بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

بررسی اثر خودمیدانها بر روی ناپایداری میزر سیکلوترونی در یک موجبر پر شده با ماده دی الکتریک

الناز خلیل زاده [۱و۲] و امیر چخماچی [۱]

[۱] پژوهشکده فیزیک پلاسما و گداخت هسته ای، پژوهشگاه علوم و فنون هسته ای، سازمان انرژی اتمی ایران
[۲] دانشکده فیزیک، دانشگاه خوارزمی (تربیت معلم تهران)

چکیده – با فرض انتشار یک باریکه الکترونی حلقوی هم راستا با یک میدان مغناطیسی ثابت، از طریق یک موجبر پر شده از یک ماده دی‌الکتریک، اثرات ناشی از خودمیدانها، پذیرفتاری ماده دی‌الکتریک و شکل هندسی سیستم در چهارچوب معادلات ماکسول-ولاسف بررسی شده است. با در نظر گرفتن این فرض که ضخامت پرتو الکترونی بسیار کوچکتر از شعاع متوسط آن باشد، رابطه پاشندگی برای اختلالات الکترومغناطیسی با تقارن سمتی بدست آمده است. آنالیز عددی رابطه پاشندگی نشان می‌دهد که خودمیدانها باعث کاهش پهنای باند ناپایداری می‌شوند. از نتایج مهم این مقاله نشان دادن اثر سازنده خودمیدانها بر روی نرخ رشد ناپایداری به واسطه وجود ماده دی‌الکتریک در داخل موجبر، از طریق ایجاد بارها و جریانهای قطبشی و القایی می‌باشد.

کلید واژه- خودمیدان، ماده دی الکتریک، معادلات ماکسول- ولاسف، میزر سیکلوترونی، ناپایداری

The influence of self-fields and dielectric parameters on the electron cyclotron maser instability

Elnaz Khalilzadeh[1, 2] and Amir Chakhmachi[1]

[1] Plasma Physics & Nuclear Fusion Research School, NSTR Institute, Atomic Energy Organization of Iran
[2] Department of Physics, University of Kharazmi

The influence of self-fields on the cyclotron maser instability in a hollow electron beam propagating parallel to a uniform axial magnetic field in a dielectric loaded waveguide is investigated. The theoretical analysis is carried out within the framework of linearized Vlasov-Maxwell equations. It is assumed that the beam is thin with the radial thickness much smaller than the beam radius. A new and complete dispersion relation for azimuthally symmetric electromagnetic perturbation is derived. In this case, the growth rate of the instability increases but in hollow waveguide decreases due to the increasing self-fields. For both cases the instability band width decreases with the increase in self-fields.

Keywords: self field, dielectric, Maxwell-Vlasov equations, cyclotron maser, instability

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]

۱- مقدمه

پرتوهای الکترون در اشکال مختلف برای تقویت و تولید میکروموج مورد توجه بوده‌اند. یکی از مکانیسم‌های مهم، الکترون سیکلوترون میزر نام دارد که در آن از خاصیت نسبیتی الکترون‌های پرانرژی که در اندرکنش با یک میدان مغناطیسی ساکن می‌باشند برای تولید تابش همدوس استفاده می‌شود[۱]. در این مکانیسم به منظور تقویت موج، آن را به عنوان عامل اختلالی وارد سیستم کرده و باعث ایجاد ناپایداری می‌شوند. بررسی پارامترهای مختلف این ناپایداری که به ناپایداری میزر سیکلوترونی معروف است برای بیم حلقوی الکترون توسط افراد مختلفی انجام شده است. در کار قبلی، نویسندگان این مقاله اثر خودمیدان‌های ناشی از الکترونها و امپدانس دیواره موجبر را بر روی این ناپایداری بررسی کرده [۲] و نشان داده‌اند خودمیدان‌ها، نرخ رشد و پهنای باند ناپایداری را کاهش می‌دهند. در کار حاضر، از بررسی اثر خودمیدانها بر روی ناپایداری میزر سیکلوترون در موجبری که با ماده دی‌الکتریک پر شده است، نتیجه‌گیری می‌شود که برخلاف حالت موجبر خالی، خودمیدانها بواسطه ایجاد میدانهای القایی ناشی از بارها و جریانهای قطبشی باعث افزایش نرخ رشد می شوند.

۲- مدل فیزیکی و خواص تعادلی سیستم

ترسیم تعادلی سیستم مطابق شکل ۱ به این صورت است که پرتو الکترون حلقوی نسبیتی، موازی یک میدان مغناطیسی ثابت $B_0\hat{e}_z$ (به منظور محصورسازی پرتو الکترونی و تشکیل پرتو تعادلی) و درداخل یک موجبر استوانه‌ای به صورت نامحدود منتشر می‌شود. شعاع متوسط پرتو الکترون R_0 و ضخامت شعاعی آن $2a$ می‌باشد. موجبر استوانه‌ای دارای دیواره رسانا به شعاع R_c بوده و در ناحیه $R_w < r < R_c$ از یک ماده دی الکتریک با ثابت دی الکتریک ε پر شده است. برای حل مساله از مختصات استوانه‌ای استفاده شده است. فرضهای اساسی زیر برای مساله در نظر گرفته می شود:

-تمامی کمیات تعادلی دارای تقارن سمتی و شعاعی هستند.

-ضخامت شعاعی پرتو الکترون خیلی کمتر از شعاع متوسط آن است.

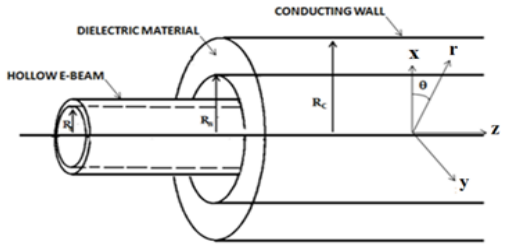
-سرعت عمودی پرتو الکترون کم می باشد.

-از خودمیدان مغناطیسی محوری به دلیل ناچیز بودن آن نسبت به میدان مغناطیسی محوری $B_0\hat{e}_z$ (به دلیل ضخامت کم پرتو الکترونی)صرفنظر شده و خودمیدان های تعادلی $E_r(r)\hat{e}_r$ و $B_\theta(r)\hat{e}_\theta$ وجود دارند.

تابع توزیع الکترونها به صورت زیر می باشد:

$$f_b^{\,0}(x,p)=\frac{R_0 a\,\hat{n}_0\omega_{r0}}{2}\delta(P_\theta-P_0)\delta(H-\hat{\gamma}mc^2)\delta(P_z-\hat{P}_0), \quad (۱)$$

که در آن $\hat{n}_0$ چگالی الکترونها در $r=R_0$، ω_{r0} فرکانس شعاعی بتاترونی و به ترتیب تکانه سمتی و محوری کانونیکی و هامیلتونی که ثابتهای حرکت هستند می‌باشند. در توصیف تعادلی تابع توزیع می‌توان گفت که توزیع الکترونها به گونه‌ای است که همه آنها دارای یک انرژی $\hat{\gamma}mc^2$ و تکانه‌زاویه‌ای $P_0=\gamma_0 mR_0^{\,2}\omega_e-\frac{1}{2}\frac{e}{c}B_0R_0^{\,2}$ و تکانه محوری کانونیکی $\hat{P}_0=\gamma_0 m\beta_b c$ می‌باشند. در این جا، β_b سرعت‌محوری‌پرتو، ω_e و γ_0 به ترتیب فرکانس چرخشی و فاکتور جرم نسبیتی الکترونها در $r=R_0$ هستند.



شکل ۱: ترسیم تعادلی سیستم

۳- بدست آوردن رابطه پاشندگی از طریق معادلات ماکسول – ولاسوف

موج اختلالی ورودی را یک موج الکترومغناطیسی TE با تقارن سمتی در نظر گرفته‌ایم بطوریکه میدانهای الکتریکی و مغناطیسی آن وابستگی به θ ندارند:

$$\delta\psi(\mathbf{x},t)=\hat{\psi}(r)\exp[i(kz-\omega t)], \quad (۲)$$

مجموعه معادلات ماکسول- ولاسوف زیر را برای بدست آوردن رابطه پاشندگی و بررسی خواص پایداری اختلالات وارد شده در نظر می‌گیریم:

$$\nabla\times\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{x})=i(\omega/c)\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{x}) \quad (۳)$$

$$\nabla\times(1/\mu)\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{x})=(4\pi/c)\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{x})-i(\omega/c)\varepsilon\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{x})$$

$$\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{x})=-e\int d^3p\ \mathbf{v}\hat{f}_b(\mathbf{x},\mathbf{p}), \quad (۴)$$

$$\hat{f}_b(\mathbf{x},\mathbf{p})=e\int_{-\infty}^{0}d\tau\exp(-i\omega\tau)\left(\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{x}')+\frac{\mathbf{v}'\times\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{x}')}{c}\right)\cdot\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}'}f_b^0.$$

رابطه (۳) برای تمامی فضا که هم شامل پلاسما و هم شامل محیط دی الکتریک می شود نوشته شده است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]

$\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{x})$ و $\hat{f}_b(\mathbf{x},\mathbf{p})$ چگالی جریان و تابع توزیع اختلالی سیستم می‌باشند. با استفاده از روابط (۳) و فرض نازک بودن پرتو حلقوی الکترون می‌توان رابطه زیر را نوشت:

$$\hat{B}_z(R_2^+)-\hat{B}_z(R_1^-)=-\frac{4\pi}{c}\int_{R_1^-}^{R_2^+}\hat{J}_\theta(r) \qquad (۵)$$

که در آن $R^{\pm}$ به سطح خارجی و داخلی شعاع اشاره دارد. در ادامه ادمیتنس مغناطیسی پرتو الکترون [۳] را به صورت زیر داریم:

$$b_-=-i(\frac{\omega}{\rho_1^{\,2}cR_0})\frac{\hat{B}_z(R_1^-)}{\hat{E}_\theta(R_1)},\qquad b_+=i(\frac{\omega}{\rho_1^{\,2}cR_0})\frac{\hat{B}_z(R_2^+)}{\hat{E}_\theta(R_2)}, \qquad (۶)$$

که در آن $\rho_1^{\,2}=\omega^2/c^2-k^2$ می‌باشد. با جایگذاری رابطه (۶) در رابطه (۵) به رابطه زیر می‌رسیم:

$$b_-+b_+=-i\frac{4\pi\omega R_c^{\,2}}{c^2\zeta^2R_0\hat{E}_\theta(R_0)}\int_{R_1^-}^{R_2^+}\hat{J}_\theta(r)dr. \qquad (۷)$$

در رابطه بالا $\zeta=\rho_1R_c$ می باشد. با استفاده از روابط (۴)، رابطه (۷) به صورت زیر درخواهد آمد:

$$b_-+b_+=\frac{\nu}{2\hat{\gamma}}\frac{1}{\rho_1^{\,2}R_0^{\,2}}\left(2\frac{\hat{\omega}_c^{\,2}}{\hat{\gamma}^2\hat{\omega}_r}\frac{(\omega-k\beta_bc)}{(\omega-k\beta_bc-\hat{\omega}_r)}-\beta_\perp^{\,2}\frac{(\omega^2-k^2c^2)+\frac{3\pi}{16}\omega_p^{\,2}}{(\omega-k\beta_bc-\hat{\omega}_r)^2}\right) \qquad (۸)$$

که $\hat{\omega}_r^{\,2}=\hat{\omega}_c^{\,2}/\hat{\gamma}^2-3\pi\hat{\omega}_p^{\,2}/8\hat{\gamma}(1-\beta_b^{\,2})$، $\omega_p^{\,2}=4\pi e^2\hat{n}_0/\hat{\gamma}m$ و $\nu=N_e e^2/mc^2$ می باشند. می‌دانیم که میدان الکتریکی $\hat{E}_\theta(r)$ و مغناطیسی $\hat{B}_z(r)$ اختلالی در عبور از مرز $r=R_w$ پیوسته می‌باشند با استفاده از این موضوع و معادلات رابطه (۳)، میدان الکتریکی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\hat{E}_\theta(r)=A\left[J_1(\rho_2r)-J_1(\tau)N_1(\rho_2r)/N_1(\tau)\right] \qquad (۹)$$

که $\tau=R_c\rho_2=R_c(\omega^2\varepsilon/c^2-k^2)^{1/2}$، $j_l(r)$ و $N_l(r)$ به ترتیب توابع بسل از نوع اول و دوم می‌باشند. در ادامه برای تکمیل رابطه پاشندگی و بدست آوردن طرف راست رابطه (۸)، امپدانس دیواره در $r=R_w$ را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$Z(\omega,k)=-i(\frac{c}{R_w})\frac{\hat{E}_\theta(R_w)}{\hat{B}_z(R_w)} \qquad (۱۰)$$

با استفاده از روابط (۹) و (۱۰)، طرف راست رابطه (۸) با استفاده از رابطه (۶) به صورت زیر توصیف می شود:

$$b_-+b_+=\frac{(2L(\omega,k)/\pi)(R_c/R_0)^2/\zeta^2}{\left[J_1(\zeta R_0/R_c)(J_1(\zeta R_0/R_c)+L(\omega,k)N_1(\zeta R_0/R_c))\right]} \qquad (۱۱)$$

که در آن $\eta=\rho_2R_w$ و

$$L(\omega,k)=\frac{Z(\omega,k)\zeta J_0(\zeta)-J_1(\zeta)}{N_1(\zeta)-Z\zeta N_0(\zeta)},$$

$$Z(\omega,k)=\frac{J_1(\eta)N(\tau)-J_1(\tau)N_1(\eta)}{\eta\left[J_0(\eta)N_1(\tau)-J_1(\tau)N_0(\eta)\right]}.$$

به این ترتیب رابطه پاشندگی کلی به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{(2L(\omega,k)/\pi)(R_c/R_0)^2/\zeta^2}{\left[J_1(\zeta R_0/R_c)(J_1(\zeta R_0/R_c)+L(\omega,k)N_1(\zeta R_0/R_c))\right]}= \qquad (۱۲)$$
$$\frac{\nu}{2\hat{\gamma}\,\rho_1^{\,2}R_0^{\,2}}\left(\frac{2}{h^2}\frac{(\omega-k\beta_bc)}{(\omega-k\beta_bc-\hat{\omega}_r)}-\beta_\perp^{\,2}\frac{(\omega^2-k^2c^2)+(1-h^2)/2}{(\omega-k\beta_bc-\hat{\omega}_r)^2}\right)$$

که $h=\hat{\gamma}\,\hat{\omega}_r/\hat{\omega}_c$ به عنوان فاکتور خودمیدان در نظر گرفته می‌شود. در واقع $h=1$ بدین معنی است که خودمیدانی در مساله در نظر گرفته نشده است. و هر مقدار کوچکتر از یک $(h=0.9,0.8,0.7,...)$ به معنی وارد شدن کسری از اثر خودمیدانها در مساله است به عبارتی خودمیدانها باعث تغییر فرکانس الکترونها از $\hat{\omega}_c$ به $\hat{\omega}_r$ می‌شوند. می‌توان گفت رابطه (۱۲) یک رابطه جدید است که تاکنون بدست نیامده و با استفاده از آن می‌توان اثر خودمیدانها، شکل هندسی سیستم (شعاع دیواره موجبر) و مقاومت دیواره موجبر(در صورت رسانای کامل نبودن) رابر روی ناپایداری میزر سیکلوترونی برای پرتو حلقوی الکترون بررسی نمود.

۴- حل عددی رابطه پاشندگی و نتیجه گیری:

برای حل عددی رابطه پاشندگی(۱۲)، رابطه (۸) را حول فرکانس تشدید $\omega=\omega_0=k\beta_bc-\hat{\omega}_r$ بسط می‌دهیم در این صورت چنین خواهیم داشت:

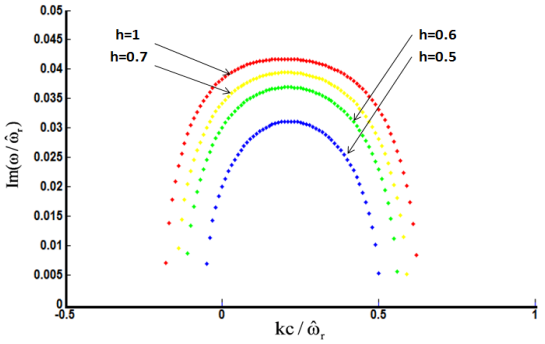
$$\hat{\omega}_r\left(\frac{d}{d\omega}(b_-+b_+)\right)_{\omega_0}\chi^3+(b_-+b_+)_{\omega_0}\chi^2+\left(\frac{\nu}{\hat{\gamma}^2h^2\left(\rho^2\right)_{\omega_0}R_0^{\,2}}\right)\chi \qquad (۱۳)$$
$$+\frac{1}{\left(\rho^2\right)_{\omega_0}}\times\frac{\nu\beta_\perp^{\,2}}{2\hat{\gamma}}\left((\frac{k\beta_bc}{\hat{\omega}_r}+1)^2-(\frac{k^2c^2}{\hat{\omega}_r^{\,2}})+\hat{\gamma}^2(\frac{1-h^2}{h^2})\right)=0.$$

که در آن $\chi=(\omega-k\beta_bc-\hat{\omega}_r)/\hat{\omega}_r$ می باشد. با جایگذاری رابطه (۱۱) در رابطه (۱۳) ، کاملترین رابطه جهت حل عددی مساله مورد نظر بدست می آید. در ادامه نتایج حل عدی مساله را خواهیم دید:

در شکل۲، اثر خودمیدانها بر روی ناپایداری میزر سیکلوترونی در یک موجبر خالی از دی الکتریک و با دیواره‌های رسانا و به ازای پارامترهای $R_c\hat{\omega}_r/c=3.75$، $R_0\hat{\omega}_r/c=1.82$، $\nu=0.02$، $\beta_\perp=0.4$ و $\hat{\gamma}=1.1$ بررسی

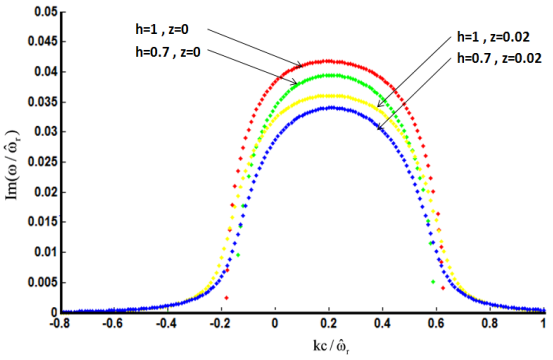
[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]

شده است. مشخص است که با افزایش اثر خودمیدانها (کاهش h) نرخ رشد و پهنای باند ناپایداری میزر سیکلوترونی کاهش می‌یابد که این با نتایج قبلی کاملا سازگار است [۴].



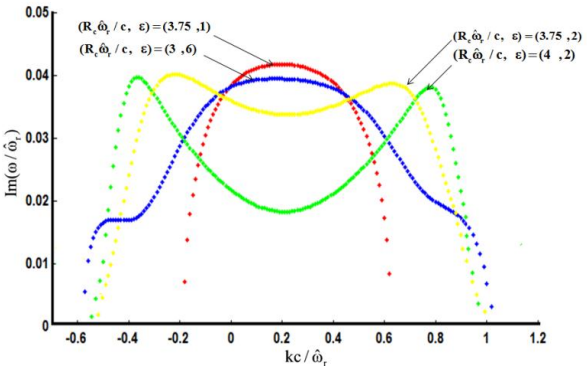
شکل۲: نرخ رشد ناپایداری برحسب عددموج به ازای مقادیر مختلف h.

در شکل۳، اثرخودمیدانها بر روی این ناپایداری در یک موجبر خالی و با دیواره‌هایی که رسانای کامل نیستند و به ازای مقادیر مختلف امپدانس دیواره، $R_w\hat{\omega}_r / c = 2.4$ و سایر پارامترهای شکل ۲ بررسی شده است. با توجه به شکل می‌توان گفت خودمیدانها و امپدانس دیواره هر دو اثر کاهشی بر روی نرخ رشد ناپایداری دارند. از طرفی علی‌رغم اینکه خودمیدانها باعث کاهش پهنای ناپایداری می شوند ولی پهنای ناپایداری به واسطه اثر افزایشی امپدانس دیواره روی آن، افزایش می‌یابد [۲].



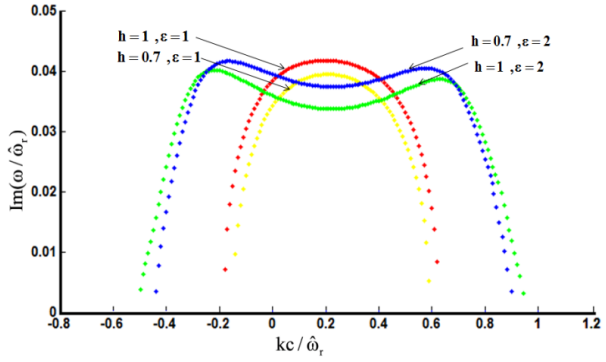
شکل۳: نرخ رشد ناپایداری برحسب عددموج به ازای مقادیر مختلف Z و h.

در شکل ۴، اثر شعاع هندسی و نوع ماده دی الکتریک به ازای پارامترهای شکل ۳ بررسی شده است. نتیجه مهمی که گرفته می‌شود این است که با انتخاب درست این پارامترها می‌توان تنها به ازای کاهش بسیار کم در نرخ رشد ناپایداری نسبت به حالت موجبر خالی، پهنای باند ناپایداری را به مقدار قابل توجهی افزایش داد که برای مصارف تقویت میکروموج بسیار نتیجه حائز اهمیتی است که این نیز با نتایج قبلی کاملا سازگار است [۵]. در شکل ۵ اثر خودمیدانها را در یک موجبر پر شده از دی الکتریک و به ازای سایر پارامترهای شکل ۳ مشاهده می‌کنید. از شکل کاملا مشخص است که خودمیدانها باعث کاهش پهنای ناپایداری می‌شوند ولی برخلاف حالت موجبر خالی، افزایش اثر خودمیدانها باعث افزایش نرخ رشد می‌شوند که این نتیجه در نوع خود جالب است.



شکل۴:نرخ رشد ناپایداری برحسب عدد موج ازای مقادیر مختلف R_c و ε.

در بیان علت می توان اینگونه گفت که خودمیدانها باعث ایجاد بارها و جریانهای قطبشی و القایی در ماده دی-الکتریک شده و میدانهایی را القا می‌کنند که جهت این میدانها در خلاف جهت میدان بوجود آورنده بوده و باعث کاهش اثر خودمیدانها شده و نرخ رشد را افزایش می-دهند.



شکل۵: نرخ رشد ناپایداری برحسب عدد موج ازای مقادیر مختلف h و ε.

مراجع

[1] Chu K. R., The electron cyclotron maser", **Rev. Mod. Phys.** 76 (2004) 489.

[2] Khalilzadeh E., Maraghechi M., Chakhmachi A., Influence of Wall Impedance and Self-Fields on the Cyclotron Maser Instability, **j. Appl. Phys.** 106 (2009) 053110.

[3] Briggs R. J., and Neil V. K., Negative mass instability in a cylindrical layer of relativistic electrons, **J. Plasma Physics** 9 (1966) 209.

[4] Uhm H. S., Namkung W., Choe J. Y., Ayres V., Cyclotron maser theory for a high power gyrotron, **Phys. Review A** 37 (1988) 178 .

[5] Uhm H. S., Davidson R. C., Influence of Wall Impedance on the Electron Cyclotron Maser Instability, **Phys. Fluids** 23 (1980) 2538.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]