنوان حالت‌های میدان درنظرگرفته‌می‌شوند و حالت خروجی به کمک هامیلتونی تاویس-کامینگز و عملگر تحول زمانی به‌دست می‌آید. مشاهده می‌شود برای دستیابی به بیشینهٔ درهم‌تنیدگی حالت اتمی خروجی، انتخاب حالت‌های همدوس زوج و فرد برای میدان ورودی گزینهٔ مناسبتری نسبت به حالت همدوس معمول است.

کلید واژه: حالت‌های غیرگاوسی، حالت‌های همدوس زوج و فرد، درهم‌تنیدگی، مدل تاویس-کامینگز

Applying single mode non-Gaussian field states to improve the entanglement of atomic states in Tavis-Cummings model

Razieh Movahedi, Davood Afshar, and Mojtaba Jafarpour

Department of Physics, Faculty of Science, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz

raz.movahedi@gmail.com

da_afshar@yahoo.com

mojtaba_jafarpour@yahoo.com

Abstract - Using Tavis-Cummings model and employing single mode non-Gaussian fields, we investigate the entanglement enhancement of atomic states. Even and odd coherent states have been considered as the field states and the output state has been obtained by Tavis-Cummings Hammilton and time evolution operator. It is observed that to achieve the maximum entanglement of the output atomic state, the choice of even and odd coherent states for the field is a more appropriate option than the usual coherent state.

Key words: Tavis-Cummings model, even and odd coherent state, entanglement, non-Gauassian states

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-08-17]

مقدمه

درهم‌تنیدگی یک ویژگی کوآنتومی است که دارای کاربردهای گوناگون از جمله انتقال اطلاعات کوآنتومی، ترابرد کوآنتومی و رمزنگاری کوآنتومی است. یکی از روش‌های درهم‌تنیده‌نمودن حالت‌های اتمی، با استفاده از اندرکنش بین اتم و یک میدان الکترومغناطیسی است [۱]. مدل جینز-کامینگز یکی از مدل‌های معروف در اندرکنش اتم-میدان است که در آن اندرکنش یک اتم دوترازه با یک مد میدان کوآنتیده در کاواکی اپتیکی بررسی می‌شود [۲]. مدل تاویس-کامینگز مدل دیگری است که در آن N اتم با یک میدان تک مده تحت هامیلتونی تاویس-کامینگز در یک کاواک اندرکنش می‌کنند [۳, ۴] و حالت‌های خروجی اتمی در این فرآیند می‌توانند درهم‌تنیده شوند. استفاده از حالت‌های همدوس به‌عنوان میدان ورودی در این مدل منجر به بیشینهٔ درهم‌تنیدگی حالت‌های اتمی نمی‌شود [۵]. درمقالهٔ حاضر با استفاده از مدل تاویس-کامینگز و با تغییر میدان به حالت‌های همدوس زوج و فرد، افزایش درهم‌تنیدگی حالت‌های خروجی اتمی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. به‌این منظور پیکربندی این مقاله به شرح زیر است: ابتدا مرور کوتاهی بر مدل تاویس-کامینگز می‌کنیم. سپس با میدان‌های ورودی مختلف، میزان درهم‌تنیدگی حالت‌های اتمی خروجی را برحسب پارامترهای مختلف بررسی کرده و بهترین حالت، به‌منظور دست‌یابی به بیشینهٔ درهم‌تنیدگی حالت خروجی، را معرفی می‌نماییم. در انتها نتیجه‌گیری ارائه‌می‌شود.

مدل تاویس-کامینگز

مدل تاویس-کامینگز تعمیم مدل جینز-کامینگز است که در آن اندرکنش دو یا چند اتم دو ترازه با یک مد میدان در درون یک کاواک درنظرگرفته می‌شود. هامیلتونی تاویس-کامینگز، شامل اندرکنش دو اتم دو ترازه با یک میدان، عبارت است از:

$$H_{T-C} = \hbar\omega a^{\dagger}a + \sum_{i=A,B}\hbar(\frac{1}{2}\omega_0\sigma_i^z + ge^{i\theta}\sigma_i^{+}a + ge^{-i\theta}\sigma_i^{-}a^{\dagger}) \quad (۱)$$

که در آن A و B دو اتم دوترازه، $\hbar$ ثابت پلانک، ω_0 فرکانس اتم دوترازه، ω فرکانس کاواک، σ_i^z ماتریس پائولی مؤلفهٔ z ، $a^{\dagger}$ و a عملگرهای بالا و پایین‌آورنده، g ثابت جفت‌شدگی اتم-میدان، θ فاز و $\sigma_{\pm}^i$ ماتریس‌های پائولی بالا و پایین‌آورنده هستند. فرض می‌کنیم هر دو اتم دارای فرکانس یکسان باشند.

تحول زمانی اتم-میدان در مدل تاویس-کامینگز

عملگر تحول زمانی در مدل تاویس-کامینگز عبارت است از :

$$U(t) = e^{-iH_{T-C}t/\hbar} \quad (۲)$$

حالت اولیه اتم‌ها را به‌صورت جداپذیر انتخاب می‌کنیم. سپس با انتخاب حالت‌های مختلف میدان، میزان درهم‌تنیدگی حالت اتمی را بر حسب پارامترهای موجود در مسئله به‌دست می‌آوریم. حالت خروجی اتم-میدان با استفاده از رابطهٔ (۲) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned}|\Psi_{atoms-field}(t)\rangle &= U|\Psi_{atoms}(0)\rangle|\Psi_{field}(0)\rangle \\ &= \sum_{n=0}^{\infty}\left(a(n)|00\rangle + b(n)|01\rangle + c(n)|10\rangle d(n)|11\rangle\right)|n\rangle \quad (۳)\end{aligned}$$

که در آن $|\Psi_{atoms}(0)\rangle$ حالت اولیهٔ اتمی و $|\Psi_{field}(0)\rangle$ حالت اولیهٔ میدان هستند. حالت اولیهٔ اتمی را به‌گونه‌ای درنظرگرفتیم که دو اتم دوترازه در حالت پایهٔ خود قرار گرفته‌باشند. این حالت کاملاً جداپذیر در نمایش دیراک به‌صورت $|00\rangle$ است. حالت خروجی اتمی با گرفتن رد بر روی حالت میدان بدست می‌آید. یکی از معیارهای درهم‌تنیدگی توافق می‌باشد که به‌صورت زیر بدست می‌آید [۶]:

$$C = 2\sum_{n=0}^{\infty}|a(n)\,d(n) - b(n)\,c(n)| \quad (۴)$$

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-08-17]

درصورتی‌که حالت میدان ورودی، حالت همدوس باشد، داریم:

$$a(n)=e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}}\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}e^{-it(n\omega-\omega_0)}\cos^2 gt\sqrt{n}$$
$$b(n)=-ie^{i\theta}e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}}\frac{\alpha^{n+1}}{\sqrt{(n+1)!}}e^{-itn\omega}\cos gt\sqrt{n}\sin gt\sqrt{n+1}$$
$$c(n)=-ie^{i\theta}e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}}\frac{\alpha^{n+1}}{\sqrt{(n+1)!}}e^{-itn\omega}\cos gt\sqrt{n+1}\sin gt\sqrt{n+1}$$
$$d(n)=-e^{2i\theta}e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}}\frac{\alpha^{n+2}}{\sqrt{(n+2)!}}e^{-it(n\omega+\omega_0)}\sin gt\sqrt{n+1}\sin gt\sqrt{n+2} \qquad (۵)$$

حالت‌های همدوس زوج و فرد از برهم‌نهی حالت‌های همدوس ساخته می‌شوند و دارای خواص غیر کلاسیکی بیشتری نسبت به حالت همدوس هستند. این حالت‌ها به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$|\alpha\rangle_e=\frac{1}{\sqrt{\cosh|\alpha|^2}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha^{2n}}{\sqrt{(2n)!}}|2n\rangle$$
$$|\alpha\rangle_o=\frac{1}{\sqrt{\sinh|\alpha|^2}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha^{2n+1}}{\sqrt{(2n+1)!}}|2n+1\rangle \qquad (۶)$$

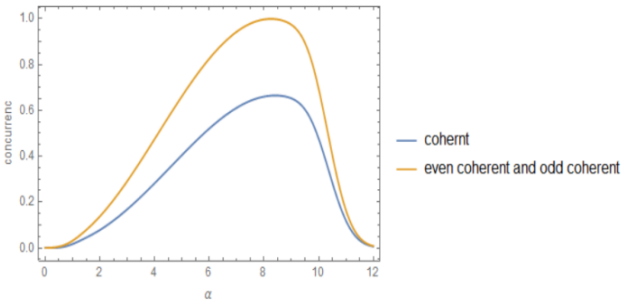
که در آن $|\alpha\rangle_e$ حالت همدوس زوج، $|\alpha\rangle_o$ حالت همدوس فرد و α پارامتر همدوسی است. درصورتی‌که از حالت‌های رابطهٔ (۶) به‌عنوان حالت میدان اندرکنش‌کننده با اتم‌ها در درون کاواک استفاده شود، ضرایب رابطهٔ (۳) به‌صورت زیر به‌دست‌می‌آیند:

$$a(n)^{\binom{e}{o}}=N_{\binom{e}{o}}e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}}\left(1\pm(-1)^n\right)\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}e^{-i(n\omega-\omega_0)t}\cos^2 gt\sqrt{n}$$
$$b(n)^{\binom{e}{o}}=-iN_{\binom{e}{o}}e^{i\theta}e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}}\left(1\pm(-1)^{n+1}\right)\frac{\alpha^{n+1}}{\sqrt{(n+1)!}}e^{-in\omega t}\cos gt\sqrt{n}\sin gt\sqrt{n+1}$$
$$c(n)^{\binom{e}{o}}=-iN_{\binom{e}{o}}e^{i\theta}e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}}\left(1\pm(-1)^{n+1}\right)\frac{\alpha^{n+1}}{\sqrt{(n+1)!}}e^{-in\omega t}\cos gt\sqrt{n+1}\sin gt\sqrt{n+1}$$
$$d(n)^{\binom{e}{o}}=-N_{\binom{e}{o}}e^{2i\theta}e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}}\left(1\pm(-1)^{n+2}\right)\frac{\alpha^{n+2}}{\sqrt{(n+2)!}}e^{-i(n\omega+\omega_0)t}\sin gt\sqrt{n+1}\sin gt\sqrt{n+2} \qquad (۷)$$

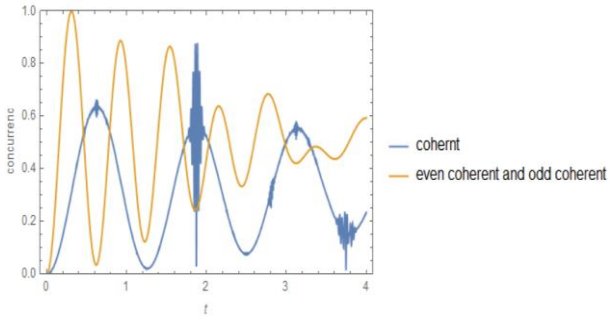
که در آن

$$N_{\binom{e}{o}}=\frac{1}{\sqrt{2\left(1\pm e^{-2\alpha^2}\right)}} \qquad (۸)$$

است. اینک توافق حالت خروجی اتمی را برای میدان‌های همدوس، همدوس زوج و همدوس فرد ورودی محاسبه و بیشینهٔ آن را بر حسب پارامترهای g، θ، ω و ω_0 بهینه می‌کنیم. لازم به‌ذکر است که این پارامترهای بهینه شده را با نرم‌افزار متمتیکا به‌دست آورده‌ایم. به‌این صورت که مقادیر پارامترهای بهینه‌شده برای هر حالت ورودی میدان، کمترین مقدار ممکن برای داشتن بیشترین مقدار درهم‌تنیدگی می‌باشد. در شکل‌های ۱ و ۲ توافق حالت خروجی اتمی را به‌ترتیب بر حسب پارامتر همدوسی و زمان، برای حالت ورودی میدان همدوس، همدوس زوج و همدوس فرد با نرم‌افزار متمتیکا رسم کرده‌ایم.



شکل ۱: درهم‌تنیدگی حالت خروجی اتمی بر حسب پارامتر همدوسی برای حالت ورودی همدوس به ازای $\omega=\omega_a=$ ۱٫۶۷۷۶۷، $g=$ ۰٫۱۴۸۸۳۳، $\theta=$ ۱٫۰ و $t=$ ۰٫۶۲۸۶۰۸، برای حالت ورودی همدوس زوج به ازای $\omega=\omega_a=\theta=$ ۱٫۰ و $g=t=$ ۰٫۳۰۸۸۱۶ و حالت ورودی همدوس فرد به ازای $\omega=\omega_a=\theta=$ ۱٫۰ و $g=t=$ ۰٫۳۰۸۸۰۲.



شکل ۲: درهم‌تنیدگی حالت خروجی اتمی بر حسب زمان برای حالت ورودی همدوس به ازای $\omega=\omega_a=$ ۱٫۶۷۷۶۷، $g=$ ۰٫۱۴۸۸۳۳، $\theta=$ ۱٫۰ و $\alpha=$ ۸٫۴۱۴۱، برای حالت ورودی همدوس زوج به ازای $\omega=\omega_a=\theta=$ ۱٫۰، $g=$ ۰٫۳۰۸۸۱۶ و $\alpha=$ ۸٫۲۵۴۹۲ و حالت ورودی همدوس فرد به ازای $\omega=\omega_a=\theta=$ ۱٫۰، $g=$ ۰٫۳۰۸۸۰۲ و $\alpha=$ ۸٫۲۵۵۶۸.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-08-17]

همانگونه که از شکل‌های ۱ و ۲ ملاحظه می‌شود درهم‌تنیدگی حالت‌های اتمی درصورتی‌که حالت‌های میدان ورودی همدوس زوج و فرد باشند بسیار نزدیک به هم می‌باشند به‌طوری‌که در این شکل‌ها روی هم‌افتاده‌اند. به‌علاوه از شکل ۱ مشخص است که استفاده از حالت‌های میدان همدوس زوج و فرد منجر به درهم‌تنیدگی بیشتر حالت‌های اتمی می‌شود. درجدول ۱ مقدار بیشینهٔ توافق حالت‌های اتمی خروجی با پارامترهای بهینه‌سازی شده برای میدان‌های ورودی همدوس، همدوس زوج و همدوس فرد در مدل تاویس-کامینگز یک کاواکه را آورده‌ایم.

همانگونه که در شکل ۲ نیز مشاهده میشود درهم‌تنیدگی حالت خروجی اتمی برای میدان‌های همدوس، همدوس زوج و همدوس فرد به‌صورت تناوبی تغییر می‌کند و بیشینهٔ توافق برای حالت‌های ورودی میدان همدوس زوج و فرد بیشتر از بیشینهٔ توافق حالت همدوس است.

جدول ۱: مقدار بیشینهٔ توافق حالت‌های اتمی خروجی با پارامترهای بهینه‌سازی شده برای میدان‌های ورودی در مدل تاویس-کامینگز

حالت اولیهٔ میدان	مقدار بیشینهٔ توافق
همدوس	۰٫٦٦٤٥٥٦
همدوس زوج	۰٫۹۹۸۷۶۴
همدوس فرد	۰٫۹۹۸۷۶۵

نتیجه‌گیری

در این مقاله از مدل تاویس-کامینگز برای درهم‌تنیده نمودن حالت‌های اتمی جداپذیر استفاده شد. به طور خاص دو اتم دو ترازه را با یک مد میدان تحت هامیلتونی تاویس-کامینگز قرار دادیم و درهم‌تنیدگی حالت خروجی اتمی را با استفاده از پارامترهای مسئله و تغییر میدان‌های تک مدی ورودی بررسی کردیم.

مشاهده گردید در صورت استفاده از حالت‌های غیرگاوسی میدان، یعنی حالت‌های همدوس زوج و فرد، در مقایسه با حالت همدوس معمولی بیشینهٔ درهم‌تنیدگی بیشتری در حالت‌های اتمی به‌وجود می‌آید. همچنین درهم‌تنیدگی حالت‌های اتمی خروجی در صورت استفاده از حالت‌های همدوس زوج و فرد یکسان است. به‌علاوه درهم‌تنیدگی حالت خروجی اتمی تابعی متناوب بر حسب زمان است. در برخی از زمان‌ها درهم‌تنیدیگی حالت همدس بیش از حالت همدوس زوج و فرد است اما در این زمان‌ها درهم‌تنیدگی به‌شدت وابسته به زمان است و با تغییر اندکی در طول کاواک افت وخیز درهم‌تنیدگی بسیار زیاد است. از این رو انتخاب حالت‌های همدوس زوج و همدوس فرد به‌عنوان میدان ورودی مختلف برای درهم‌تنیدگی حالت‌های اتمی در مدل تاویس-کامینگز انتخاب مناسبی است.

مرجع‌ها

۱. Li, J., et al., Semideterministic entanglement between a single photon and an atomic ensemble. Phys. Rev. Lett, ۲۰۱۹. Vol. ۱۲۳, No. ۱٤, p. ۱٤۰٥۰٤.

۲. Shore, B.W. and P.L. Knight, The jaynes-cummings model. J. Mod. Opt, ۱۹۹۳. Vol.٤۰, No. ۷, p. ۱۱۹٥.

۳. Ghoreishi, S., M. Sarbishaei, and K. Jvidan, Entanglement between two Tavis-Cummings systems with N= ۲. Int. J. Theor. Math. Phys, ۲۰۱۲.Vol. ۲,No. ٦, p. ۱۸۷.

۴. Restrepo, J. and B.A. Rodríguez, Dynamics of entanglement and quantum discord in the Tavis–Cummings model. J. Phys. B, ۲۰۱٦. Vol.٤۹, No. ۱۲, p. ۱۲٥٥۰۲.

۵. Dong, C.-h. and Y.-l. Zhang, Entanglement of atoms in Tavis-Cummings model. J. Shanghai University (English Edition), ۲۰۰٦. Vol. ۱۰, No. ۳, p. ۲۱٥.

۶. Audretsch, J., Entangled systems: new directions in quantum physics. ۲۰۰۸: John Wiley & Sons.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-08-17]